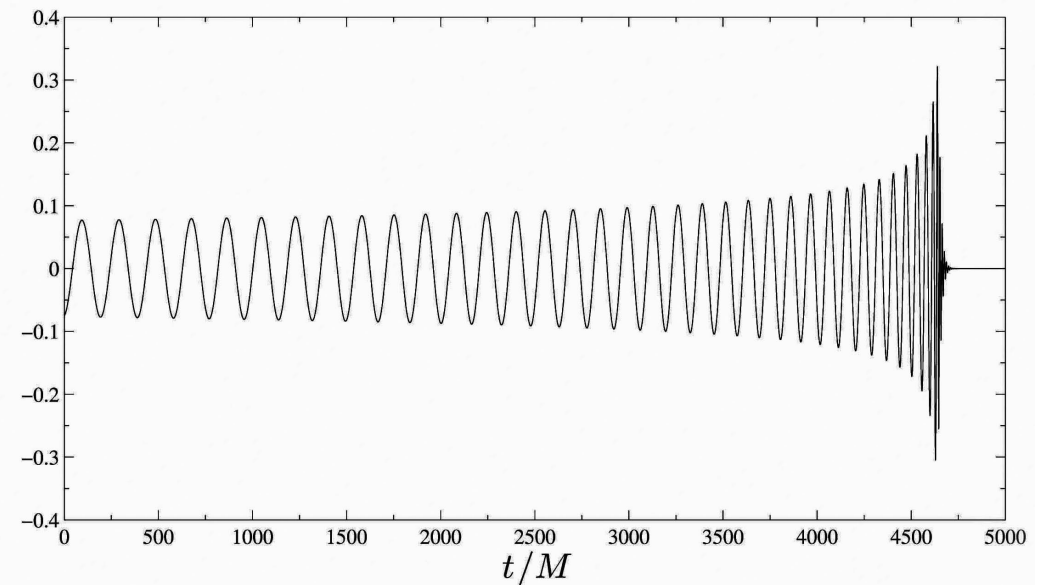
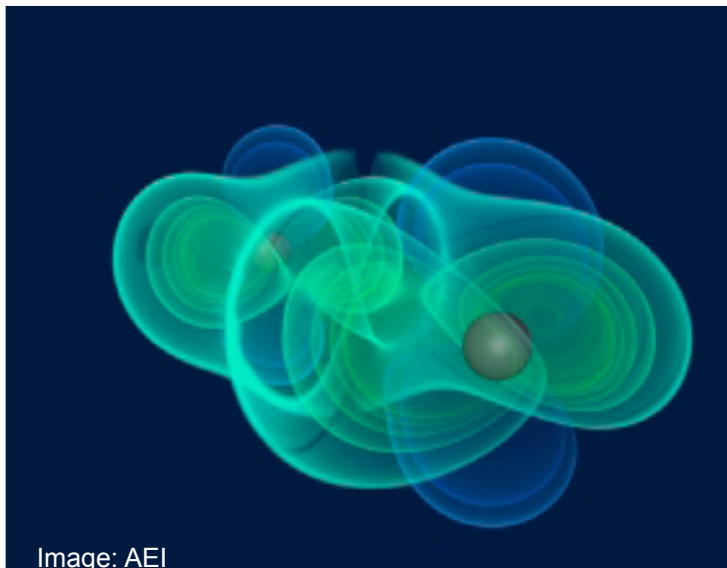


ONDES GRAVITATIONNELLES ET TROUS NOIRS

Thibault Damour

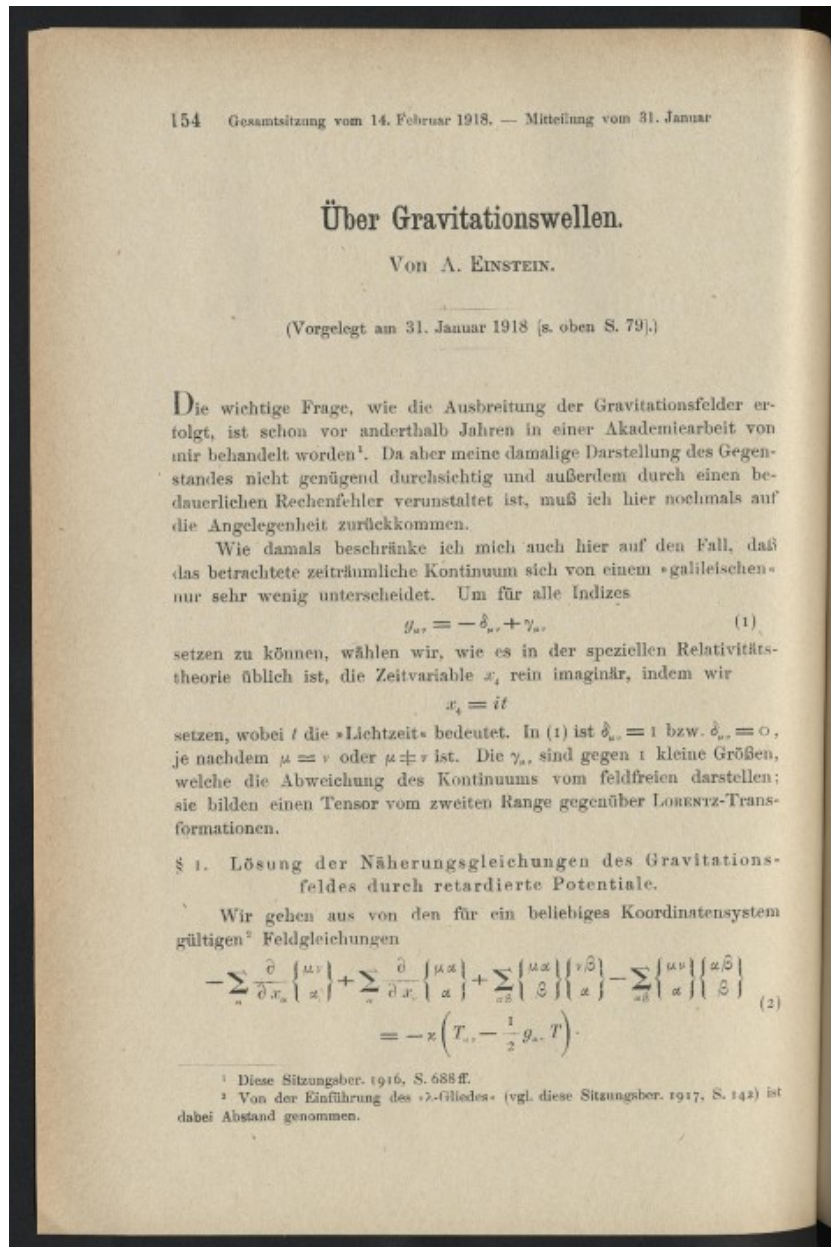


Institut des Hautes Etudes Scientifiques (Bures-sur-Yvette, France)



$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}$$

ONDES GRAVITATIONNELLES: EINSTEIN JUIN 1916, JANVIER 1918



$$g_{ij} = \delta_{ij} + h_{ij}$$

h_{ij} : transverse, traceless and propagates at $v=c$

TROUS NOIRS JANVIER 1916



Karl Schwarzschild

wobei die Hilfsgröße

$$R = (3x_1 + \rho)^{\frac{1}{3}} = (r^3 + \alpha^3)^{\frac{1}{3}}$$

eingeführt ist.

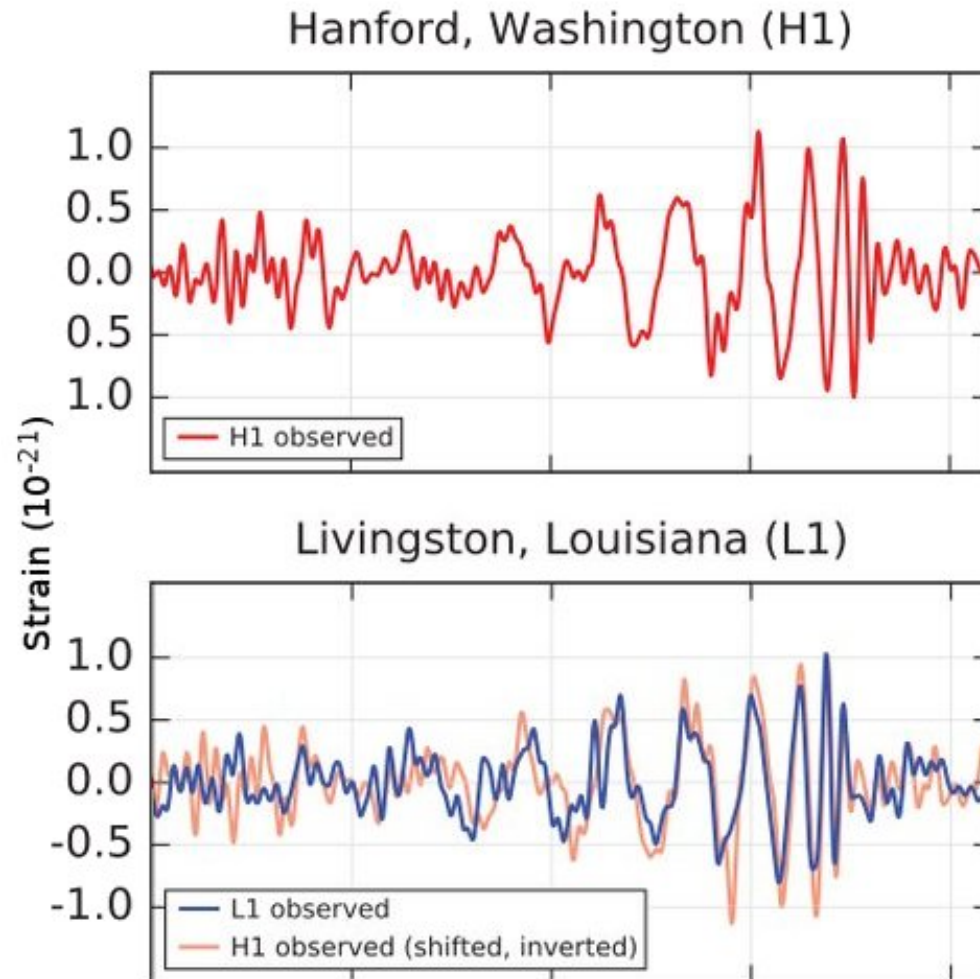
Setzt man diese Werte der Funktionen f im Ausdruck (9) des Linienelements ein und kehrt zugleich zu gewöhnlichen Polarkoordinaten zurück, so ergibt sich das Linienelement, welches die strenge Lösung des EINSTEINschen Problems bildet:

$$ds^2 = (1 - \alpha/R)dt^2 - \frac{dR^2}{1 - \alpha/R} - R^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\phi^2), \quad R = (r^3 + \alpha^3)^{\frac{1}{3}}. \quad (14)$$

Dasselbe enthält die eine Konstante α , welche von der Größe der im Nullpunkt befindlichen Masse abhängt.



adLIGO: 14 SEPT 2015 GW150914



AN DIE KULTURWELT!

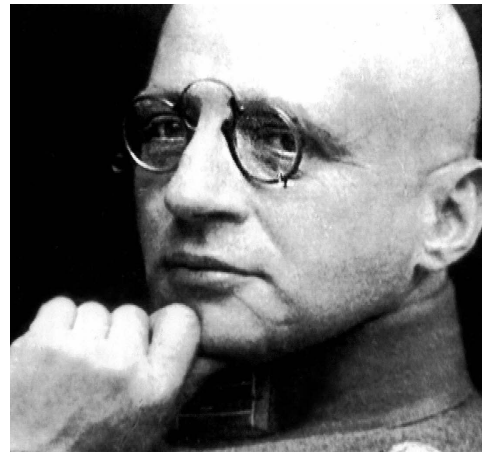
Wir als Vertreter deutscher Wissenschaft und Kunst erleben vor der gesamten Kulturwelt Protest gegen die Lügen und Verleumdungen, mit denen unsere Feinde Deutschlands reine Sache in dem ihm aufgezwungenen schweren Daseinskampfe zu beschuldern trachten. Der offene Mund der Ereignisse hat die Ausbreitung erschütterter deutscher Niederlagen widerlegt. Um so eifriger arbeitet man jetzt mit Entstellungen und Verdrängungen. Gegen sie erleben wir laut unsere Stimme. Sie soll die Verkünderin der Wahrheit sein.

Es ist nicht wahr, daß Deutschland diesen Krieg verschuldet hat. Weder das Volk hat ihn gewollt noch die Regierung noch der Kaiser. Von deutscher Seite ist das Äußerste geschehen, ihn abzuwenden. Dafür liegen der Welt die urkundlichen Beweise vor. Oft genug hat Wilhelm II. in den 26 Jahren seiner Regierung sich als Schirmherr des Weltfriedens erwiesen; oft genug haben selbst unsere Gegner dies anerkannt. Ja, dieser nämliche Kaiser, den sie jetzt einen Atilla zu nennen wagen, ist jahrzehntlang wegen seiner unerschütterlichen Friedensliebe von ihnen verspottet worden. Erst als eine schon lange an den Grenzen lauernde Übermacht von drei Seiten über unser Volk herfiel, hat es sich erheben wie ein Mann.

Es ist nicht wahr, daß wir freventlich die Neutralität Belgiens verletzt haben. Nachweislich waren Frankreich und England zu ihrer Verletzung entschlossen. Nachweislich war Belgien damit einverstanden. Selbstvernichtung wäre es gewesen, ihnen nicht zuzurufen.

Es ist nicht wahr, daß eines einzigen belgischen Bürgers Leben und Eigentum von unseren Soldaten angestraft worden ist, ohne daß die bitterste Notwehr es gelost. Denn wieder und immer wieder, allen Mahnungen zum Trotz, hat die Bevölkerung sie aus dem Hinterhalt beschossen, Verwundete verstümmelt, Ärzte bei der Ausübung ihres Samariterwerkes ermordet. Man kann nicht nichtethischer fälschen, als wenn man die Verbrechen dieser Menschensoldaten verschweigt, um die gerechte Strafe, die sie erlitten haben, den Deutschen zum Verbrechen zu machen.

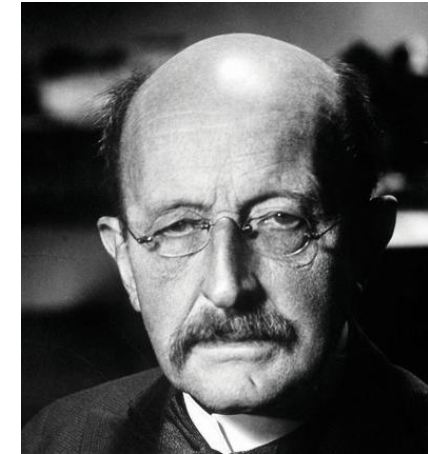
Es ist nicht wahr, daß unsere Truppen brutal gegen Löwen gewüthet haben. An einer massiven Eisenwächterschaft, die sie im Quartier heimtücklich überfiel, haben sie durch Beschädigung eines Teils der Stadt schweren Herzens Vergeltung üben müssen. Der größte Teil von Löwen ist erhalten geblieben. Das belgische Rathaus steht gänzlich unversehrt. Mit Selbstaufopferung haben unsere Soldaten es vor den Flammen bewahrt. — Sollten in diesem furchtbaren Kriege Kunstwerke zerstört



Fritz Haber



Walter Nernst



Max Planck

1914-1915



Novembre 1915

14. Dezember
1915
Nr. 50
28. Jahrgang

Berliner

Einzelpreis
des Heftes
25 Pfg.

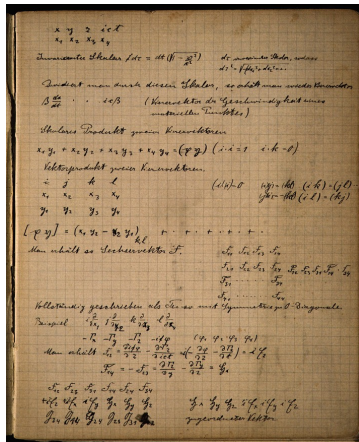
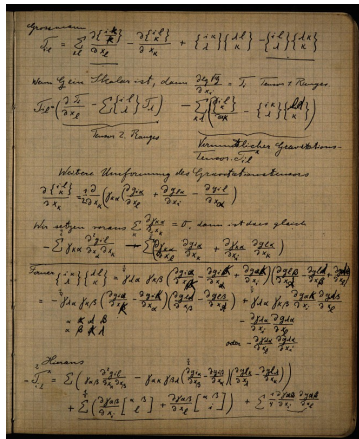
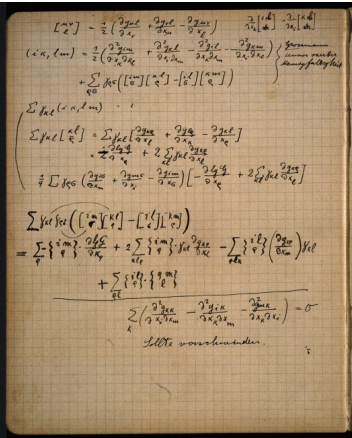
Illustrierte Zeitung

Verlag Ullstein & Co, Berlin SW 68



Eine neue Größe der Weltgeschichte: Albert Einstein, dessen Forschungen eine völlige Umwälzung unserer Naturbetrachtung bedeutet und den Erkenntnissen eines Kopernikus, Kepler und Newton gleichwertig sind.

Phot. Susse Bjrk.



844 Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse vom 25. November 1915

Die Feldgleichungen der Gravitation.

VON A. EINSTEIN.

In zwei vor kurzem erschienenen Mitteilungen¹ habe ich gezeigt, wie man zu Feldgleichungen der Gravitation gelangen kann, die dem Postulat allgemeiner Relativität entsprechen, d. h. die in ihrer allgemeinen Fassung beliebigen Substitutionen der Raumzeitvariablen gegenüber kovariant sind.

Der Entwicklungsgang war dabei folgender. Zunächst fand ich Gleichungen, welche die Newtonsche Theorie als Näherung enthalten und beliebigen Substitutionen von der Determinante g gegenüber kovariant waren. Hierauf fand ich, daß diesen Gleichungen allgemein kovariante entsprechen, falls der Skalar des Energietensors der »Materie« verschwindet. Das Koordinatensystem war dann nach der einfachen Regel zu spezialisieren, daß $\sqrt{-g}$ zu 1 gemacht wird, wodurch die Gleichungen der Theorie eine eminente Vereinfachung erfahren. Dabei mußte aber, wie erwähnt, die Hypothese eingeführt werden, daß der Skalar des Energietensors der Materie verschwinde.

Neuerdings finde ich nun, daß man ohne Hypothese über den Energietensor der Materie auskommen kann, wenn man den Energietensor der Materie in etwas anderer Weise in die Feldgleichungen einsetzt, als dies in meinen beiden früheren Mitteilungen geschehen ist. Die Feldgleichungen für das Vakuum, auf welche ich die Erklärung der Perihelbewegung des Merkur gegründet habe, bleiben von dieser Modifikation unberührt. Ich gebe hier nochmals die ganze Betrachtung, damit der Leser nicht genötigt ist, die früheren Mitteilungen unausgesetzt heranzuziehen.

Aus der bekannten RIEMANNSCHEM Kovariante vierten Ranges leitet man folgende Kovariante zweiten Ranges ab:

$$G_{im} = R_{im} + S_{im} \quad (1)$$

$$R_{im} = -\sum_l \frac{\partial \{im\}}{\partial x_l} + \sum_l \{il\} \{mp\} \quad (1a)$$

$$S_{im} = \sum_l \frac{\partial \{il\}}{\partial x_m} - \sum_l \{im\} \left\{ \frac{pl}{l} \right\} \quad (1b)$$

¹ Sitzungsber. XLIV, S. 778 und XLVI, S. 790, 1915.

[1]

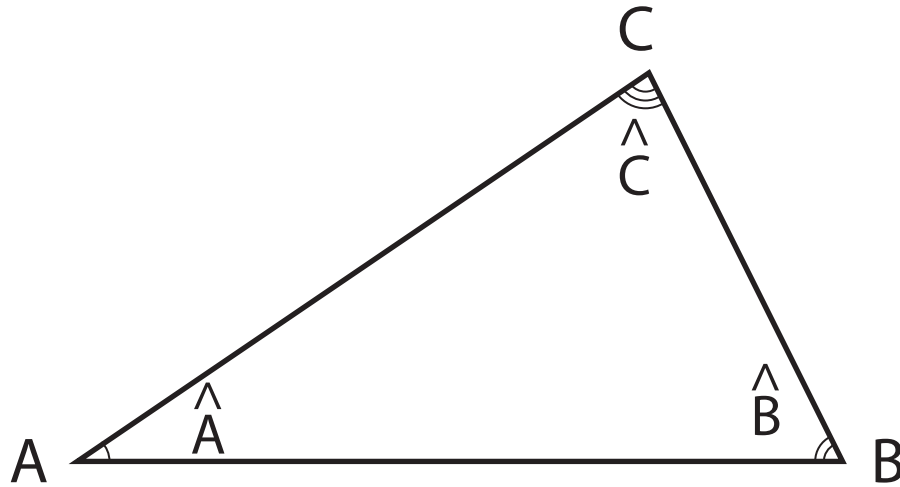
La théorie d'Einstein en une phrase

- L'**Espace-Temps** est une structure **élastique** qui est **déformée** par la présence, en son sein, de **Masse-Énergie**

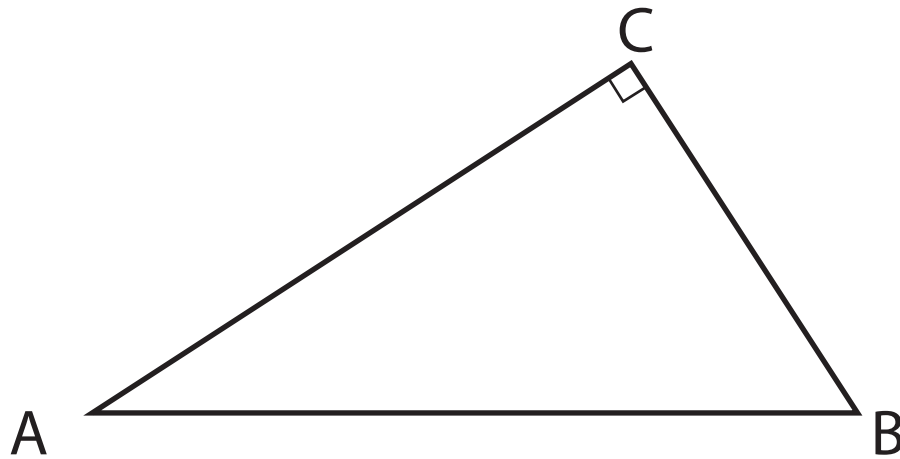
Espace = gelée



Avant Einstein: Espace « non déformé » d'Euclide



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 2 \text{ droits} = \pi$$

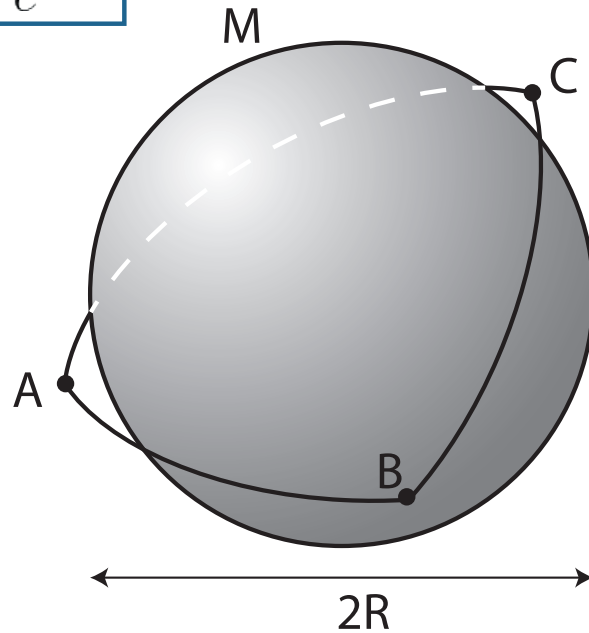


$$AB^2 = AC^2 + CB^2$$

Einstein : espace élastique, déformé par la matière-énergie

Planète, étoile, étoile morte...

$$R_g \equiv \frac{2GM}{c^2}$$



Facteur d'agrandissement des angles

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} \simeq \pi \left(1 + \frac{R_g}{R} \right)$$

Terre : $1 + \frac{1 \text{ cm}}{6400 \text{ km}} \simeq 1.000\,000\,001 \simeq 1 + 10^{-9}$

Soleil : $1 + \frac{3 \text{ km}}{700000 \text{ km}} \simeq 1 + 10^{-6}$

Etoile à neutrons : $1 + \frac{4 \text{ km}}{10 \text{ km}} \simeq 1.4$ 40 %

Trou noir : $\simeq 1 + 1$ 100 %

Ondes Gravitationnelles (OG)

- Einstein 1916, 1918: ondes faibles de déformation élastique de l'espace, c.a.d. ondes de vibration de la gelée-espace



La longue histoire des ondes gravitationnelles (OG): théorie

- Einstein 1916, 1918: rayonnement (quadrupolaire) d'énergie sous forme d'OG faibles;
- Eddington 1922: certaines OG faibles « voyagent à la vitesse de la pensée »
- Eddington 1924: freinage de rayonnement délicat pour systèmes binaires
- Einstein-Rosen 1936: doutes sur l'existence d'OG exactes
- Landau-Lifshitz 1949, Fock 1959 : systèmes binaires OK en première approximation
- Choquet-Bruhat 1952 ... Christodoulou-Klainerman 1993: preuve mathématique de propagation par ondes
- vers 1957: doutes sur la réalité des OG et/ou sur leur capacité à transporter de l'énergie (Infeld, Bondi, Pirani,...)
- Structure à l'infini : ~ 1960 : Bondi, Sachs, Penrose ,...
- Peters-Mathews 1963, Peters 1964: OG et binaire en mouvt elliptique
- Dyson 1963: énorme rayonnement final de binaires compactes
- années 70: développements théoriques suscités par l'annonce de Weber
- années 80: développements théoriques suscités par l'annonce de Taylor
- années 90: développements théoriques suscités par la construction de LIGO/Virgo/....

Einstein-Rosen 1936 et Phys Rev D

DO GRAVITATIONAL WAVES EXIST?

83

Wir (Herr Rosen und ich) hatten Ihnen
unser Manuskript zur Publikation gesandt
und ^{Sie} ersucht autorisiert, dasselbe Fachleuten
zu zeigen, bevor es gedruckt ist. Auf
die (ihrerseits irrtdämlichen) Ausführungen
Ihres anonymer Gewährsmannes geht einzu-
gehen sehe ich keine Veranlassung.
Auf Grund des Vorkommnisses ziehe ich es vor
~~ich sehe mich durch dies Vorkommnis~~
veranlasst, die Arbeit anderweitig
zu publizieren.

Mit vory. G.

P. S. Herr Rosen, der nach Soviet-Russland
abgereist ist, hat mich autorisiert, alle
~~die Publikation betreffende Schritte~~
hier in dieser Sache zu vertreten.

Figure 5.2. Einstein's indignant letter to Tate, the editor of the *Physical Review*.
(Courtesy Hebrew University of Jerusalem)

La longue histoire des OG: expérience

Joseph Weber (1919-2000)

Construit des détecteurs d'OG dès ~ 1960

General Relativity and Gravitational Waves
(Interscience Publishers, NY, 1961)

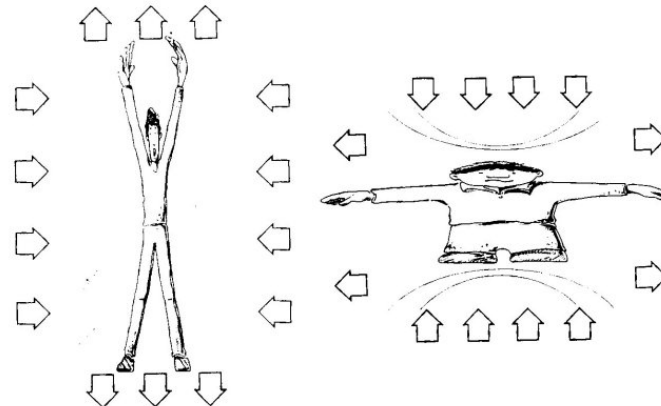
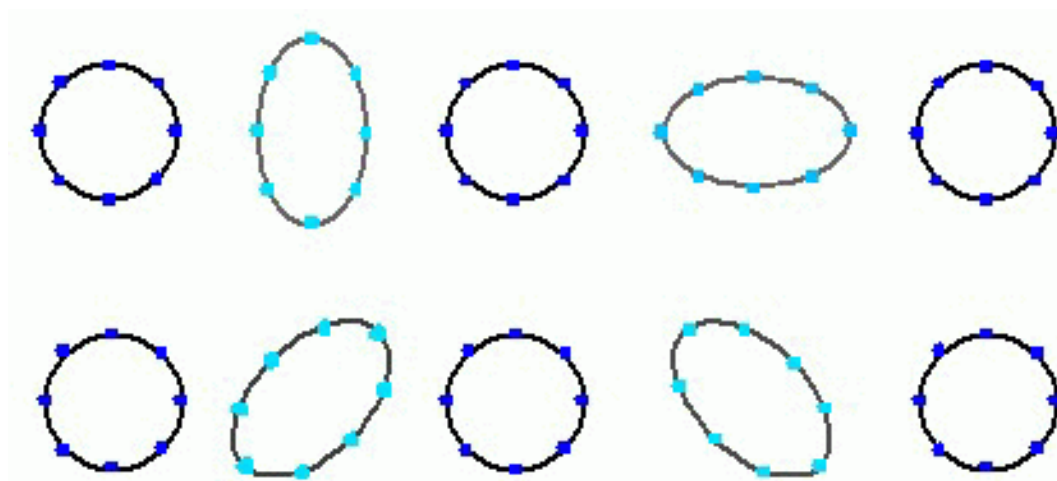
$$\frac{\delta L}{L} \approx h_{ij} n^i n^j$$



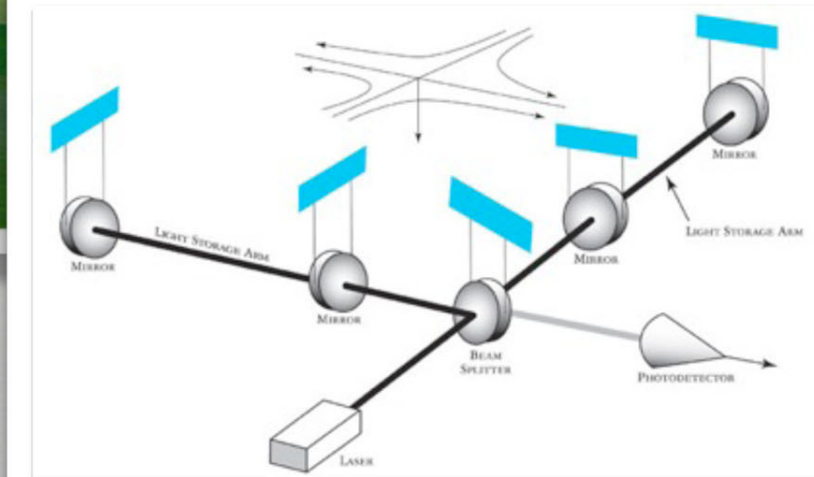
Gravitational Waves: two helicity states $s=\pm 2$

Massless, two helicity states $s=\pm 2$,
i.e. two Transverse-Traceless (TT) tensor polarizations propagating at $v=c$

$$h_{ij} = h_+(x_i x_j - y_i y_j) + h_\times (x_i y_j + y_i x_j)$$



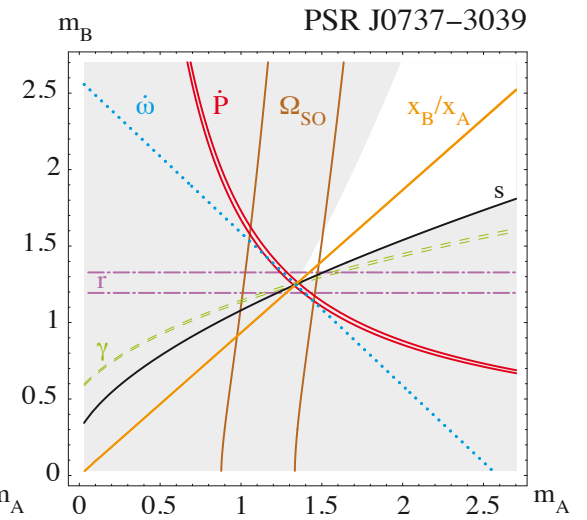
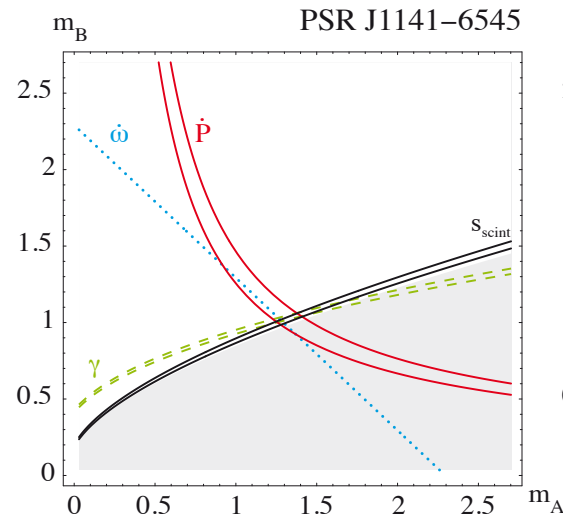
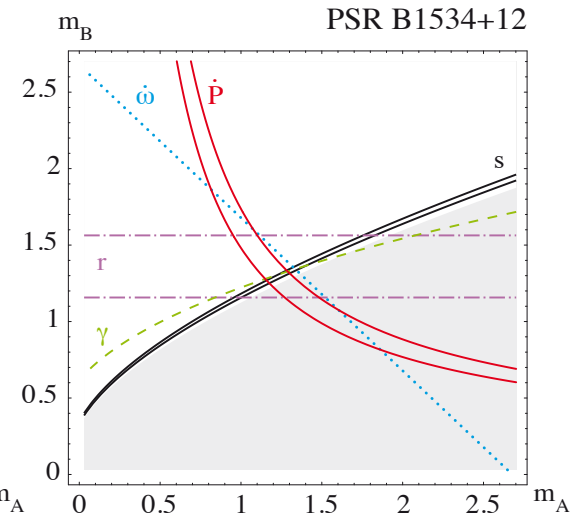
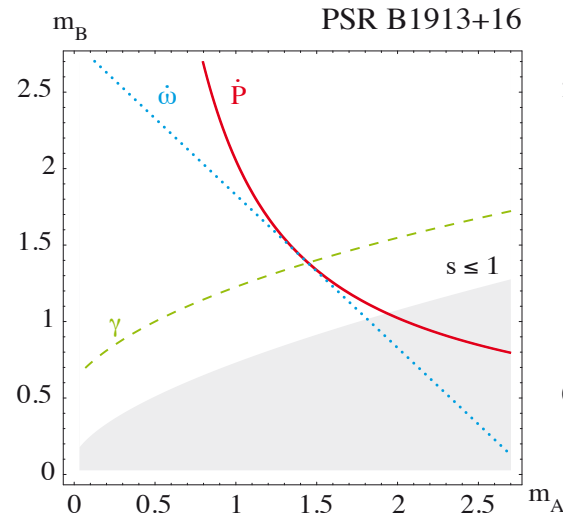
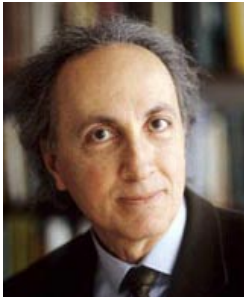
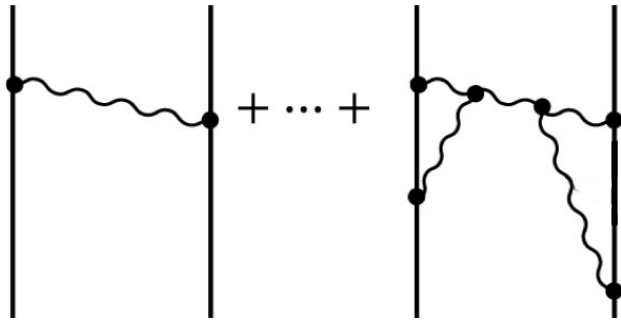
LASER INTERFEROMETER GW DETECTORS



La preuve par le(s) pulsar(s) binaire(s): Taylor et al.



Preuve directe que la gravitation se propage par ondes: Effet Laplace-Eddington



L'histoire accidentée des trous noirs

- Décembre 1915 : solution exacte trouvée par **Karl Schwarzschild** (= bouclier noir !)

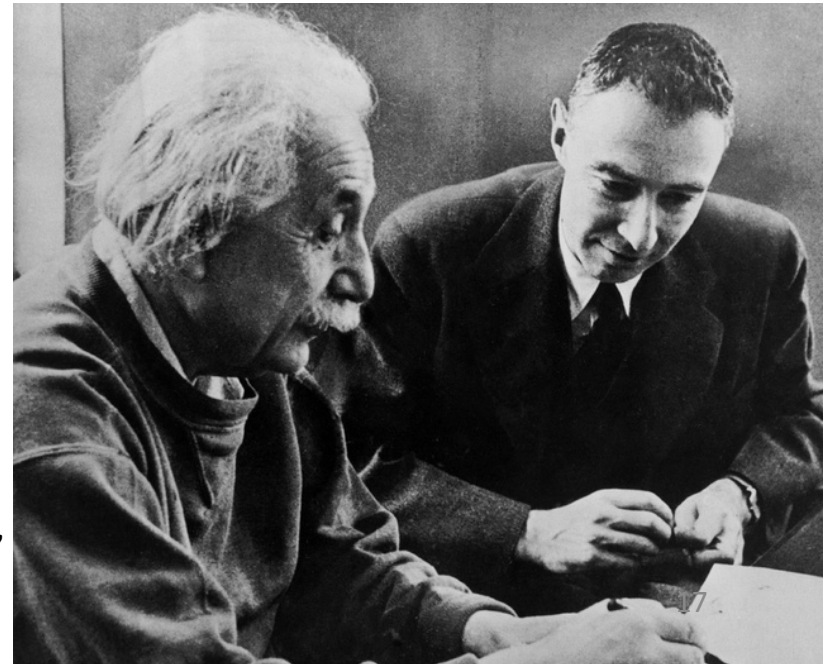
$$ds^2 = - \left(1 - \frac{R_g}{r} \right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{1 - R_g/r} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

- « Rayon gravitationnel » : $R_g = \frac{2GM}{c^2}$

$$\text{Soleil } R_g^\odot \simeq 3 \text{ km} \quad ; \quad \text{Terre } R_g^\oplus \simeq 1 \text{ cm}$$

- ? Condenser la masse du Soleil dans: $R_g^\odot \simeq 3 \text{ km} \rightarrow$ densité $\simeq 2 \times 10^{16} \text{ g/cm}^3$!
La masse d'une montagne dans chaque dé à coudre ; cent fois plus grand que la densité nucléaire

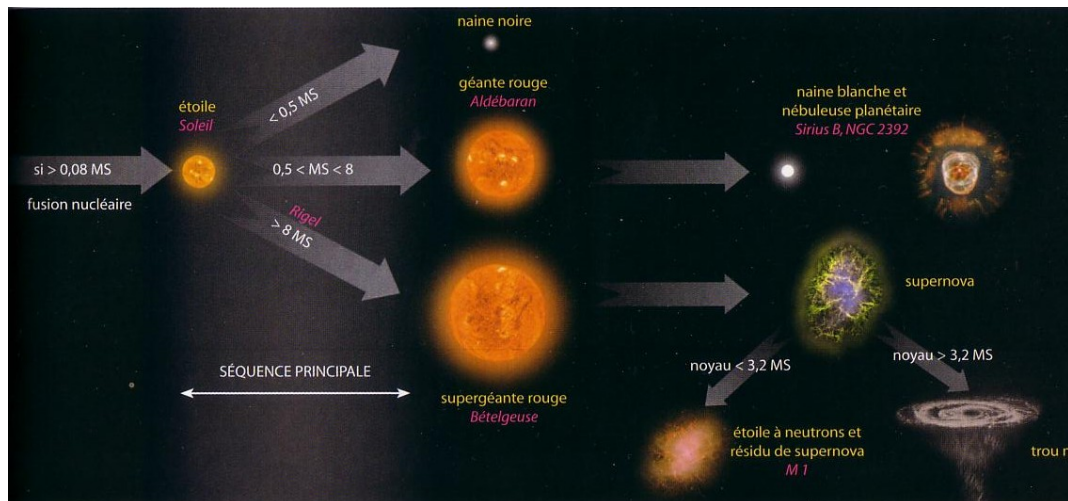
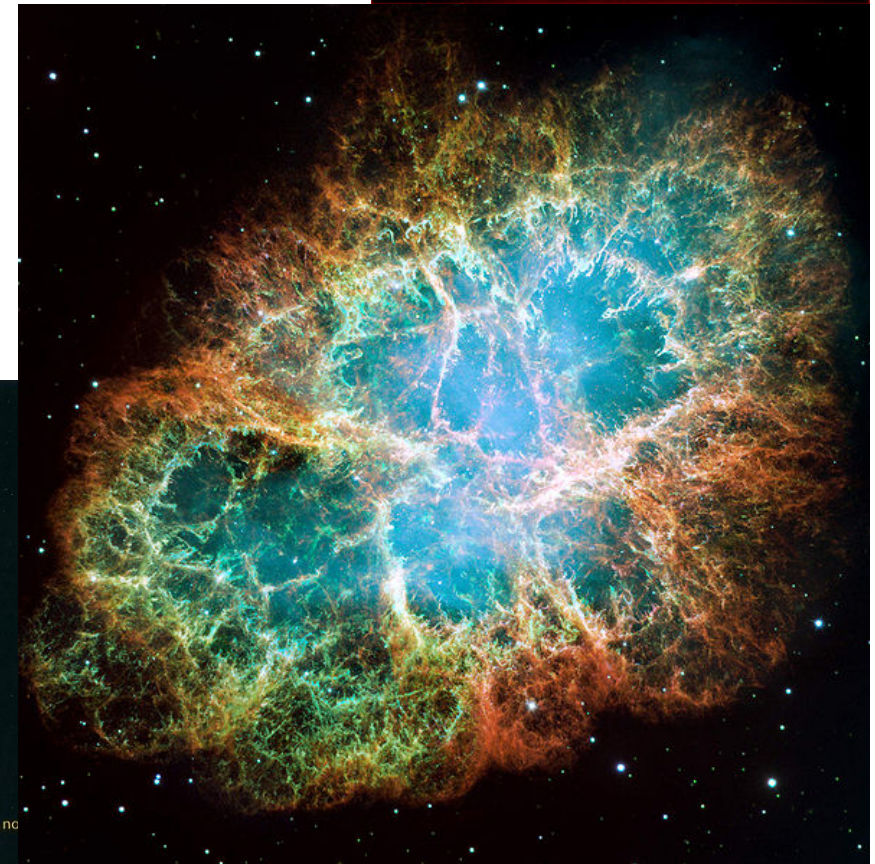
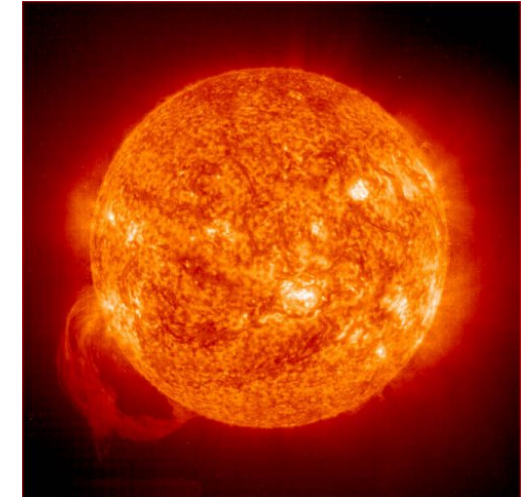
- Une conséquence de la théorie de la Relativité Générale qui est restée **voilée** pendant longtemps
- Concept inventé par **Oppenheimer et Snyder** en juillet 1939
- Pris au sérieux, et développé seulement à partir de 1967-1969 par Doroshkevich-Zel'dovich-Novikov, Israel, Wheeler, Penrose, ...



Naissance vie et mort des étoiles

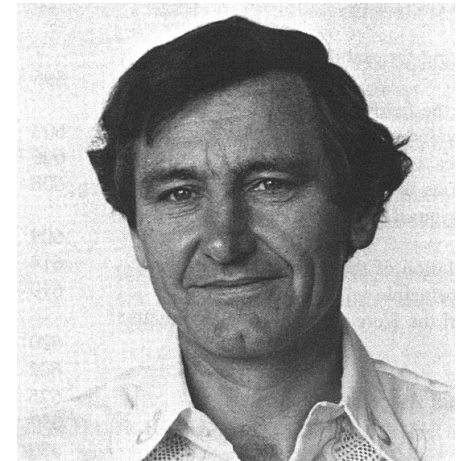
Long processus de compréhension :

- 1920-1939 Source d'énergie des étoiles :
 $E=mc^2$, fusion nucléaire (Eddington, Bethe)
- 1932 Découverte du neutron (Chadwick)
Physique nucléaire
Carburant nucléaire limité
- Etats finals possibles des étoiles :
Supernovae (Crabe 4 juillet 1054),
étoiles mortes
(naines blanches, étoiles à neutrons, trous noirs)



Développements théoriques et découvertes observationnelles qui ont permis l'émergence du concept

- 1910 « Naines blanches »: densité : M_{\odot} dans $R_{\oplus} \rightarrow 10^6 \text{ g/cm}^2$
- 1926 **Relativité Restreinte + Mécanique Quantique + Principe d'Exclusion**
théorie de la matière relativiste fermionique froide (Fowler 1926) \rightarrow
- 1929-35 **masse limite** des naines blanches (Chandrasekhar, Landau)
- 1934 Concept d'étoiles à neutrons ([Landau], Baade-Zwicky) densité d'une étoile à neutrons : M_{\odot} dans 10 km \rightarrow densité $\sim 10^{14} \text{ g/cm}^3 \sim \rho_{\text{nucl}}$
- 1939 Oppenheimer-Volkoff : étoiles à neutrons en Relativité Générale : **masse limite** des étoiles à neutrons
- **juillet 1939 Oppenheimer-Snyder** : les étoiles trop massives pour « finir leur vie » en étoiles à neutrons, s'effondrent sur elles-mêmes, jusqu'à ce que la lumière émise par l'étoile ne parvienne alors plus à l'extérieur $R_* < R_g$;
- 1963 **Quasars** \rightarrow Existence de trous noirs supermassifs ?
- 1963 solution exacte de **Roy Kerr** (généralisant Schwarzschild)
- 1967 **Pulsars**
- 1968 Pulsar du Crabe : existence des étoiles à neutrons
- 1968 le nom « black hole » est inventé (Wheeler)
- 1969 vision spatio-temporelle globale du trou noir (**Penrose**)
- 1970 sources X binaires \rightarrow existence de trous noirs de 10 M_{sun}
- 1973 [1963] sursauts gamma



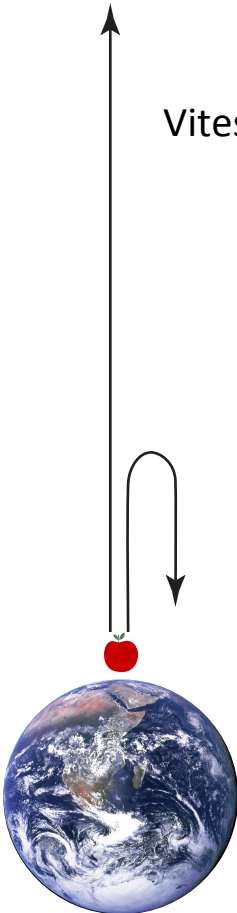
Définition d'un trou noir

Définition naïve :

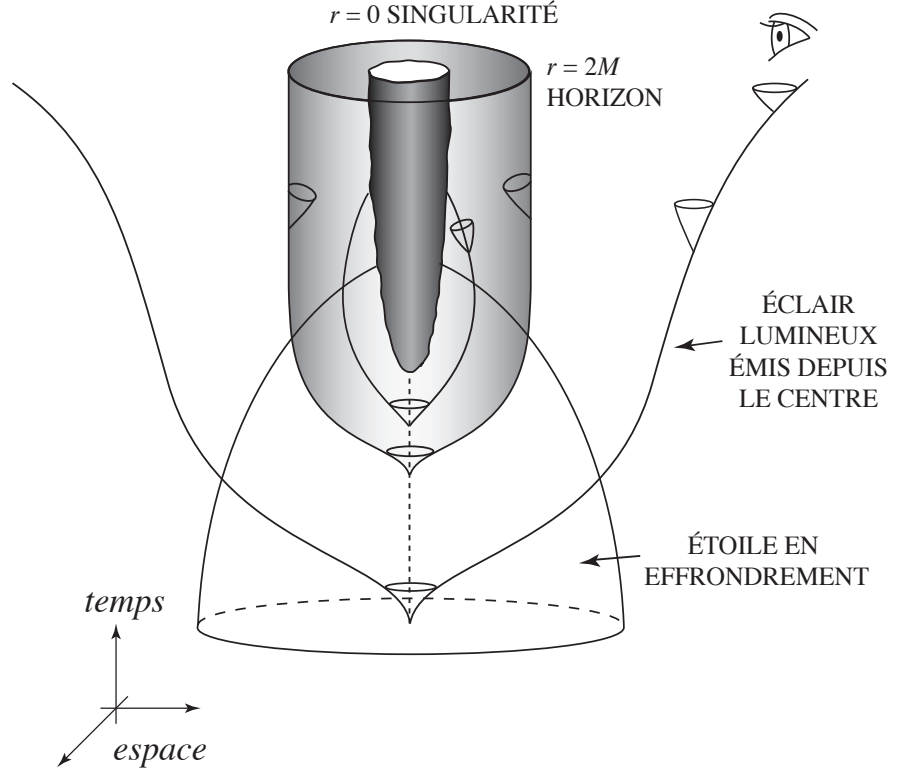
Vitesse de libération \geq vitesse de la lumière

rayon \rightarrow $R \leq R_g \equiv \frac{2GM}{c^2}$ \leftarrow masse

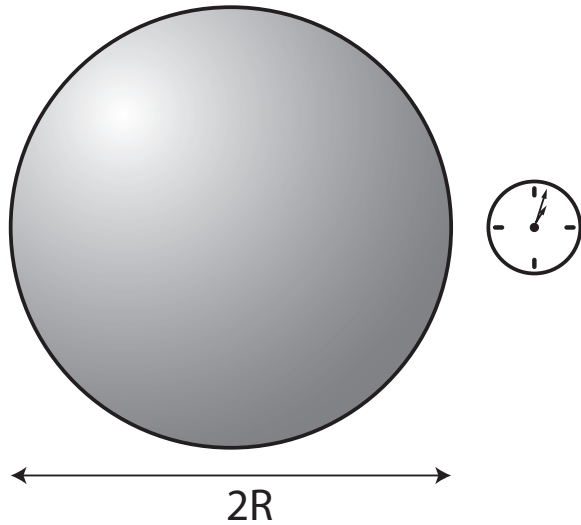
constante de la gravitation $F = G \frac{m_1, m_2}{r^2}$ \leftarrow vitesse de la lumière



Vraie définition : diagramme d'espace-temps



Einstein : temps élastique, déformé par la matière-énergie



Facteur de ralentissement du temps

$$T_{\text{surface}} = \sqrt{1 - \frac{R_g}{R}} \quad T_{\text{loin}} \quad \text{clock icon}$$

Terre : $\simeq 1 - 10^{-9}$

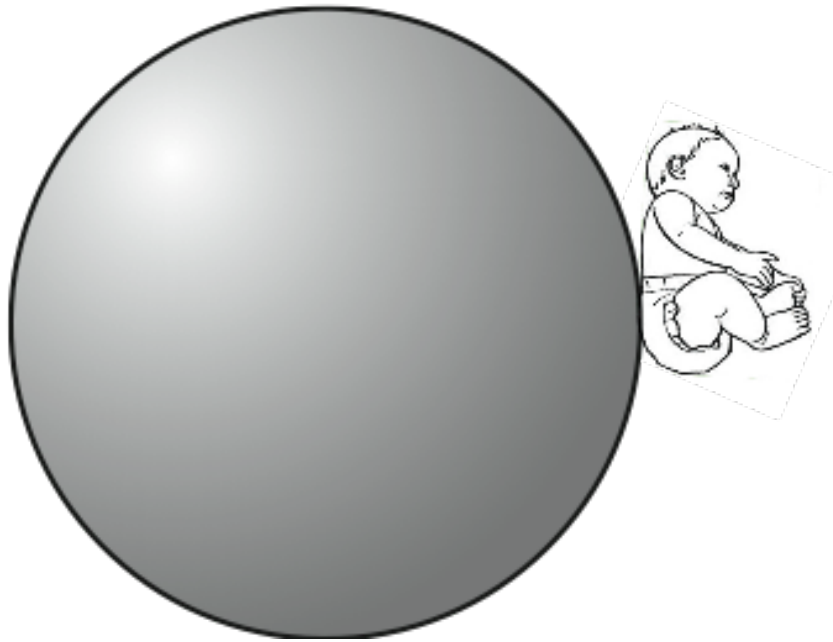
Soleil: $\simeq 1 - 10^{-6}$

Etoile à neutrons: $\simeq \sqrt{1 - 0.4} = 0.77$ - 23 %

Trou noir : $= \sqrt{1 - 1} = 0$ - 100 %

Jumeaux et trou noir

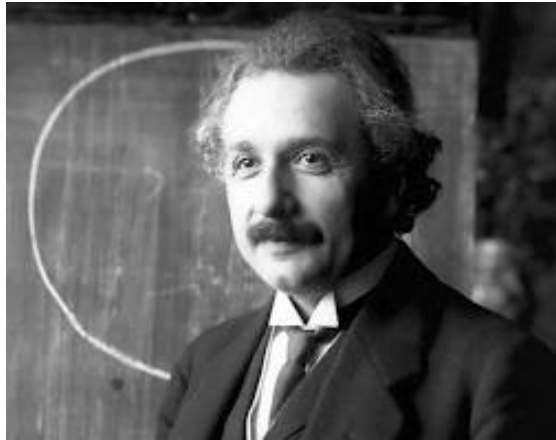
Temps gelé à la surface du trou noir



Le bloc Espace-Temps einsteinien



H. Poincaré

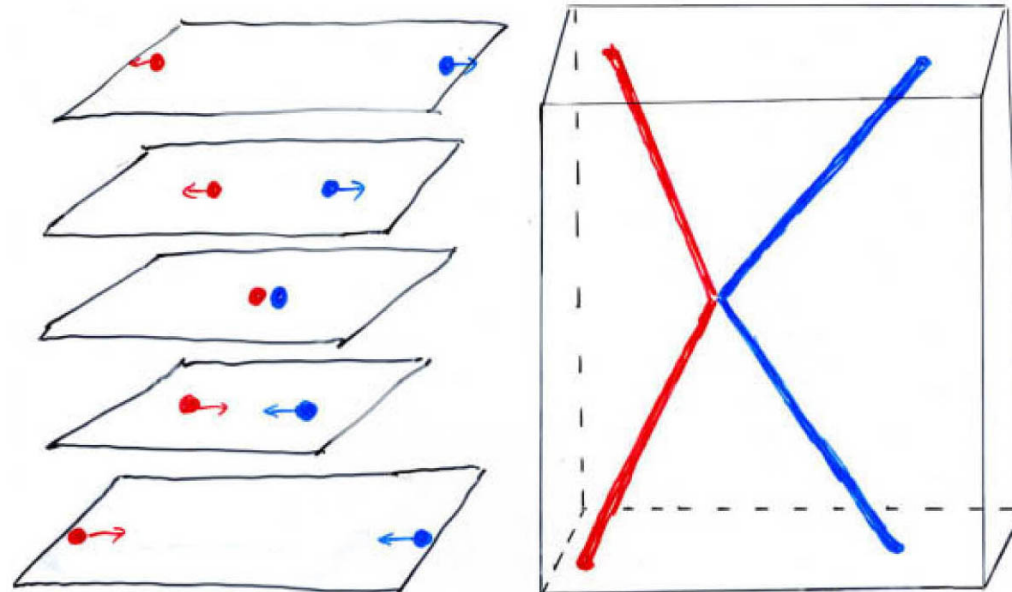


A. Einstein

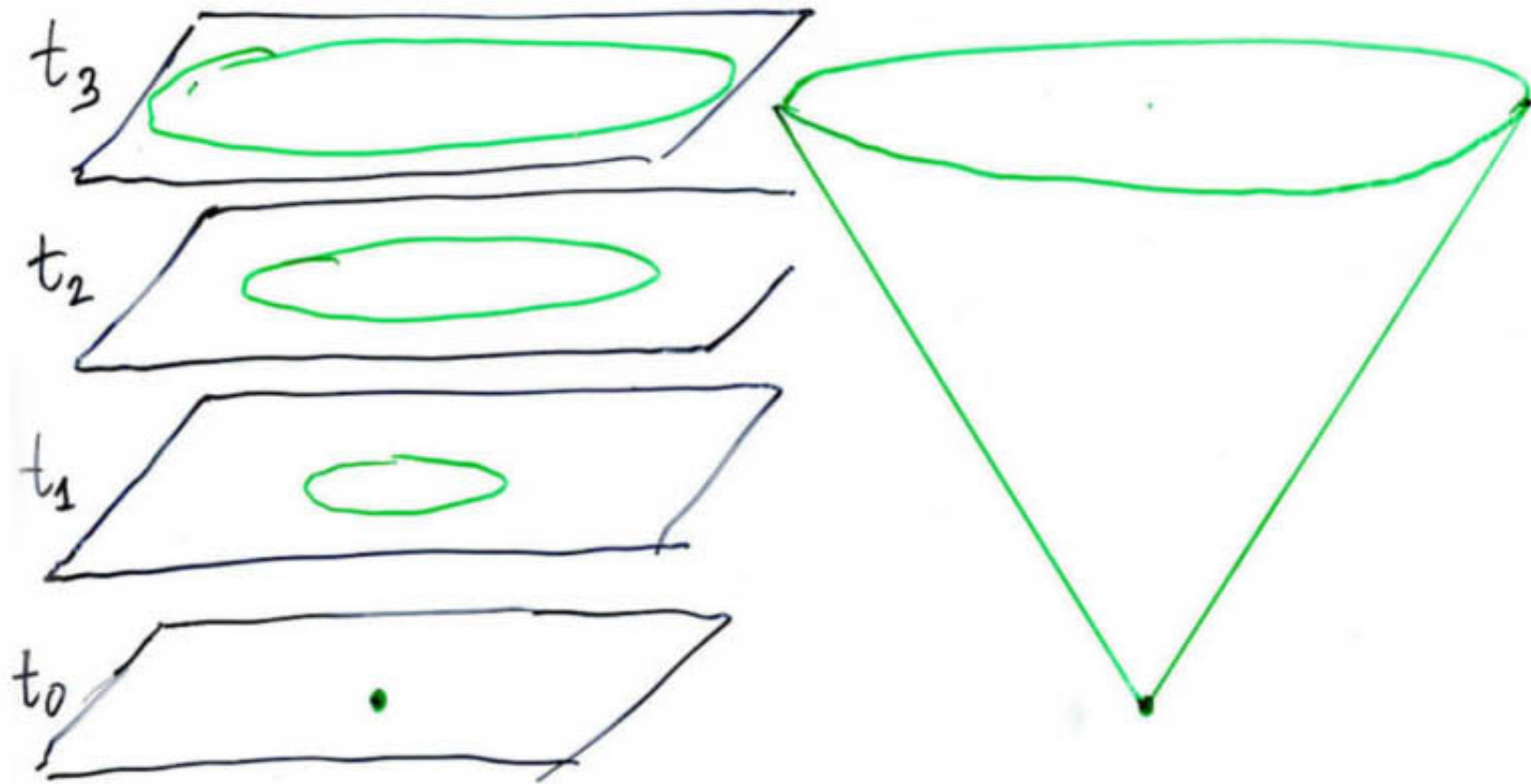


H. Minkowski

ESPACE + TEMPS \rightarrow ESPACE-TEMPS

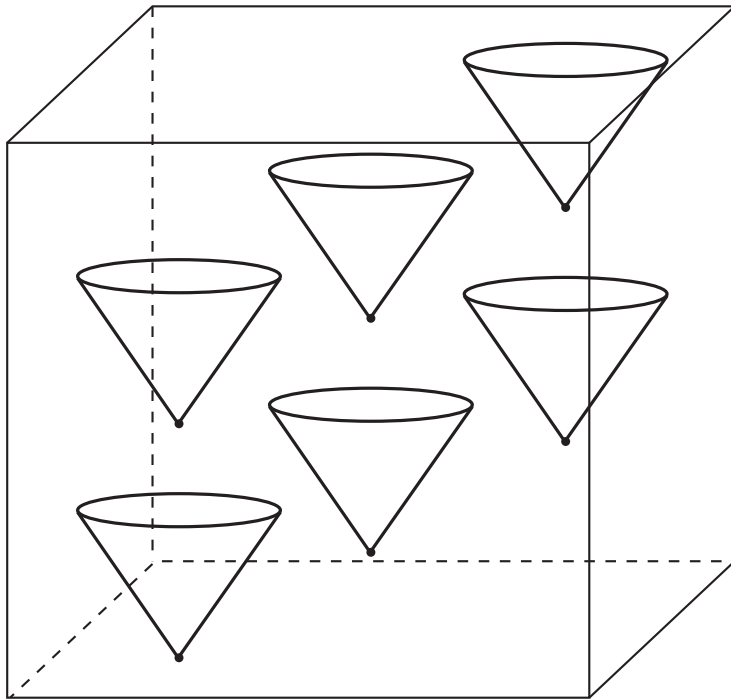


Le cône de lumière

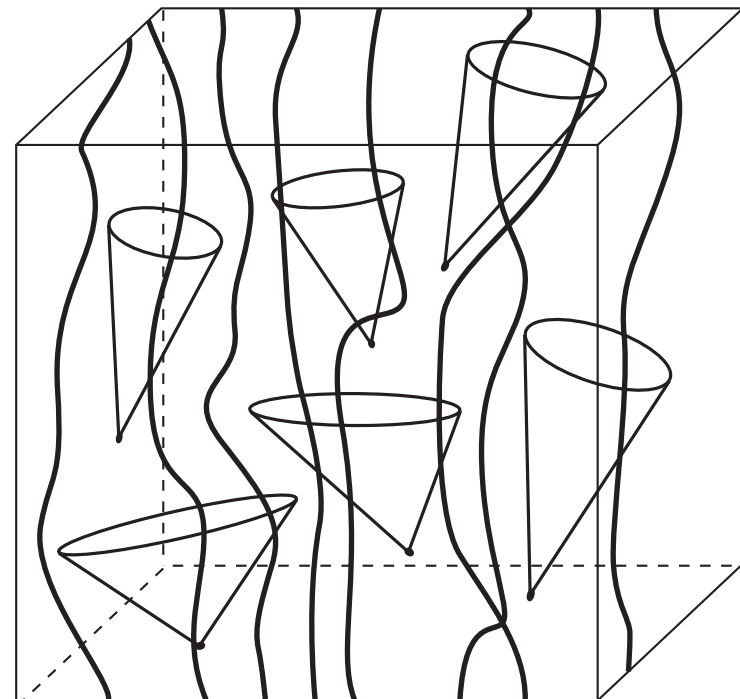


Espace-Temps élastique de la Relativité Générale

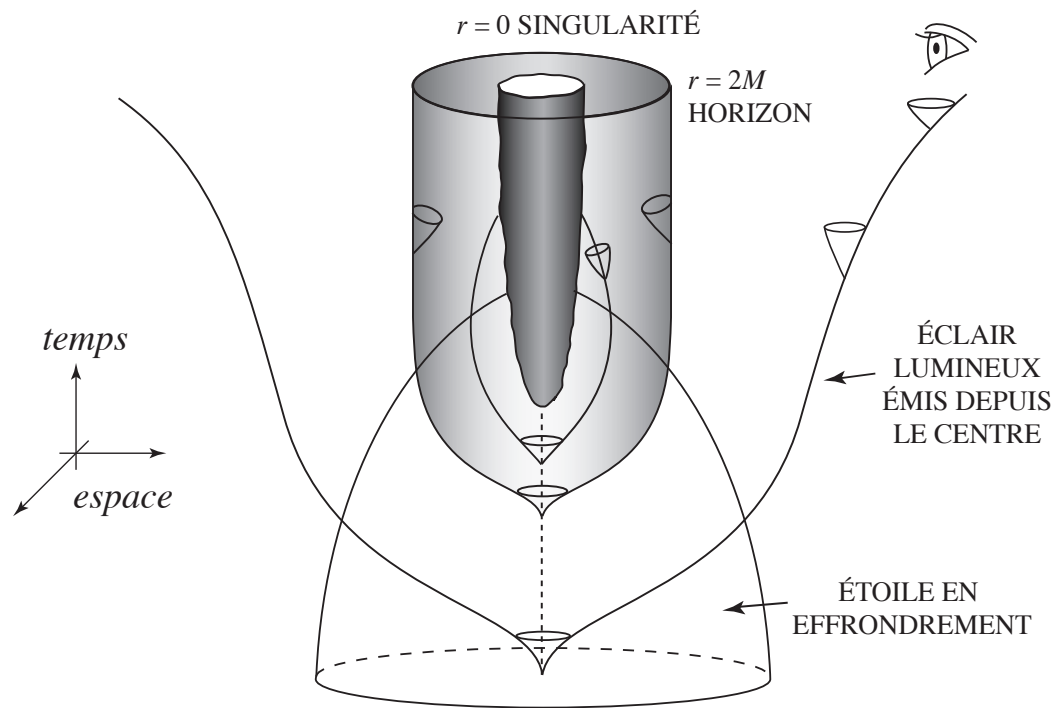
Relativité Restreinte



Relativité Générale



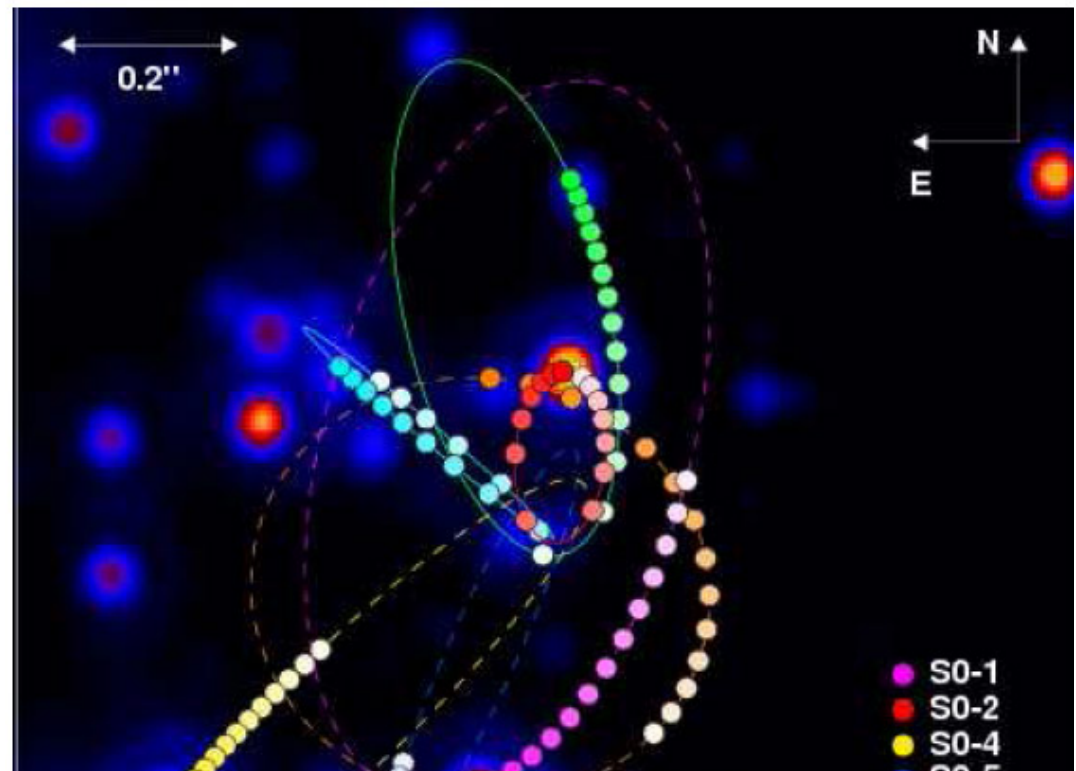
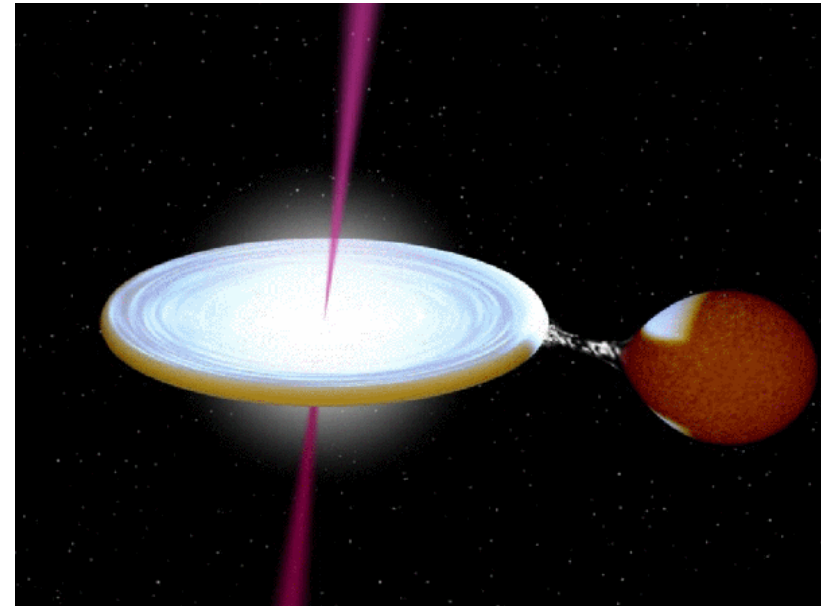
Effondrement d'une étoile et formation d'un trou noir



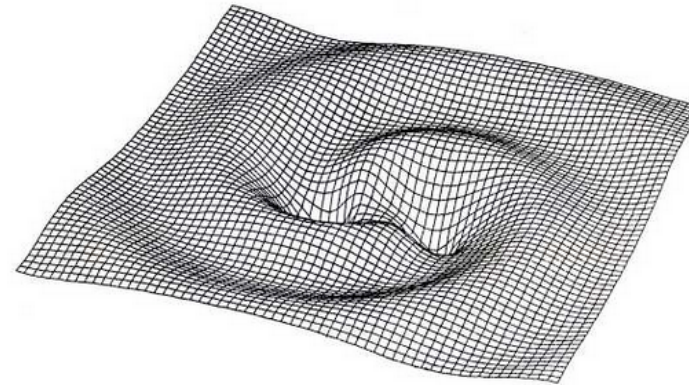
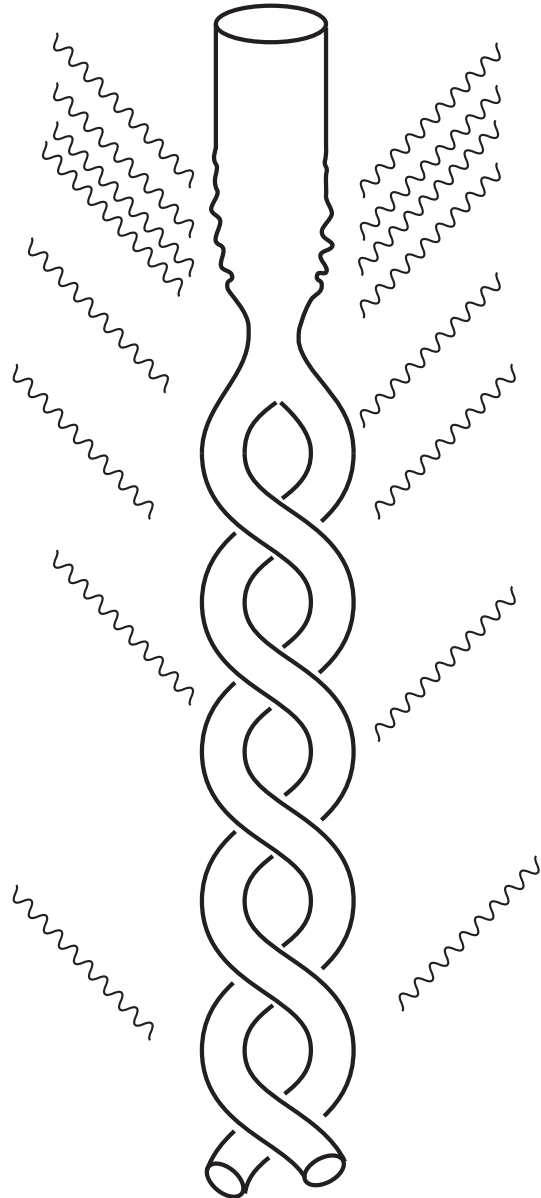
- rien ne peut sortir de l'intérieur du trou noir (zone grisée) : ni lumière, ni matière, ni information
- la surface du trou noir (ou "horizon") est une bulle de lumière qui, localement, se déplace vers l'extérieur à la vitesse de la lumière, mais qui, globalement fait du "sur-place"
- le développement temporel de la région intérieure est limité et se termine par un bord d'espace-temps (gris foncé) où l'espace-temps cesse d'exister : un "big crunch" où la toile espace-temps se déchire

Les trous noirs en astrophysique

- Les étoiles évoluent en brûlant leur carburant nucléaire. Les générations passées d'étoiles très massives ont dû former des trous noirs (plus massifs que 3 Soleils).
- **Sources X binaires** dans notre Galaxie.
Trou noir entouré d'un **disque de gaz très chaud**
- Trous noirs supermassifs dans des **noyaux actifs de galaxies**
- Trou noir de quatre millions de masses solaires au **centre de notre Galaxie** (Genzel)



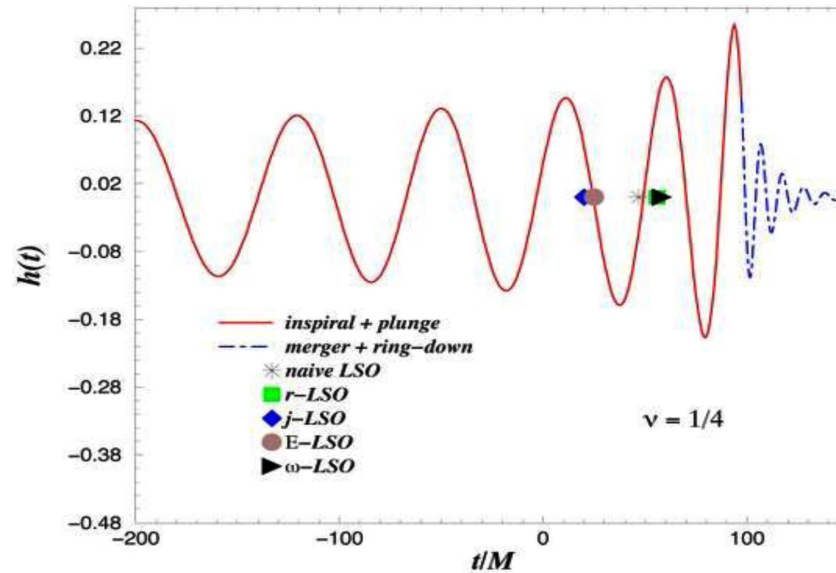
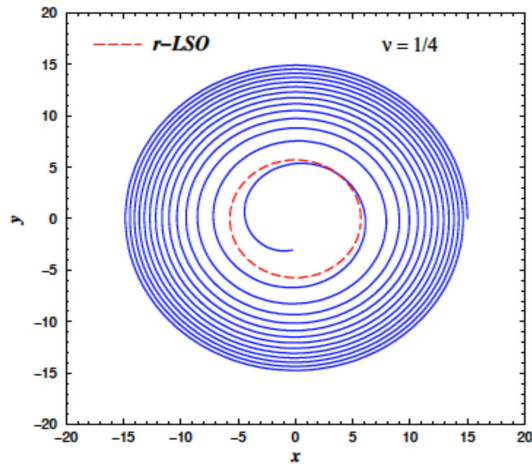
Trous noirs binaires et OG



- Le freinage corrélé aux OG dans une binaire de trous noirs (TN) fait se rapprocher petit à petit les deux jusqu'à leur coalescence finale. Dans cette coalescence, les deux trous noirs fusionnent pour former un trou noir plus gros.
- Tout ce processus émet un train d'OG quasi-sinusoidal finissant peu après la fusion.

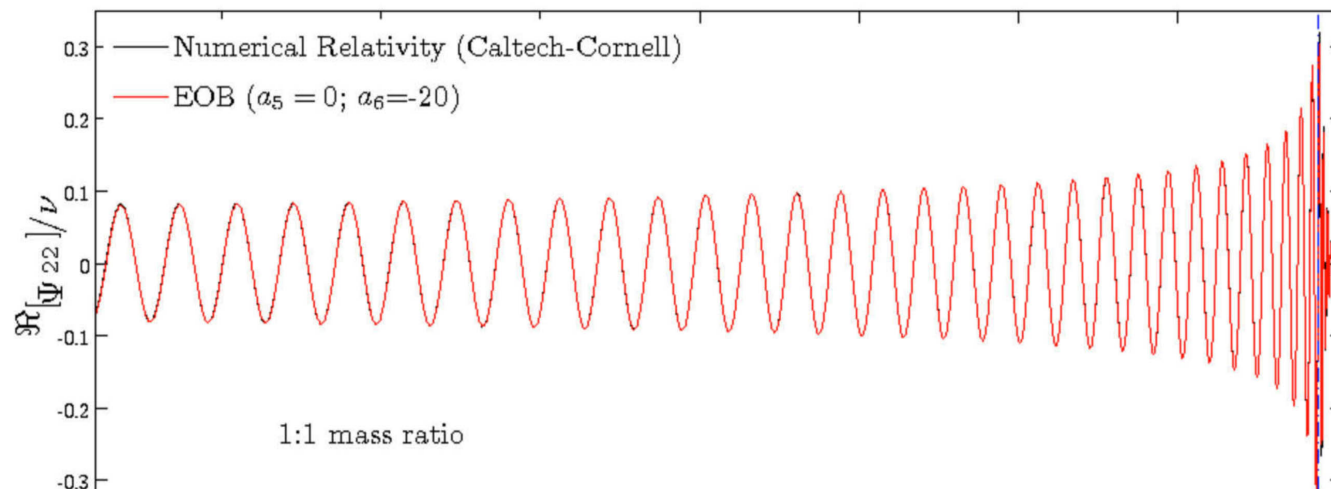
Calcul analytique et numérique du signal d'OG

Analytique: Effective One Body (EOB) (Buonanno-Damour 1999, 2000 ; Damour-Jaranowski-Schäfer 2000, Damour 2001) **Resommation** des résultats perturbatifs → description de la coalescence et du ringdown (Vishveshwara 70, Davis-Ruffini-Tiomno 1977)



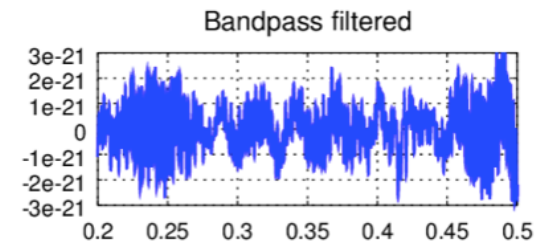
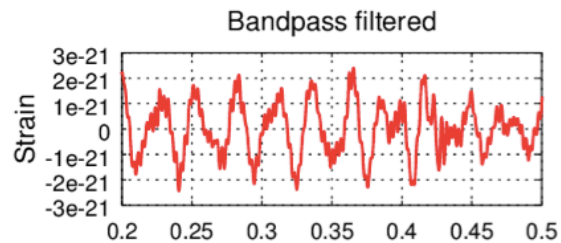
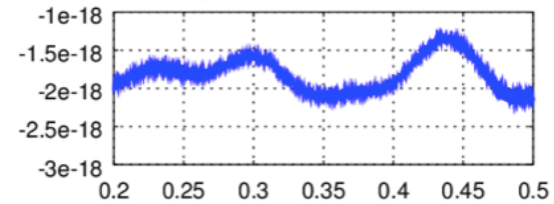
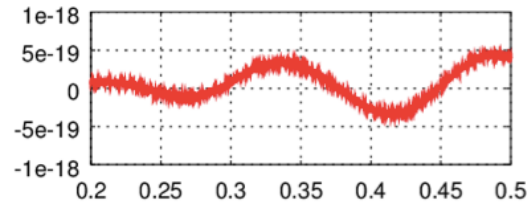
Numérique

(Pretorius 2005, Campanelli et al 2006, Baker et al 2006, ..., Caltech-Cornell)

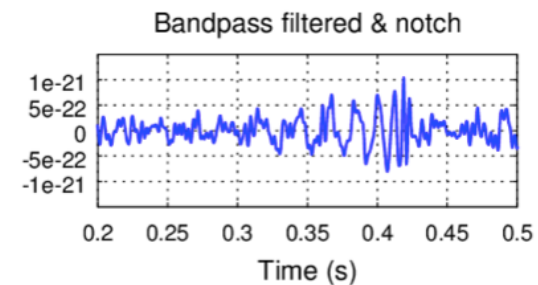
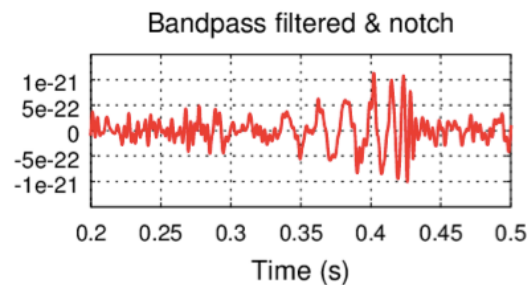


LGW150914: Un signal incroyablement petit et perdu dans le bruit

$h(t)$



÷ 500



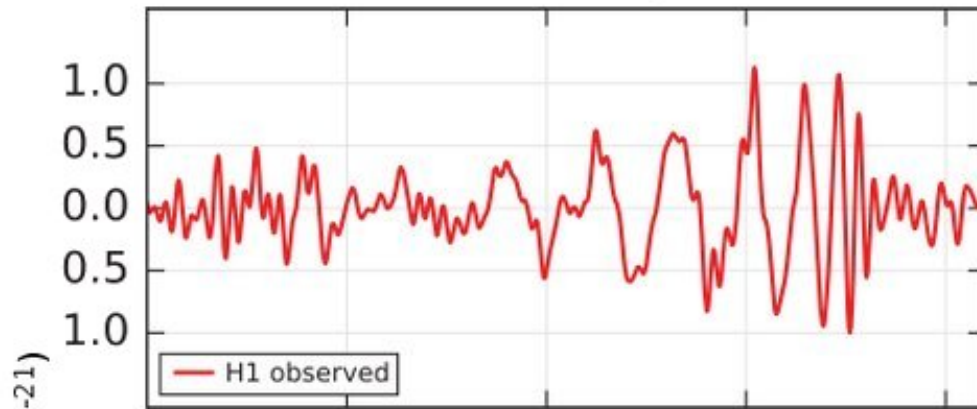
Chassande-Mottin,
Acad Sciences, 5 avril
2016

Deux niveaux de recherche du signal:

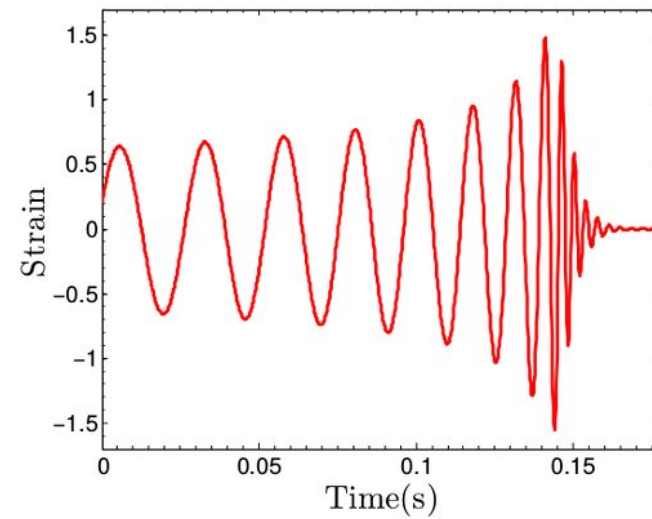
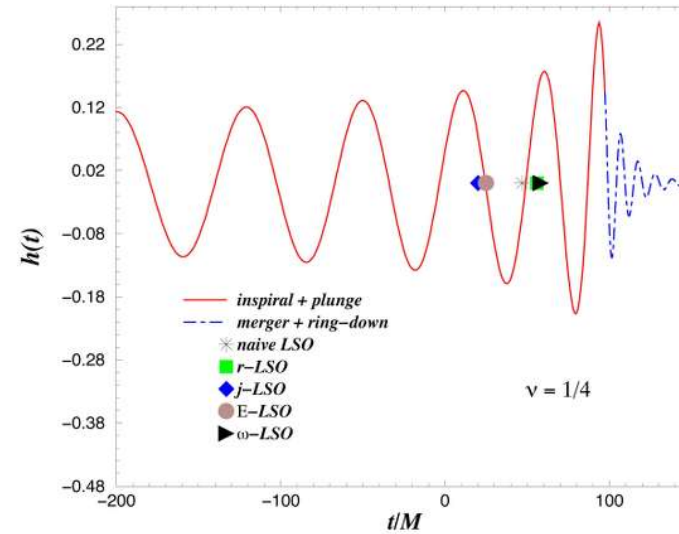
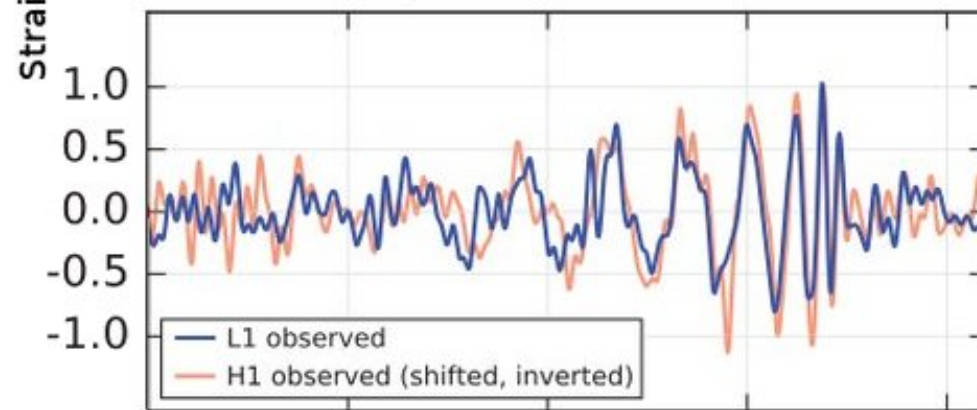
1. Analyse temps-fréquence
2. Gabarits adaptés au signal théorique

GW150914 vs EOBNR-IHES

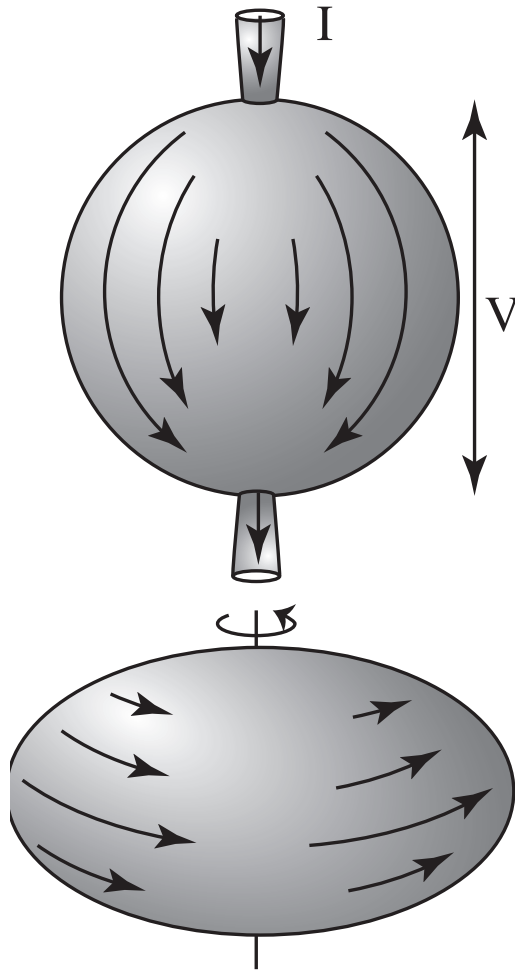
Hanford, Washington (H1)



Livingston, Louisiana (L1)



Physique des trous noirs



- GW150914 marque la naissance d'une nouvelle astronomie; bientôt sans doute une détection par jour (Belczynski et al 2010)

- La découverte d'une fusion de deux trous noirs est l'un des aspects les plus importants de cette observation. On pourra bientôt confirmer encore plus profondément qu'avec les pulsars binaires la validité de la RG « en champ fort »

- Cela nous donnera des confirmations indirectes des remarquables propriétés physiques des trous noirs étudiées dans les années 70 et 80:

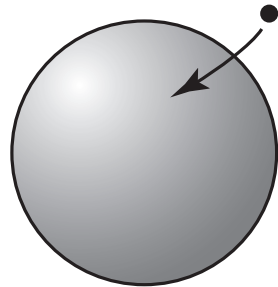
Énergétiques: **Formule de masse** de Christodoulou-Ruffini

Thermodynamiques (Christodoulou-Ruffini, Hawking, Bardeen-Carter-Hawking): **irréversibilité**

Électriques (Damour, Znajek) **résistivité de surface** 377 Ohm

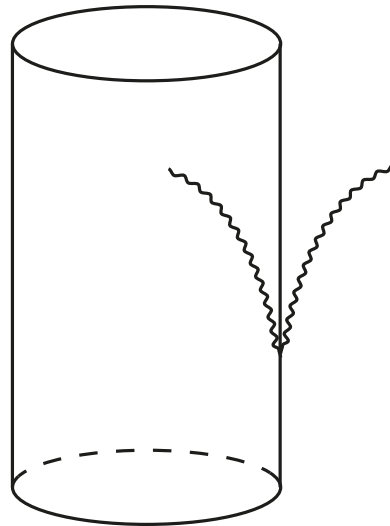
Visqueuses (Hartle-Hawking, Damour) **éq. de Navier-Stokes**

Propriétés quantiques d'un trou noir



Propriétés quantiques d'un trou noir

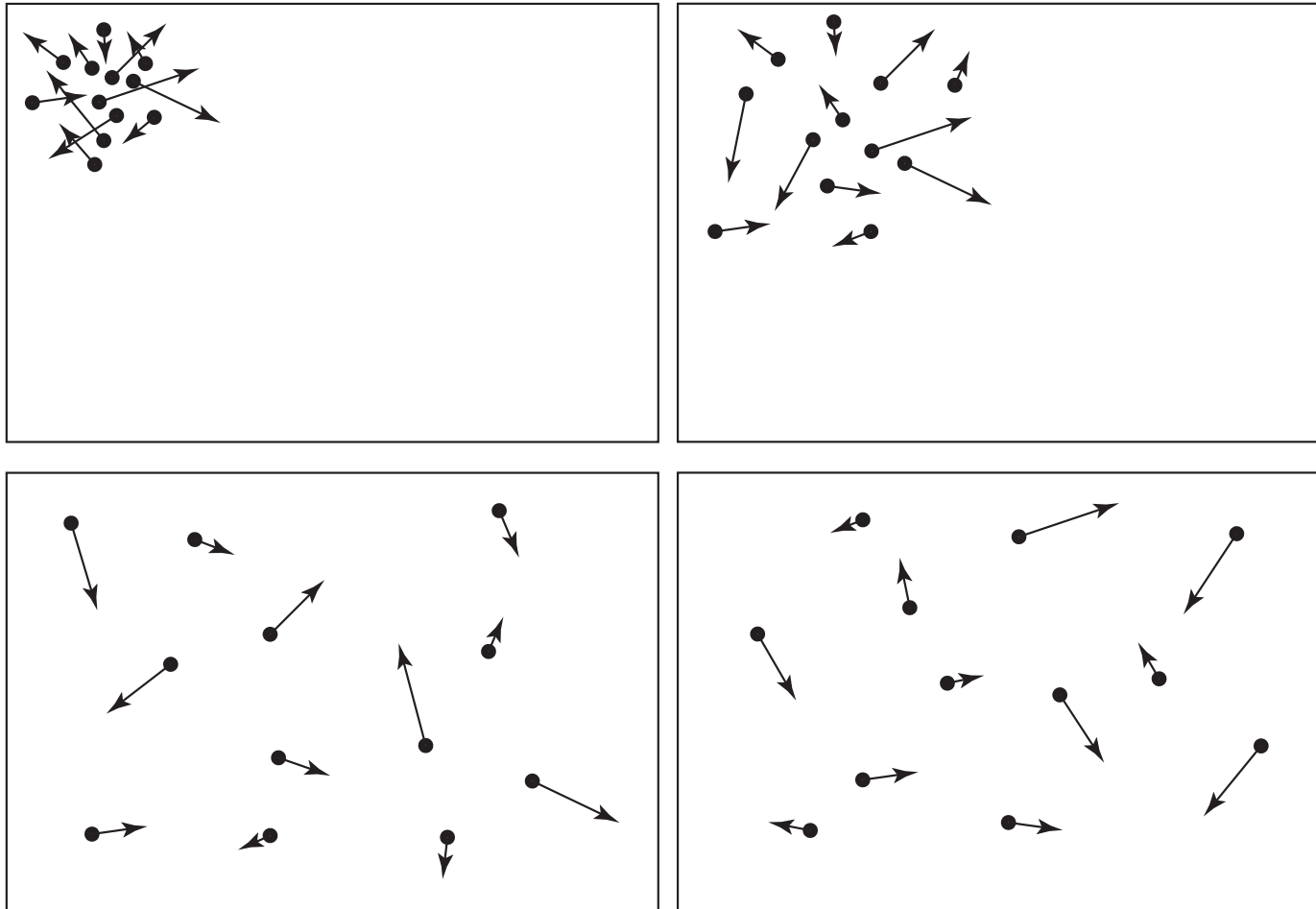
Perte d'un bit d'information quand une particule est absorbée par un trou noir; Bekenstein suggère une entropie proportionnelle à l'aire du trou noir.



Hawking trouve qu'en théorie quantique les trous noirs émettent un rayonnement continu, comme un corps "chaud" à une température non nulle. Cela confirme la pertinence de l'entropie d'un trou noir

$$S_{BH} = \frac{1}{4} \frac{c^3 A}{\hbar G}$$

Entropie, désordre et (manque d') information



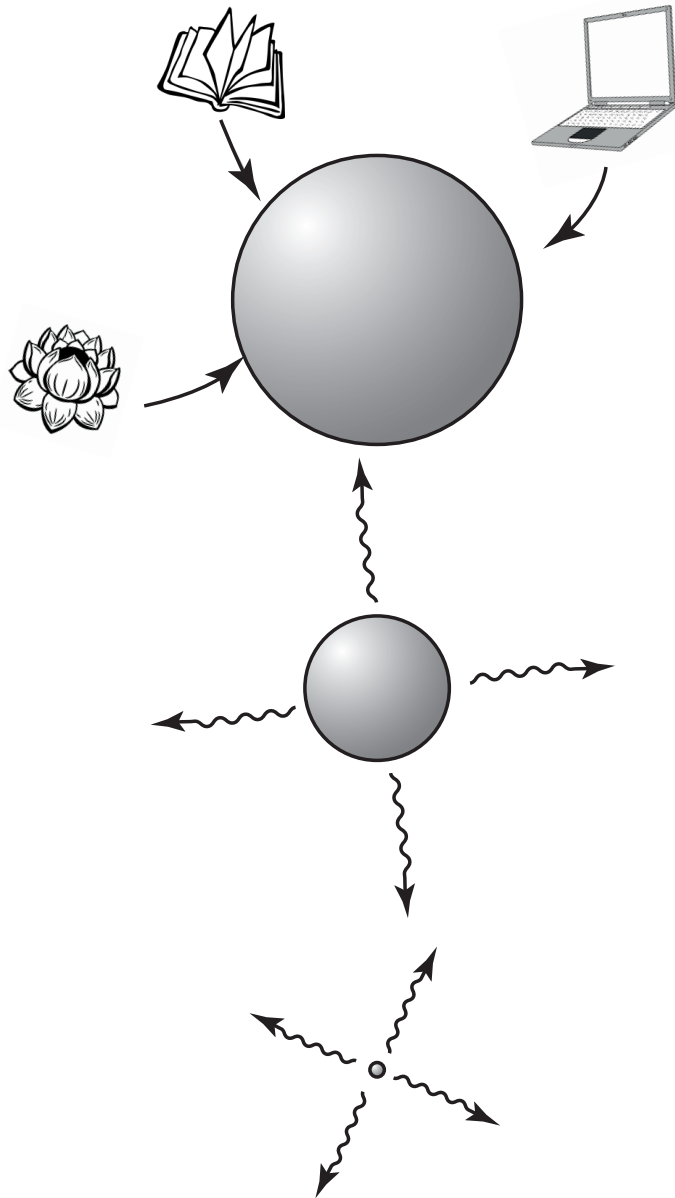
Nombre de configuration microscopiques possibles (à V et E fixés) : N

Boltzmann (1877) : Entropie $S = \log N$

[$\log N \simeq 2.3$ (# chiffres de $N - 1$)

e.g $N = 123\,456\,789 = 1.23456789 \times 10^8 \longrightarrow \log N \simeq 2.3 \times 8$]

Questions ouvertes



- Quels sont les états quantiques microscopiques d'un trou noir ? La théorie des cordes répond partiellement à la question (Bowick-Smolín-Wijewardhana, Susskind, Sen, Strominger-Vafa, Callan-Maldacena, Breckenridge-..., Witten, Horowitz-Polchinski, Damour-Veneziano, ..., t'Hooft, ..., Mathur, Denef, Poincaré, Bena-Warner, ...)
- Qu'advient-il de l'information tombée dans un trou noir quand le trou noir s'évapore ? (Hawking, Page, ...)
- Quel est le rôle des trous noirs en physique des particules ? (t'Hooft, ...)

Conclusions

- Conceptuellement:

1. on a vu l'espace élastique einsteinien vibrer, et
2. on a eu la première preuve (presque) directe de l'existence des trous noirs

- Une nouvelle fenêtre sur l'Univers: astronomie des OG

Sera peut être dominée par BBH, en attendant BNS + signaux EM (GRB ?)

- L'étude fine des signaux de coalescence de BBH va permettre de sonder la gravitation en champ fort.

- Les trous noirs sont la prédiction la plus fascinante de la théorie de la Relativité Générale d'Einstein; le concept a mis longtemps à être appréhendé, accepté et reconnu.

- Leurs propriétés mathématiques, et en physique non-quantique, sont relativement bien comprises (avec des zones d'ombre restantes)

- Leurs propriétés et leur rôle en physique quantique restent encore en partie mystérieux.