

CHAPITRE VI

EXTRACTION DE MOMENT ANGULAIRE

D'UN TROU NOIR

VI. EXTRACTION DE MOMENT ANGULAIRE D'UN TROU NOIR.

1. Introduction

Nous avons indiqué au début du chapitre précédent la nécessité d'étudier les structures magnétosphériques possibles autour d'un trou noir afin de mieux comprendre la physique des sources binaires de rayons X. L'intérêt d'une telle étude pour l'interprétation des bouffées de rayons γ (" γ -ray bursts") a aussi été soulignée au chapitre IV (cf. l'article "Quantum electrodynamical effects in a Kerr Newman geometry" de T. Damour et R. Ruffini).

De plus l'analyse des interactions entre un plasma magnétisé et un trou noir géant en rotation (ce qui définit une direction privilégiée dans l'espace) paraît riche de promesses d'explications des "jets" issus de certaines sources radio extragalactiques. On pensera par exemple à des mécanismes à la Leblanc-Wilson (1970).

Enfin rappelons que d'après la formule de masse de Christodoulou et Ruffini (1971), 29% de la masse totale du trou noir peut être stockée sous forme d'énergie cinétique de rotation. L'extraction de cette énorme source d'énergie au moyen de plasma et de champ magnétique semble d'un grand intérêt quand on pense aux phénomènes observés dans les quasars.

Nos travaux sur l'extraction de moment angulaire et d'énergie des trous noirs ont été réalisés en collaboration avec R.S. Hanni, R. Ruffini et J.R. Wilson. Les résultats en ont été publiés dans le volume 262 des Annals of the New York Academy of Sciences (7th Texas Symposium on Relativistic Astrophysics) : Ruffini (1975), Damour (1975), Wilson (1975), Hanni (1975). Le lecteur se référera aussi à Ruffini et Wilson (1975) ainsi qu'aux contributions de R.S. Hanni, de R. Ruffini et de J.R. Wilson aux Proceedings of the First Marfel Grossmann Meeting on General Relativity North Holland 1977. Depuis d'intéressants résultats ont été obtenus par Blandford et Znajek (1977). Ces auteurs utilisent les mêmes ingrédients de base (rotation, champ magnétique,

plasma) mais avec un point de vue assez différent. Cependant certaines techniques sont similaires, nous en parlerons un peu plus bas.

Le lecteur trouvera reproduit ci-dessous l'article "Torque and Momentum Transfer in accreting black holes" de T. Damour (1975).

L'approche utilisée consiste à décrire le plasma magnétisé par les équations de la Magnétohydrodynamique relativiste (cf. Lichnerowicz 1976).

Physiquement les résultats obtenus à partir de solutions approximatives analytiques du problème sont les suivants :

a - on exhibe le couple exercé par le trou noir , via le champ magnétique, sur la matière extérieure. Ce couple trouve son origine physique dans l'enroulement des lignes de force magnétique causé par la rotation du trou noir ("spaghetti effect"). Dans le texte ci-dessous ce couple apparaît comme moment angulaire extrait du trou noir par les tensions de Maxwell. Il est alors aisé de relier cette approche à celle que nous avons introduite au chapitre II, c'est-à-dire d'interpréter ce couple comme venant des forces de Laplace exercées sur le courant électrique superficiel du trou noir (voir plus bas).

b - On montre qu'il y a en général une séparation de charge entre le trou noir et sa magnétosphère c'est-à-dire que cette dernière fait écran à une charge totale non nulle du trou noir. On retrouve ainsi le résultat du chapitre précédent cette fois dans une approche hydrodynamique qui complète l'approche "particule d'épreuve".

Cependant à cause de l'hypothèse initiale de stationnarité la charge induite sur le trou noir ne saurait dépendre du temps et il est réservé aux calculs numériques (Wilson 1975) de faire apparaître l'histoire de la séparation de charge entre le trou noir et sa magnétosphère. De même, à cause des hypothèses de stationnarité, d'absence de flux de moment angulaire extérieur et surtout d'absence de toute source de dissipation, le moment angulaire extrait du trou noir lui est intégralement rendu par la matière

qu'il absorbe. Mais il est clair physiquement que si l'on introduisait des dissipations non nulles dans le système (viscosité, résistivité) on obtiendrait une réelle extraction de moment angulaire du trou noir.

Techniquement signalons quelques résultats :

Les composantes A_t et A_φ du quadripotential électrique sont constantes le long des trajectoires de la matière, des lignes de forces magnétiques et des trajectoires du flux de moment angulaire. Un exposé clair de ces concepts, et, de ces, et d'autres, résultats a été donné par Carter (1978).

Dans le travail ci-dessous nous avons alors choisi $A_t = 0$ et A_φ une fonction donnée des trajectoires. Blandford et Znajek (1977) ont montré plus généralement qu'en prenant pour A_t une fonction donnée de A_φ et en définissant:

$$\Omega_F = - \frac{dA_t}{dA_\varphi}$$

Ω_F pouvait être interprété comme la vitesse angulaire du champ électromagnétique et qu'on avait extraction de moment angulaire du trou noir dès que

$$\Omega_F < \Omega_H$$

C'est bien ce qui arrive dans notre modèle où $\Omega_F = 0$ mais où cependant le moment angulaire extrait est restitué par la matière alors que dans l'approche "force-free" de Blandford et Znajek (1977) ce moment angulaire est propagé à l'extérieur le long des lignes de champ.

Enfin il est facile d'exprimer les résultats de l'article ci-dessous en utilisant les concepts introduits au chapitre II. En effet un simple coup d'œil à la Figure 1 de cet article permet de se représenter l'allure du courant électrique poloidal que l'on doit attribuer à la surface du trou noir "compléter le circuit". D'après les définitions du chapitre II (II (19)) ce courant poloidal devra être :

$$K^\theta = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{g}{\gamma}} F^{\theta r} = - \frac{H_\varphi}{4\pi \sqrt{\gamma}}$$

où $H_\varphi \equiv \sqrt{g} F^{r\theta}$ est l'abréviation utilisée dans le texte ci-dessous.
 Donc l'équation (28) de l'article ci-dessous donnant le moment angulaire
 extrait du trou noir peut bien s'écrire comme un couple de Laplace sur le
 courant superficiel du trou noir ;

$$\left(\frac{dL}{dt}\right)^{\text{extracted}} = - \oint_H F_{\varphi\theta} K^\theta dS$$

2. Extraction de moment angulaire d'un trou noir accrescent.

Reprinted from
ANNALS OF THE NEW YORK ACADEMY OF SCIENCES
Volume 262, Pages 113-122
October 15, 1975

TORQUE AND MOMENTUM TRANSFER
IN ACCRETING BLACK HOLES*

Thibaut Damour†
Joseph Henry Laboratories
Princeton University
Princeton, New Jersey 08540

INTRODUCTION

As pointed out by Ruffini,¹ the problem of extracting energy from a black hole under realistic astrophysical conditions is of fundamental importance. More precisely: Is it possible to extract rotational energy from a black hole? Or: Is it possible to transform that rotational energy into electromagnetic energy and to maintain a permanent charge separation?² Due to complications of the coupled system, gravitation, matter, electromagnetism, answers to these questions can only be given, for realistic conditions, by numerical methods.^{2,3} However, assuming weak fields and negligible pressure, it is possible to find *analytic solutions* of the problem that display very clearly the mechanisms by which it is possible in a realistic case to extract rotational energy from a black hole and to maintain charge separation.⁴ This communication will attempt to present such an analytic model in a simple case endowed with stationarity, axisymmetry, and infinite conductivity.

STRUCTURE OF THE MODEL

The model consists first in a Kerr background of mass M (i.e., we neglect the effect of accretion on the geometry) and specific angular momentum, $a = L/M$,

$$ds^2 = \Sigma(dr^2/\Delta + d\theta^2) + \sin^2\theta/\Sigma[(r^2 + a^2)d\phi - a dt]^2 - \Delta/\Sigma(dt - a \sin^2\theta d\phi)^2, \quad (1)$$

where $\Sigma = r^2 + a^2 \cos^2\theta$ and $\Delta = r^2 - 2Mr + a^2$.

The accreting matter is described by a perfect fluid scheme⁵ of proper energy density, ρ , pressure, p , and 4-velocity, u_α ; that is, the energy momentum tensor of matter is

$$M_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu + p g_{\mu\nu}. \quad (2)$$

The electromagnetic field $F_{\mu\nu}$ satisfies the equations

$$F_{\mu\nu} = A_{\nu,\mu} - A_{\mu,\nu} \quad (3a)$$

and

$$F^{\mu\nu}{}_{;\nu} = 4\pi J^\mu, \quad (3b)$$

*Supported in part by National Science Foundation Grant GP-38610.
†J. E. Procter Fellow.

where J^μ is the current. The electromagnetic energy momentum tensor is given by

$$E_{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi}(F_{\mu\alpha}F_\nu^\alpha - 1/4 g_{\mu\nu}F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta}). \quad (4)$$

As stated in the INTRODUCTION, we shall assume that the accretion of plasma into the hole will satisfy the conditions of stationarity and axisymmetry (invariance of the complete system under the transformations generated by the two background Killing vectors ξ_t and ξ_ϕ) and of infinite conductivity:

$$F_{\mu\nu}u^\nu = 0. \quad (5)$$

Then, we have to choose the fluid motion at infinity. It is convenient to take

$$u_t = -1 \quad (6a)$$

and

$$u_\phi = 0 \quad (6b)$$

at infinity, but u_θ can be chosen different from zero without destroying the analytic character of the model.

FIELD STRUCTURE

From the conditions of stationarity and axisymmetry, one finds

$$F_{\phi t} = 0, \quad (7a)$$

$$F_{\phi r} = A_{\phi,r}, \quad (7b)$$

$$F_{\phi\theta} = A_{\phi,\theta}, \quad (7c)$$

$$F_{tr} = A_{t,r}, \quad (7d)$$

and

$$F_{t\theta} = A_{t,\theta}. \quad (7e)$$

Now, the condition of infinite conductivity (Equation 5) yields

$$A_{\phi,r}dr + A_{\phi,\theta}d\theta = 0, \quad (8a)$$

$$A_{t,r}dr + A_{t,\theta}d\theta = 0, \quad (8b)$$

and

$$F_{r\theta}dr + F_{t\theta}dt + F_{\phi\theta}d\phi = 0, \quad (8c)$$

so that A_ϕ and A_t are constant on the trajectories. Choosing $A_t = 0$ at infinity (overall neutrality), we have $A_t = 0$ everywhere. Then, the constant of the motion A_ϕ can be selected as an arbitrary function of the value of θ at infinity $\theta_\infty = \theta(r, \theta)$:

$$A_\phi = A(\theta_\infty), \quad (9)$$

where A is an arbitrary function. Then, from Equation 8c and the definition

Damour: Torque & Momentum Transfer 115

$$H_\phi \equiv |g|^{1/2} F^{r\theta}, \quad (10)$$

one finds the only nonvanishing components of the electromagnetic field:

$$F_{\phi\theta} = A_{\phi,\theta}, \quad (11a)$$

$$F_{\phi r} = A_{\phi,r}, \quad (11b)$$

and

$$H_\phi = \frac{d\phi}{dz} \frac{\sin\theta}{\Sigma} A_{\phi,\theta}, \quad (11c)$$

where we have used⁶

$$dz = -dr/\Delta,$$

so that the field is known as a function of the motion. The problem is thus reduced to a self-consistent equation for the motion. Before attacking this problem, it is interesting to study, in general, the transfer of angular momentum and charge in our system.

ANGULAR MOMENTUM

The condition of axisymmetry implies the law of conservation of the angular momentum in the ϕ direction. More precisely, let us consider the contraction of the total energy momentum tensor, $T_{\mu\nu} = E_{\mu\nu} + M_{\mu\nu}$, by the Killing vector ξ_ϕ :

$$L^\mu = \xi_\phi^\alpha T_{\alpha}^\mu = \xi_\phi^\alpha (E_\alpha^\mu + M_\alpha^\mu). \quad (12)$$

L^μ is conserved because

$$L^\mu{}_{;\mu} = \xi_\phi^{\alpha;\mu} T_{\alpha\mu} + \xi_\phi^\alpha T_{\alpha\mu}{}^{;\mu} = 0, \quad (13)$$

taking into account the definition of a Killing vector and the conservation of energy. Then, L^μ defines a conserved flux of angular momentum, so that the rate of change of ϕ angular momentum of a 3-volume is given by the inflow L^i of momentum; by applying this to the hole, we obtain the rate of change of the angular momentum L of the hole:

$$\left(\frac{dL}{dt}\right)_{\text{hole}} = - \int_{\text{H}} L^r dS_r; \quad (14)$$

that is,

$$\left(\frac{dL}{dt}\right)_{\text{hole}} = - \int_{\text{H}} E_\phi^r dS_r + \int_{\text{H}} (-M_\phi^r) dS_r. \quad (15)$$

The first term in Equation 15 preceded by the minus sign represents momentum *extracted* from the hole and "lent" to the plasma, or a torque exerted on the

plasma. The second term takes into account the momentum returned to the hole by the *accreting* plasma. Due to the hypothesis of stationarity, there is an exact balance between these terms:

$$\left(\frac{dL}{dt}\right)^{\text{extracted}} = \left(\frac{dL}{dt}\right)^{\text{accreting}}, \quad (16)$$

but the model shows clearly that the extracted momentum being lent to the accreting plasma is present everywhere around the hole and is therefore available if we have a supplementary mechanism for performing that extraction, for instance, if we introduce some kind of resistivity into the system.²

Wilson³ presents an instance of such an effective extraction in a nonstationary case.

CHARGE AND CURRENT

Like L^μ , the electric current J^μ is conserved, and we can define the charge of the hole by Gauss' theorem:

$$Q_{\text{hole}} = \frac{1}{4\pi} \int_H F^{tr} dS_r. \quad (17)$$

It will be shown below how it is possible to have $Q_{\text{hole}} \neq 0$ in the model, and it is reserved to the numerical computation to display the case where $(dQ/dt)_{\text{hole}} \neq 0$, that is, the building of the charge separation. It is easy, too, to compute explicitly the current, and if we look at the current in the r, θ plane, we find

$$J^r = \frac{1}{4\pi |g|^{1/2}} H_{\phi,\theta} \quad (18a)$$

and

$$J^\theta = -\frac{1}{4\pi |g|^{1/2}} H_{\phi,r}, \quad (18b)$$

so that the lines of current in that plane are simply described by

$$H_\phi = \text{constant} \quad (19)$$

(See FIGURE 1).

MOTION OF MATTER

Assuming negligible pressure, the motion of matter satisfies

$$\frac{\nabla u_\mu}{ds} = \frac{1}{\rho} F_{\mu\alpha} J^\alpha \quad (20a)$$

and

$$\nabla_\mu (\rho u^\mu) = 0, \quad (20b)$$

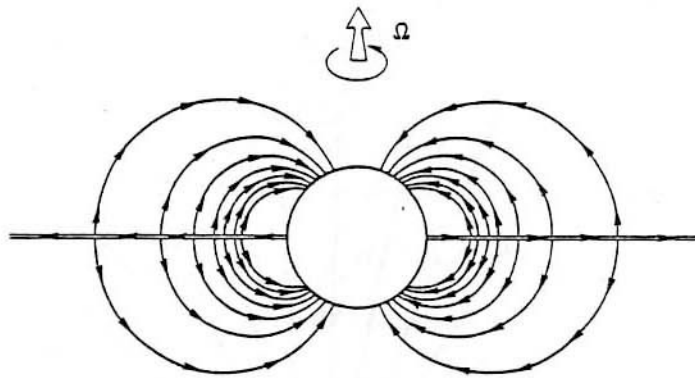


FIGURE 1. The lines of current calculated for a maximally rotating hole from Equations 19 and 29. The presence of an infinite sheet of current in the equatorial plane should be noticed.

and we have seen how $F_{\mu\nu}$ is given as a function of the motion, so that the trajectories satisfy an integrodifferential equation. As usual, this self-consistent problem can be solved by successive approximations, which will converge in the case of *weak fields*. The first step involves neglecting the right-hand side of Equation 20a, that is, assuming a geodetic motion that can be analytically described.⁷

From that motion is deduced a field in first approximation $F^{(1)}$, which gives rise to corrections in the motion and so on.

The motion in first approximation is geodetic:

$$\frac{\nabla u_{\mu}^{(1)}}{ds} = 0. \quad (21)$$

We have the constants of the motion:⁷ $u_t^{(1)}$, $u_{\phi}^{(1)}$, and

$$K = u_{\theta}^{(1)2} + \left(\frac{u_{\phi}^{(1)}}{\sin \theta} + au_t^{(1)} \sin \theta \right)^2 + a^2 \cos^2 \theta. \quad (22)$$

With the assumptions (Equation 6) for the flow at infinity, we find

$$u_t^{(1)} = -1, \quad (23a)$$

$$u_{\phi}^{(1)} = 0, \quad (23b)$$

and

$$K = u_{\theta}^{(1)2} + a^2, \quad (23c)$$

so that $u_{\theta}^{(1)}$ is constant during the motion. Then, we have

$$\begin{aligned} (\Delta u_r^{(1)})^2 &= [(r^2 + a^2) u_t^{(1)} + au_{\phi}^{(1)}]^2 \\ &\quad - \Delta(K + r^2) = 2Mr(r^2 + a^2) - \Delta u_{\theta}^{(1)2}, \end{aligned} \quad (24)$$

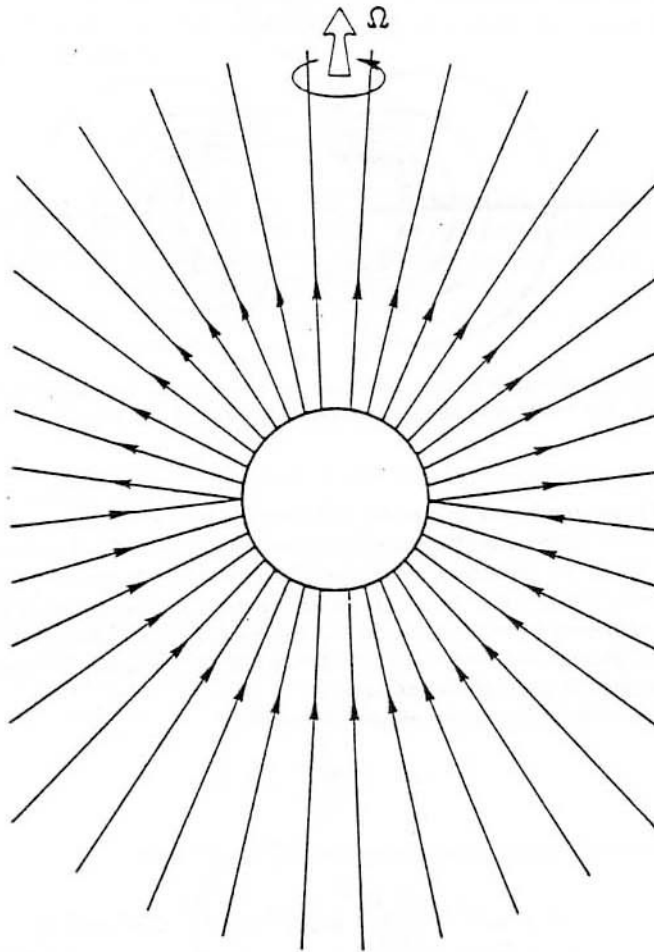


FIGURE 2. The magnetic lines of force in the r, θ plane when $u_\theta \neq 0$. Because these lines are not exactly radial, it is possible to induce a charge on the hole.

from which we deduce the trajectory in the r, θ plane (see FIGURE 2):

$$\theta^{(1)} = \theta_\infty + u_\theta^{(1)} \int_r^\infty dr [2Mr(r^2 + a^2) - \Delta u_\theta^{(1)2}]^{-1/2} \quad (25)$$

and

$$\frac{d\phi^{(1)}}{dz} = -\Delta \frac{d\phi^{(1)}}{dr} = 2aMr [2Mr(r^2 + a^2) - \Delta u_\theta^{(1)2}]^{-1/2}. \quad (26)$$

Hence, we deduce the field from Equations 9 and 11:

$$A_{\phi}^{(1)} = A(\theta_{\infty}) \quad (27a)$$

and

$$H_{\phi}^{(1)} = \frac{2aMr \sin \theta}{\Sigma[2Mr(r^2 + a^2) - \Delta u_{\phi}^{(1)2}]^{1/2}} A_{\phi, \theta}^{(1)}. \quad (27b)$$

It is then easy to compute the torque, or extracted momentum; we find

$$\left(\frac{dL}{dt}\right)^{\text{extracted}} = \frac{1}{4\pi} \int_{\text{H}} H_{\phi}^{(1)} A_{\phi, \theta}^{(1)} d\theta d\phi, \quad (28)$$

In order to have explicit analytic results, it is convenient to specify the arbitrary function in Equation 27a to be

$$A_{\phi}^{(1)} = A_0 |\cos \theta_{\infty}|, \quad (29)$$

so that we find for $u_{\phi}^{(1)} = 0$,

$$\left(\frac{dL}{dt}\right)^{\text{extracted}} = A_0^2 \left(\frac{r_+^2 + a^2}{a^2 r_+} \arctan \frac{a}{r_+} - \frac{1}{a} \right), \quad (30)$$

with $r_+ = M + (M^2 - a^2)^{1/2}$, which is illustrated in FIGURE 3.

DETAILED MOMENTUM BALANCE

As previously mentioned, there is a balance between the extracted momentum,

$$\left(\frac{dL}{dt}\right)^{\text{extracted}} = \int_{\text{H}} E_{\phi}^r dS_r, \quad (31)$$

and the accreting momentum,

$$\left(\frac{dL}{dt}\right)^{\text{accreting}} = \int_{\text{H}} (-M_{\phi}^r) dS_r = \int_{\text{H}} (p + \rho) u_{\phi}(-u^r) |g|^{1/2} d\theta d\phi. \quad (32)$$

This does not appear in the first approximation, where $u_{\phi}^{(1)} = 0$, but the matter

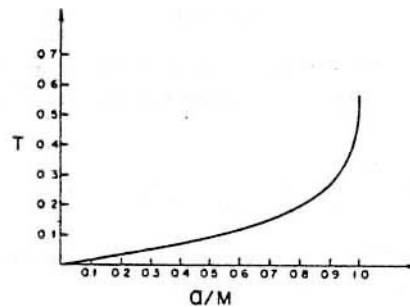


FIGURE 3. The torque T exerted on the plasma (see Equation 30) in units of A_0^2/M as a function of the rotational parameter a/M .

acquires ϕ angular momentum during the fall. Moreover, it is interesting to note that this balance is valid in detail; that is, in each point of the horizon, the extracted flux is compensated for by an accreting one. [This is not true for the flux of electricity (see FIGURE 1).]

This compensation is very simply displayed by using the decomposition of fields used by Lichnerowicz.⁵ Let us consider a definition of a magnetic field:

$$h^\alpha = -V_\beta * F^{\alpha\beta}, \tag{33}$$

for any vector V ; because $F_{ii} = 0$, one finds:

$$h^i = \frac{-V_i}{|g|^{1/2}} F_{ki}, \tag{34}$$

with $\epsilon_{ikl}^{123} = +1$; however, the condition of infinite conductivity, together with $F_{ii} = 0$, yields

$$F_{kl}u^l = 0, \tag{35a}$$

or

$$h^i u^k - h^k u^i = 0. \tag{35b}$$

Therefore, for any selected definition of the magnetic field, it is always parallel to the 3-velocity of the matter, so that the magnetic field lines are identical with the trajectories (see FIGURES 2 and 4), and choosing $V_\alpha = u_\alpha$, we recover Lichnerowicz's definition. Then, the energy momentum tensor can be written as

$$T_\alpha^\beta = (\rho + p + h^2/4\pi)u_\alpha u^\beta + (p + h^2/8\pi)\delta_\alpha^\beta - h_\alpha h^\beta/4\pi. \tag{36}$$

We see that the flux of momentum, T_ϕ^i , will be parallel to u^i in the r, θ plane. The momentum in the r, θ plane must therefore flow along the trajectories and be conserved in a tube of flow. As it is null at infinity, it will be null everywhere and, in particular, on the horizon, which proves the detailed balance of momentum.

This balance, however, is due to our hypotheses of stationarity and infinite conductivity, and we must expect that by relaxing those conditions, it will be effectively possible to extract rotational energy from a black hole.^{2,3}

CHARGE

The system as seen from infinity is neutral, but a separation of charge can exist.⁴ From Equation 17 and the condition of infinite conductivity, one finds the charge on the hole:

$$Q_H = \frac{1}{4\pi} \int_H \frac{d\theta d\phi}{-u_t} (u_\theta H_\theta - u_\theta H_\theta), \tag{37}$$

with $H_\theta = |g|^{1/2} F^{\theta r}$ and $H_\phi = |g|^{1/2} F^{r\theta}$. In first approximation, where $u_\theta = 0$ but $u_\theta \neq 0$ ($u_t = -1$), one finds

$$Q_H^{(1)} = -\frac{1}{4\pi} \int_H d\theta d\phi u_\theta H_\phi^{(1)}. \tag{38}$$

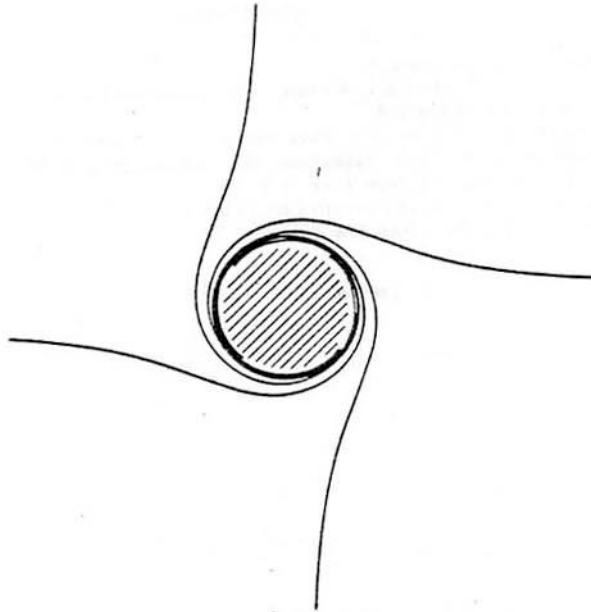


FIGURE 4. The magnetic lines of force in the equatorial plane. These lines display the *physical mechanism* responsible for the transfer of momentum. As pointed out by Ruffini,¹ the dragging of inertial frames that occurs in the exterior of the hole, when combined with the presence of lines of force, can extract momentum from the hole.

By selecting, for instance, the field (Equation 29) and $u_\theta = \frac{\cos \theta}{|\cos \theta|} |u_\theta|$, one finds:

$$Q_H^{(1)} \simeq \frac{aA_0 |u_\theta|}{r_+^2} \frac{\pi}{4}, \quad (39)$$

so that this simple analytic model shows how to induce a net charge on the hole if the fall of matter is nonradial at infinity. However, as we are limited to weak fields, one can induce only weak charges.

SUMMARY

We have presented a very simple analytic model of plasma accretion in a rotating black hole that is limited by the condition of weakness of the electromagnetic field but that displays very clearly the mechanisms by which, in a realistic situation, rotational energy can be extracted and a net charge can be induced on the hole.

REFERENCES

1. RUFFINI, R. This monograph.
2. DAMOUR, T., R. RUFFINI & J. WILSON. 1975. Submitted for publication.
3. WILSON, J. This monograph.
4. RUFFINI, R. & J. WILSON. 1975. Phys. Rev. Lett. Submitted for publication.
5. LICHNEROWICZ, A. 1967. Relativistic Hydrodynamics and Magnetohydrodynamics. W. A. Benjamin, Inc. New York, N.Y.
6. DAMOUR, T. 1975. Nuovo Cimento Lett. In press.
7. CARTER, B. 1968. Phys. Rev. 174: 1559.

CONCLUSION.

Les résultats obtenus dans les travaux rassemblés ci-dessus ont des incidences tant sur le plan de l'Astrophysique que sur celui de la Physique Théorique.

D'un point de vue astrophysique, nous avons montré comment il était possible d'extraire, dans des conditions astrophysiques réalistes, une partie de l'énorme réserve de moment angulaire, et d'énergie de rotation, d'un trou noir (chap. VI). Le mécanisme étudié (Ruffini et Wilson 1975) implique l'existence d'une séparation de charge entre le trou noir et sa magnétosphère (chap. V et VI). Ce dernier fait permet de prévoir des phénomènes de décharges explosives d'un trou noir qui sont peut-être liés aux "bouffées de rayons γ " (chap IV).

D'un point de vue théorique, nous avons montré les analogies remarquables qui existent entre la surface d'un trou noir et une "bulle" visqueuse conductrice de l'électricité (chap. I, II, III). Ces résultats peuvent avoir une portée heuristique en suggérant de nouveaux mécanismes d'extraction d'énergie d'un trou noir. Par exemple, au lieu d'utiliser le trou noir comme une dynamo homopolaire (Roue de Barlow- Disque de Faraday) transformant l'énergie de rotation en une force électromotrice génératrice de courant électrique (Blandford et Znajek 1977), on peut penser à utiliser des phénomènes d'induction où le trou noir servirait de rotor dans une machine magnétodynamique, du type du disque d'Arago (Arago 1826), pouvant exercer des couples même en l'absence de courants électriques entre le trou noir et sa magnétosphère (chap. II).

BIBLIOGRAPHIE.

- F. Arago (1826) Annales de Chimie et de Physique, cité par A. Lafay (1930) "Cours de Physique" tome 1, Gauthier-Villars, Paris, p. 487.
- J.M. Bardeen, B. Carter et S.W. Hawking (1973) Commun. math. Phys. 31, 161.
- J.D. Bekenstein (1973) Phys. Rev. D 7, 2333.
- J.D. Bekenstein (1975) Phys. Rev. D 12, 3077.
- R.D. Blandford et R.L. Znajek (1977) Mon. Not. R. astr. Soc 179, 433.
- Y. Bruhat (1962) in "Gravitation : An introduction to current research" Edité par L. Witten Wiley, New York, p. 130.
- B. Carter (1973) in "Black Holes" édité par C. et B.S. De Witt, Gordon and Breach, New York.
- B. Carter (1978a) Einstein Centenary Contribution "General Relativity", édité par S.W. Hawking et W. Israel, Cambridge Univ. Press sous presse.
- B. Carter (1978b) The mass variation formula preprint Obs. de Meudon.
- D.M. Chitre et C.V. Vishveshwara (1975) Phys. Rev. D 12, 1538.
- D. Christodoulou (1970) Phys. Rev. Lett., 25, 1596.
- D. Christodoulou et R. Ruffini (1971) Phys. Rev. D 4, 3552.
- T. Damour (1975a) Annals N.Y. Acad. Sci. 262, 113
- T. Damour (1975b) Nuovo Cimento Lett. 12, 315.
- T. Damour (1976) Conférence au deuxième séminaire avancé de l'Ecole Internationale d'Astrophysique Relativiste (Erice, Italie) non publiée.
- T. Damour (1977a) in "Marcel Grossmann meeting on General Relativity" Edité par R. Ruffini, North Holland, Amsterdam, p: 459.
- T. Damour (1977b) résultat publié à la page 370 de la référence précédente.
- T. Damour (1977c) "Black hole eddy currents" Phys. Rev. D sous presse.
- T. Damour, N. Deruelle et R. Ruffini (1976) Nuovo Cimento Lett. 15, 257.
- T. Damour, R.S. Hanni, R. Ruffini et J.R. Wilson (1978) Phys. Rev. D 17, 1518.
- T. Damour et R. Ruffini (1975) Phys. Rev. Lett. 35, 463.
- T. Damour et R. Ruffini (1976) Phys. Rev. D 14, 332.
- N. Deruelle (1977) in "Marcel Grossmann meeting on General Relativity" Edité par R. Ruffini, North Holland, Amsterdam p. 483.
- C. De Witt et B.S. De Witt (1973) Ed. "Black Holes" Gordon and Breach, New York.
- P.A.M. Dirac (1938) Proc. Roy. Soc. 167A, 148.
- L.P. Eisenhart (1926) Riemannian Geometry Princeton U.P. Princeton N.J.
- P. Germain (1973) "Mécanique des Milieux Continus" Masson, Paris.
- R. Geroch, A. Held et R. Penrose (1973) J. Math. Phys. 14, 874.
- R. Giacconi et R. Ruffini (1977) ed. "Physics and Astrophysics of Neutron Stars and Black Holes" North Holland, Amsterdam.

- P. Glansdorff et I. Prigogine (1964) *Physica* 30, 351.
- H. Gursky et R. Ruffini (1975) Ed. "Neutron Stars, Black Holes and Binary X-ray Sources", Reidel, Dordrecht.
- P. Hajicek (1973) *Commun. Math. Phys.* 34, 37.
- P. Hajicek (1975) *Journ. Math. Phys.* 16, 518.
- P. Hajicek (1977) in "Marcel Grossmann Meeting on General Relativity" Edité par R. Ruffini, North Holland, Amsterdam, p.207.
- R.S. Hanni (1975) *Annals N.Y. Acad. Sci.* 262, 133.
- R.S. Hanni (1977) in "Marcel Grossmann Meeting on General Relativity" Edité par R. Ruffini, North Holland, Amsterdam, p. 429.
- R.S. Hanni et R. Ruffini (1976) *Nuovo Cimento Lett.* 15, 189.
- J.B. Hartle (1973) *Phys. Rev. D* 8, 1010.
- J.B. Hartle (1974) *Phys. Rev. D* 9, 2749.
- S.W. Hawking (1973) in "Black Holes" Edité par C. et B.S. De Witt, Gordon and Breach, New York.
- S.W. Hawking (1975) *Commun. math. Phys.* 43, 199.
- S.W. Hawking et G.F.R. Ellis (1973) "The large scale structure of space time" Cambridge U.P.
- S.W. Hawking et J.B. Hartle (1972) *Commun. Math. Phys.* 27, 283.
- H. Heintzmann et W. Kundt (1976) "Charged neutron Stars or black holes ?" preprint.
- N.J. Hicks (1965) "Notes on differential geometry" Van Nostrand, Princeton N.J.
- W.V.D. Hodge (1952) "The Theory of Harmonic Integrals" Cambridge U.P. London.
- A.R. King et J.P. Lasota (1977) *astron. Astrophys.* 58, 175.
- A.R. King, et J.P. Lasota et W. Kundt (1975) *Phys. Rev. D* 12, 3037.
- W. Kinnersley (1969) *J. Math. Phys.* 10, 1195.
- S. Kobayashi et K. Nomizu (1963) "Foundations of differentiel geometry" Wiley, New York.
- W. Kundt (1977) in "Marcel Grossmann Meeting on General Relativity" Edité par R. Ruffini, North Holland, Amsterdam, p. 437.
- L. Landau et E. Lifchitz (1969) "Electrodynamique des milieux continus" Mir, Moscou.
- L. Landau et E. Lifshitz (1959) "Fluid Mechanics" Pergamon, Oxford.
- J.M. Leblanc et J.R. Wilson (1970) *Astrophys. J.* 161, 541.
- A. Lichnerowicz (1955) "Theories relativistes de la gravitation et de l'électromagnétisme" Masson, Paris.
- A. Lichnerowicz (1964) in "Conférence internationale sur les théories relativistes de la gravitation". Edité par L. Infeld Gauthier-Villars Paris (1964) p. 177.

- A. Lichnerowicz (1967) "Relativistic Hydrodynamics and Magnetohydrodynamics"
W.A. Benjamin Inc, New York.
- B. Linet (1977) C.R. Acad. Sc. Paris 284 A, 1167.
- E. Newman et R. Penrose (1962) J. Math. Phys. 3, 566 Errata 4, 998 (1963).
- A. Papapetrou (1966) Ann. Inst. H. Poincaré 4, 83.
- R. Penrose (1969) Rivista Nuovo Cimento 1, 252.
- J.A. Petterson (1975) Phys. Rev. D 12, 2218.
- I. Prigogine (1968) "Introduction à la thermodynamique des processus irré-
versibles" Dunod, Paris.
- C.R. Prior (1977a) Proc. Roy. Soc. A 354, 379.
- C.R. Prior (1977b) Proc. Roy. Soc. A 355, 1.
- T. Regge et J.A. Wheeler (1957) Phys. Rev. 108, 1063.
- R. Ruffini (1975) Ann. N. Y. Acad. Sci. 262, 95.
- R. Ruffini (1977) in "Marcel Grossmann Meeting on General Relativity"
Edité par R. Ruffini, North Holland, Amsterdam p. 349.
- R. Ruffini et A. Treves (1973) Astrophys. Lett. 13, 109.
- R. Ruffini et J.R. Wilson (1975) Phys. Rev. D 12, 2959.
- R.K. Sachs (1962a) J. Math. Phys. 3, 908.
- R.K. Sachs (1962b) Phys. Rev. 128, 2851.
- A.H. Taub (1948) Phys. Rev. 73, 786.
- R.M. Wald (1974) Phys. Rev. D 10, 1680.
- J.R. Wilson (1975) Ann. N.Y. Acad. Sci. 262, 123.
- J.R. Wilson (1977) in "Marcel Grossmann Meeting on General Relativity" Edité
par R. Ruffini North Holland, Amsterdam, p. 393.
- F.J. Zerilli (1970) Phys. Rev. D 2, 2141.
- R.L. Znajek (1976) Ph. D. dissertation Institute of Astronomy, Cambridge.
- R.L. Znajek (1977) "Black hole electric and magnetic conductivity" preprint
Institute of Astronomy, Cambridge.