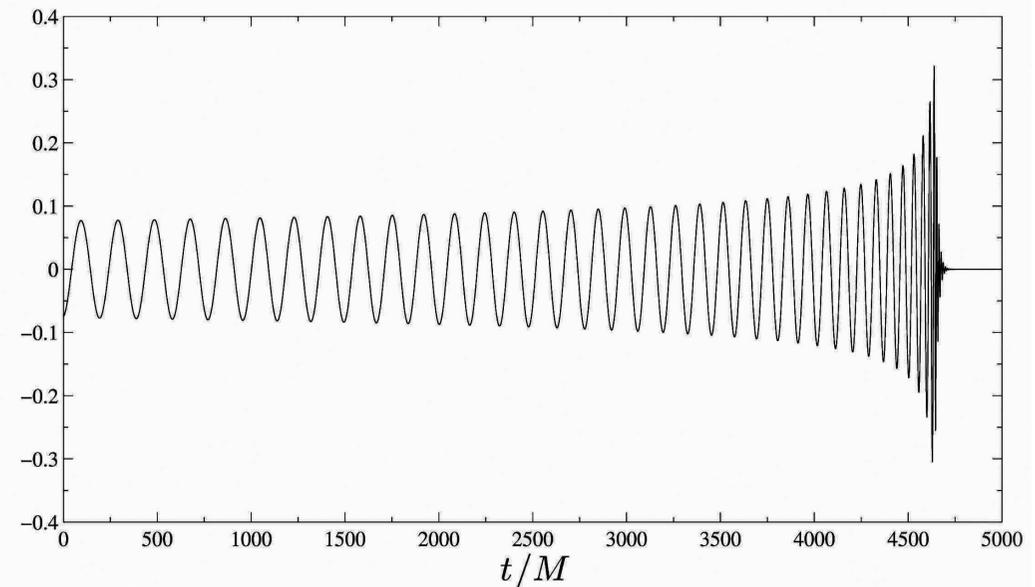
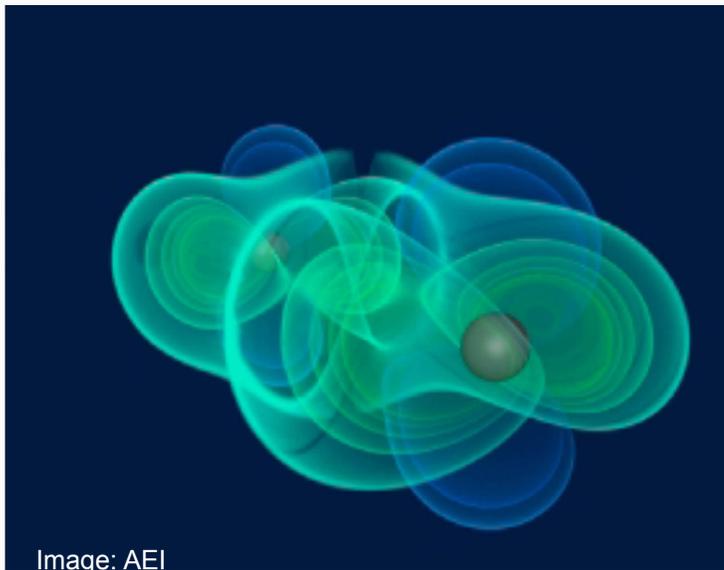


ONDES GRAVITATIONNELLES ET TROUS NOIRS

Thibault Damour

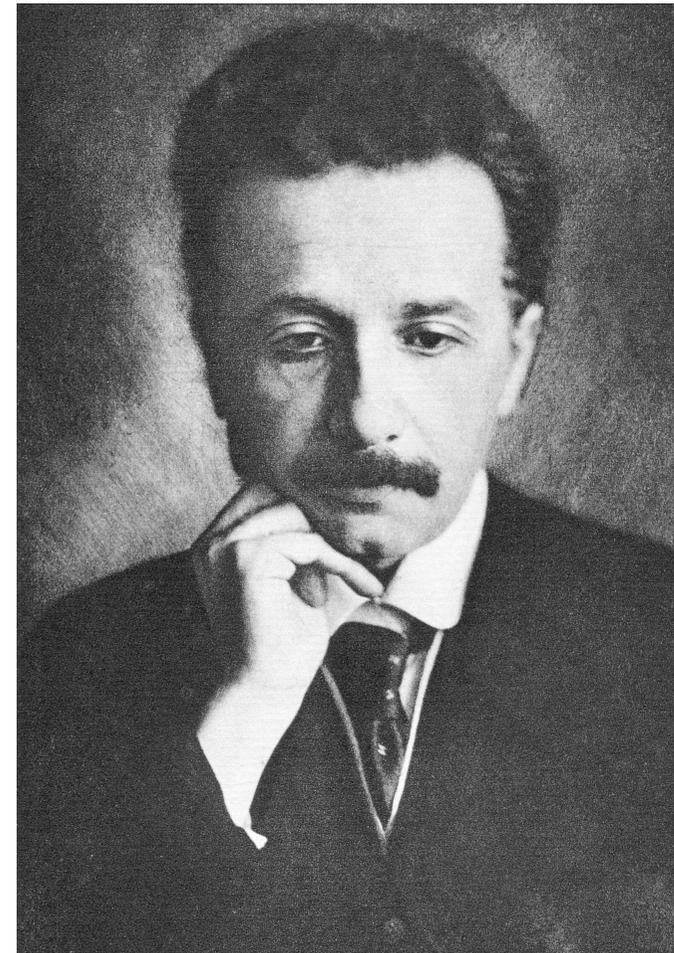
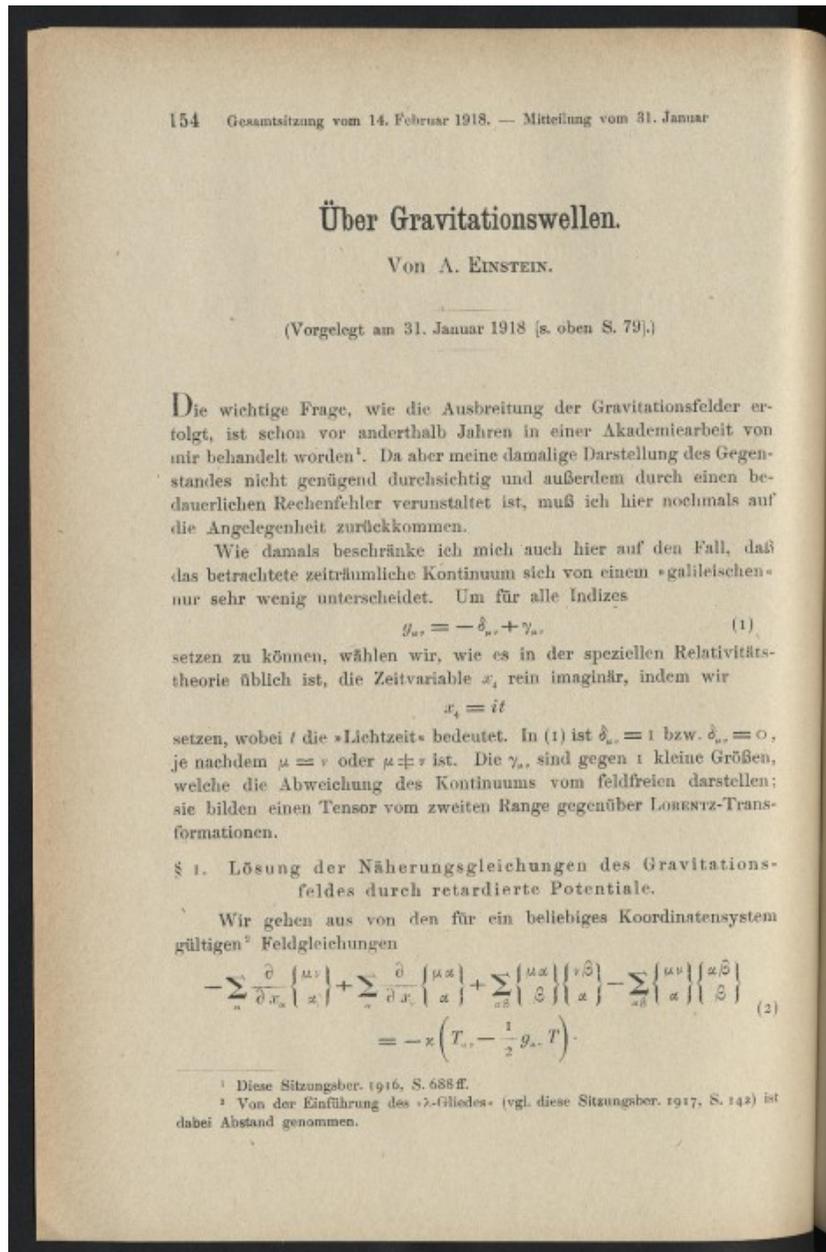


Institut des Hautes Etudes Scientifiques (Bures-sur-Yvette, France)



$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}$$

ONDES GRAVITATIONNELLES: EINSTEIN JUIN 1916, JANVIER 1918



$$g_{ij} = \delta_{ij} + h_{ij}$$

h_{ij} : transverse, traceless and propagates at $v=c$

TROUS NOIRS JANVIER 1916



Karl Schwarzschild

wobei die Hilfsgröße

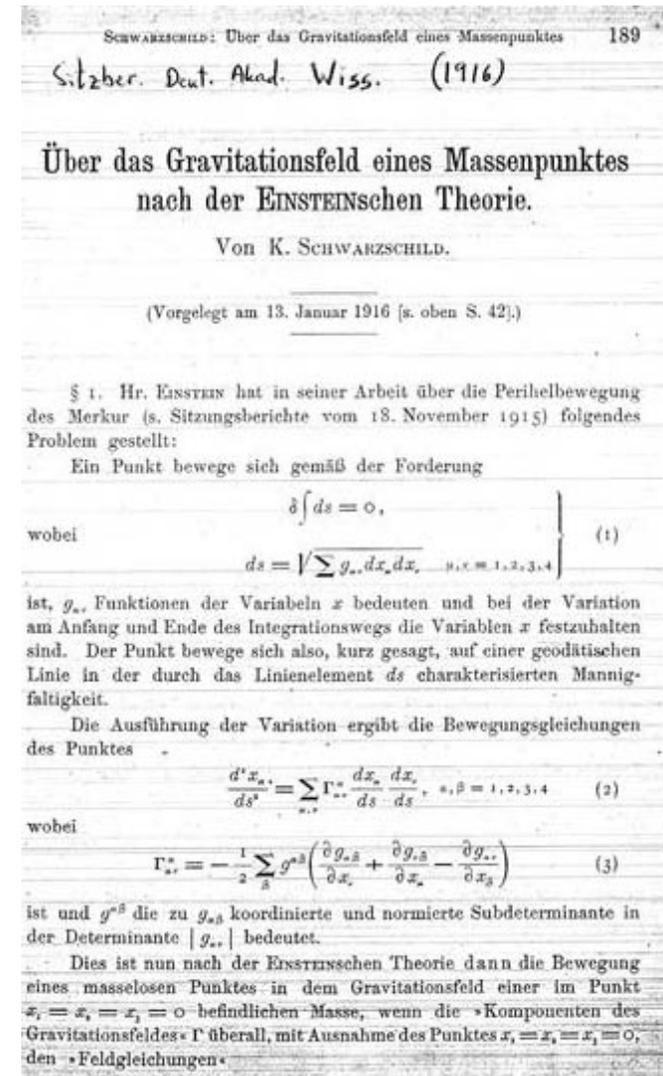
$$R = (3x_1 + \rho)^{\frac{1}{3}} = (r^3 + \alpha^3)^{\frac{1}{3}}$$

eingeführt ist.

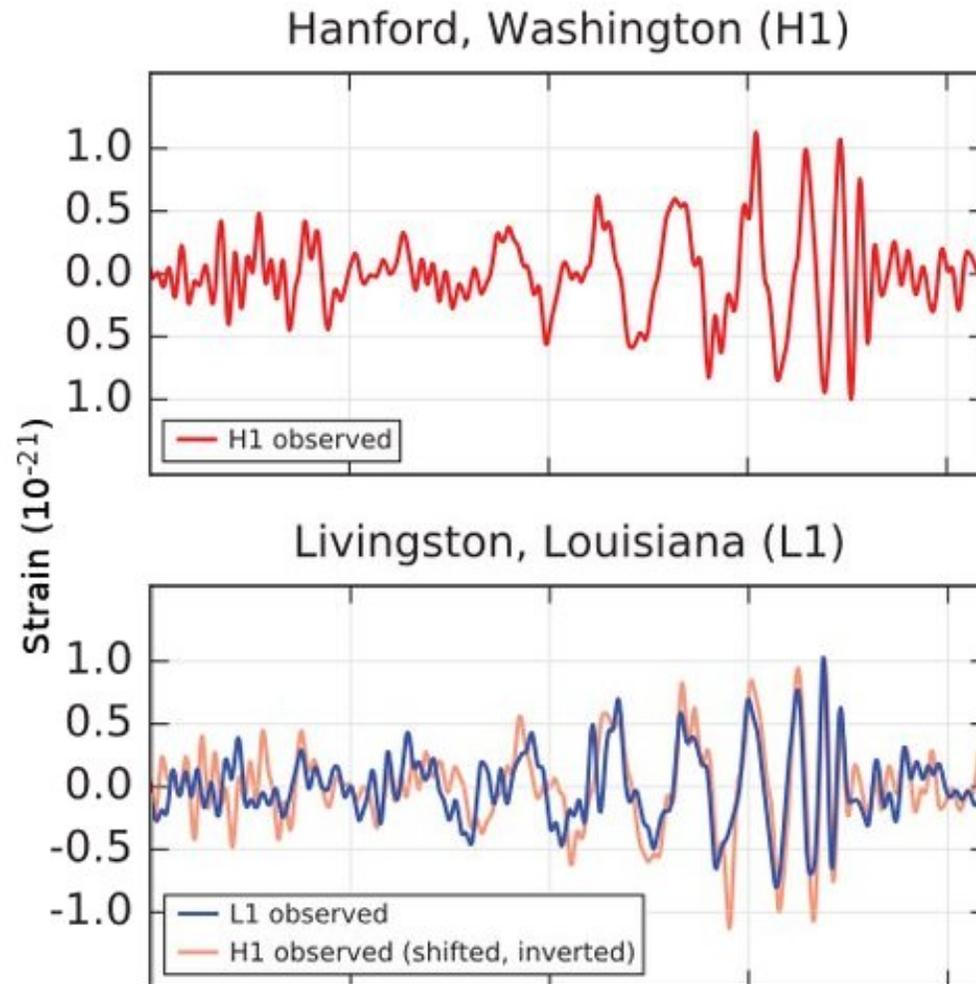
Setzt man diese Werte der Funktionen f im Ausdruck (9) des Linienelements ein und kehrt zugleich zu gewöhnlichen Polarkoordinaten zurück, so ergibt sich das Linienelement, welches die strenge Lösung des EINSTEINschen Problems bildet:

$$ds^2 = (1 - \alpha/R)dt^2 - \frac{dR^2}{1 - \alpha/R} - R^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\phi^2), \quad R = (r^3 + \alpha^3)^{\frac{1}{3}}. \quad (14)$$

Dasselbe enthält die eine Konstante α , welche von der Größe der im Nullpunkt befindlichen Masse abhängt.



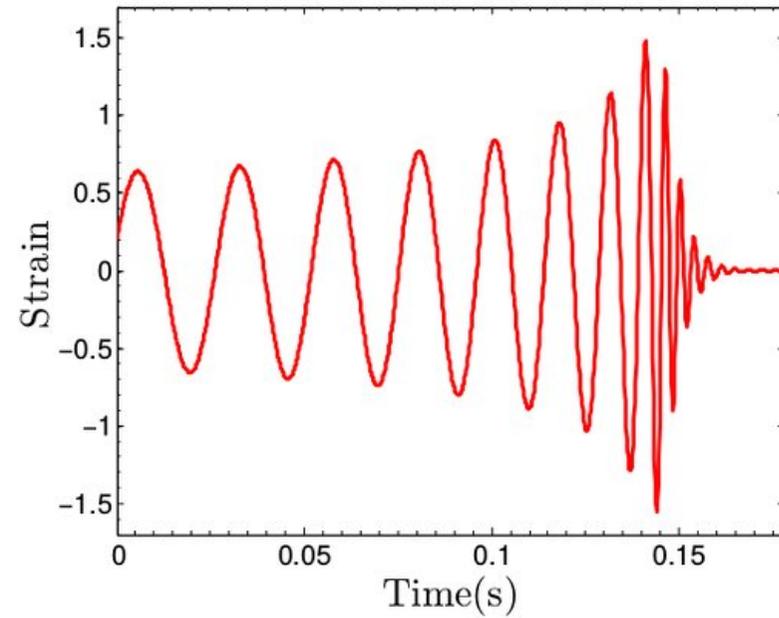
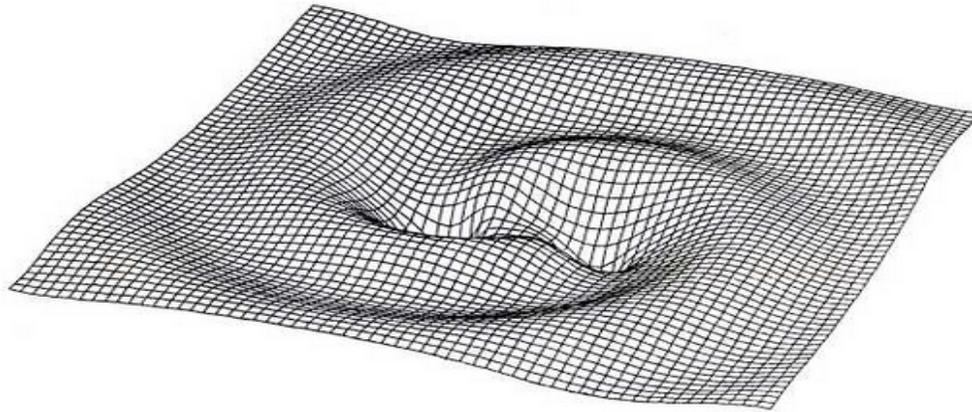
adLIGO: 14 SEPT 2015 GW150914



Mouvement et Rayonnement en Relativité Générale



$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$



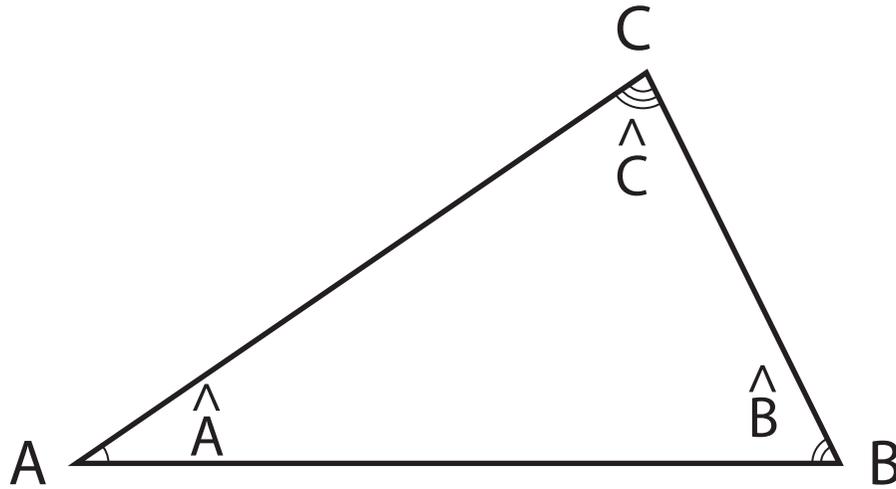
La théorie d'Einstein en une phrase

- L'**Espace-Temps** est une structure **élastique** qui est **déformée** par la présence, en son sein, de **Masse-Énergie**

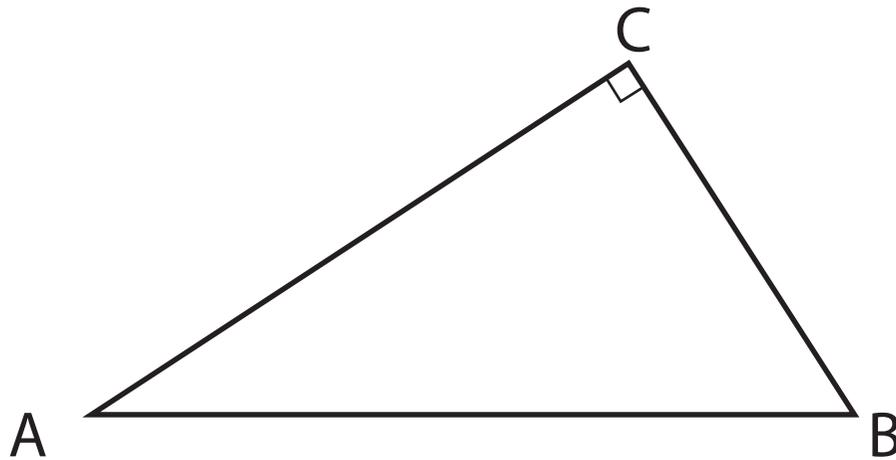
Espace = gelée



Avant Einstein: Espace « non déformé » d'Euclide



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 2 \text{ droits} = \pi$$

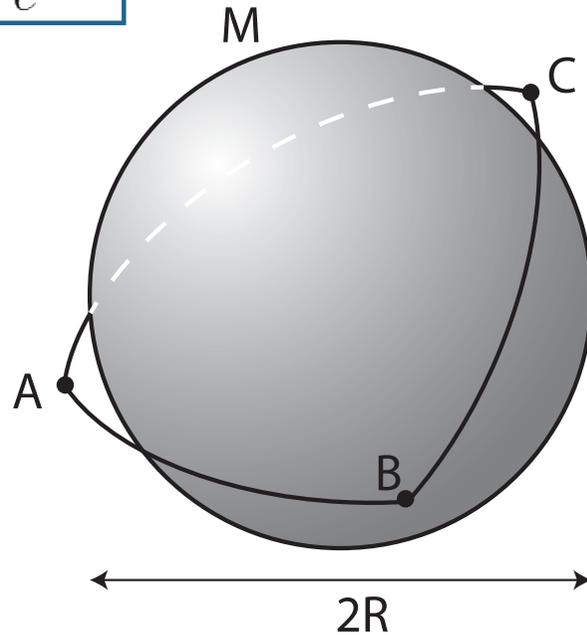


$$AB^2 = AC^2 + CB^2$$

Einstein : espace élastique, déformé par la matière-énergie

Planète, étoile, étoile morte...

$$R_g \equiv \frac{2GM}{c^2}$$



Facteur d'agrandissement des angles

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} \simeq \pi \left(1 + \frac{R_g}{R} \right)$$

Terre : $1 + \frac{1 \text{ cm}}{6400 \text{ km}} \simeq 1.000\,000\,001 \simeq 1 + 10^{-9}$

Soleil : $1 + \frac{3 \text{ km}}{700000 \text{ km}} \simeq 1 + 10^{-6}$

Etoile à neutrons : $1 + \frac{4 \text{ km}}{10 \text{ km}} \simeq 1.4$ 40 %

Trou noir : $\simeq 1 + 1$ 100 %

Ondes Gravitationnelles (OG)

- Einstein 1916, 1918: ondes faibles de déformation élastique de l'espace, c.a.d. ondes de vibration de la gelée-espace



La longue histoire des ondes gravitationnelles (OG): théorie

- Einstein 1916, 1918: rayonnement (quadrupolaire) d'énergie sous forme d'OG faibles;
- Eddington 1922: certaines OG faibles « voyagent à la vitesse de la pensée »
- Eddington 1924: freinage de rayonnement délicat pour systèmes binaires
- Einstein-Rosen 1936: doutes sur l'existence d'OG exactes
- Landau-Lifshitz 1949, Fock 1959 : systèmes binaires OK en première approximation
- Choquet-Bruhat 1952 ... Christodoulou-Klainerman 1993: preuve mathématique de propagation par ondes
- vers 1957: doutes sur la réalité des OG et/ou sur leur capacité à émettre ou transporter de l'énergie (Infeld, Bondi, Pirani,...)
- Regge-Wheeler 1957, ..., Zerilli 1970
- Structure à l'infini : ~ 1960 : Bondi, Sachs, Penrose ,...
- Peters-Mathews 1963, Peters 1964: OG et binaire en mouvt elliptique
- Dyson 1963: énorme rayonnement final de binaires compactes
- années 70: développements théoriques suscités par l'annonce de Weber
- années 80: développements théoriques suscités par l'annonce de Taylor
- années 90: développements théoriques suscités par la construction de LIGO/Virgo/....

La longue histoire des OG: expérience

Joseph Weber (1919-2000)

Construit des détecteurs d'OG dès ~ 1960

General Relativity and Gravitational Waves
(Interscience Publishers, NY, 1961)

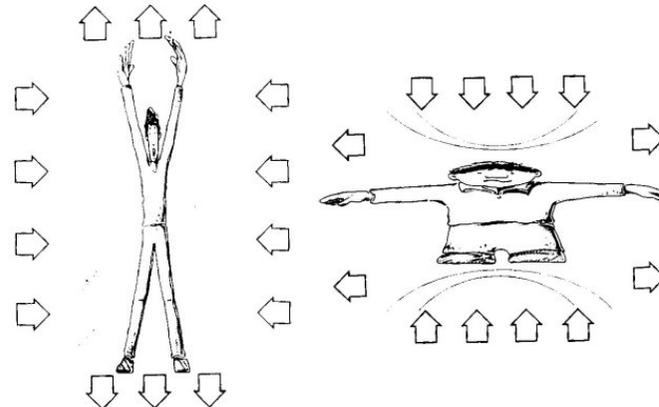
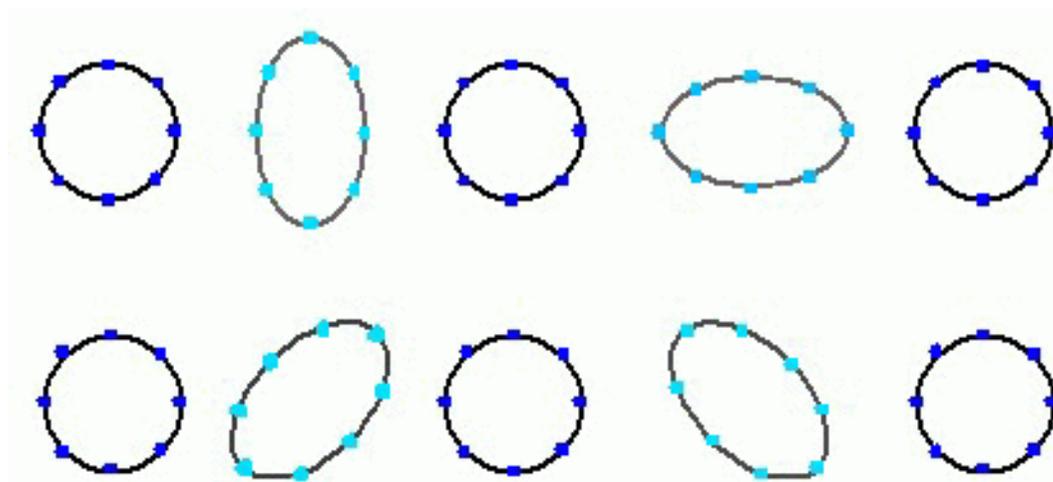
$$\frac{\delta L}{L} \approx h_{ij} n^i n^j$$



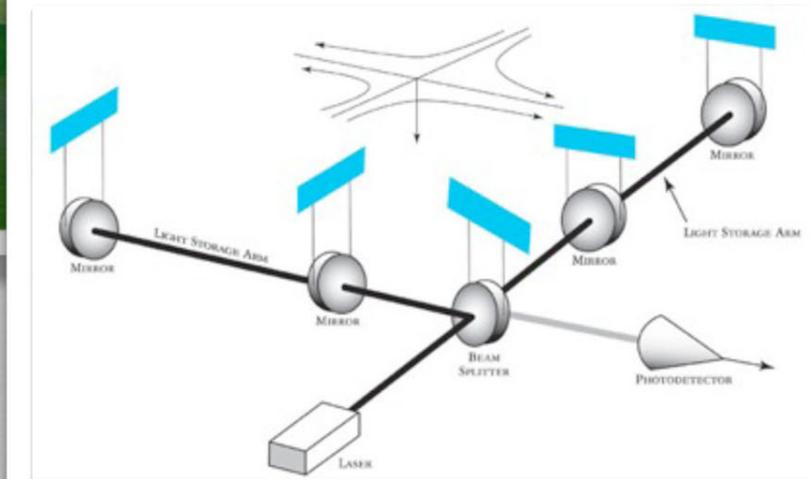
Gravitational Waves: two helicity states $s=\pm 2$

Massless, two helicity states $s=\pm 2$,
i.e. two Transverse-Traceless (TT) tensor polarizations propagating at $v=c$

$$h_{ij} = h_+(x_i x_j - y_i y_j) + h_\times (x_i y_j + y_i x_j)$$



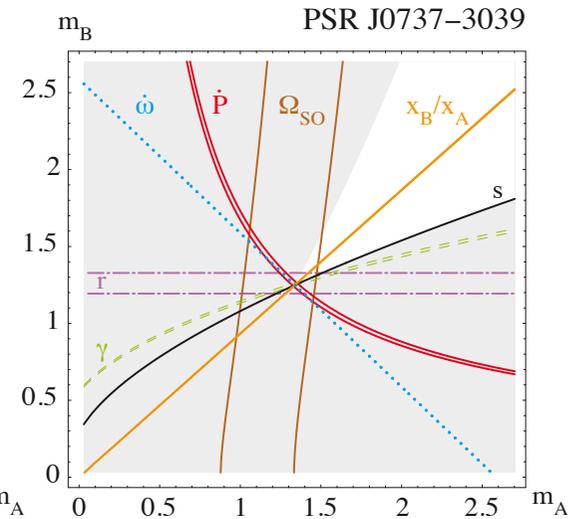
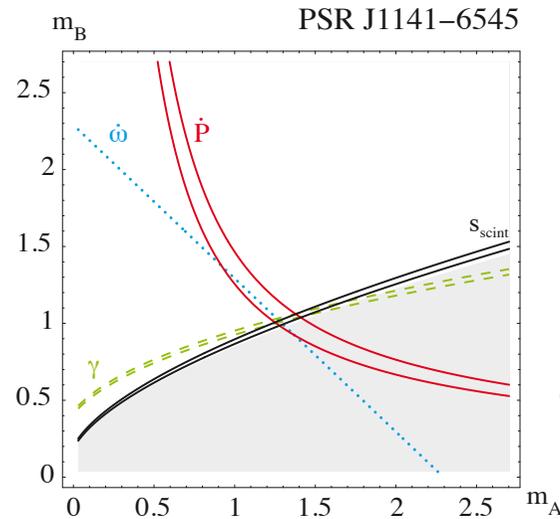
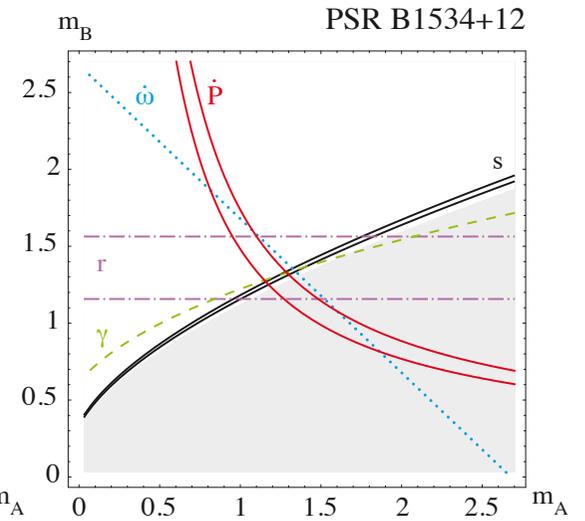
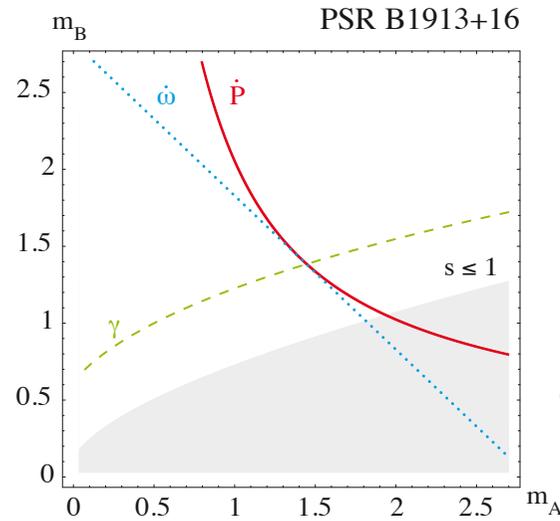
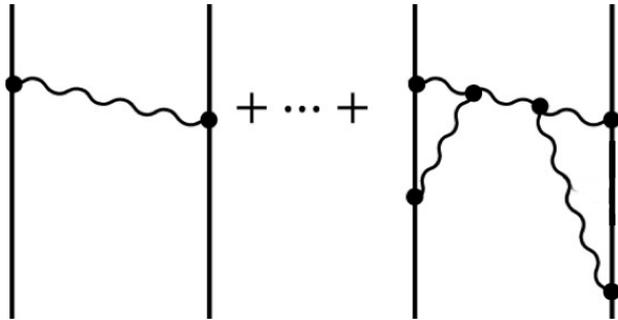
LASER INTERFEROMETER GW DETECTORS



La preuve par le(s) pulsar(s) binaire(s): Taylor et al.



Preuve directe que la gravitation se propage par ondes: Effet Laplace-Eddington



L'histoire accidentée des trous noirs

- Décembre 1915 : solution exacte trouvée par **Karl Schwarzschild** (= bouclier noir !)

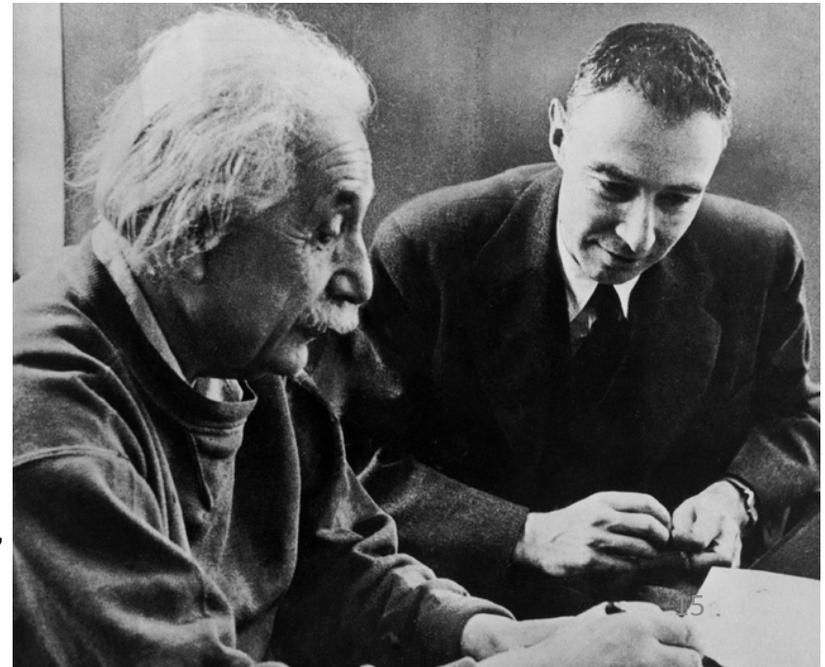
$$ds^2 = - \left(1 - \frac{R_g}{r} \right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{1 - R_g/r} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

- « Rayon gravitationnel » : $R_g = \frac{2GM}{c^2}$

$$\text{Soleil } R_g^\odot \simeq 3 \text{ km} \quad ; \quad \text{Terre } R_g^\oplus \simeq 1 \text{ cm}$$

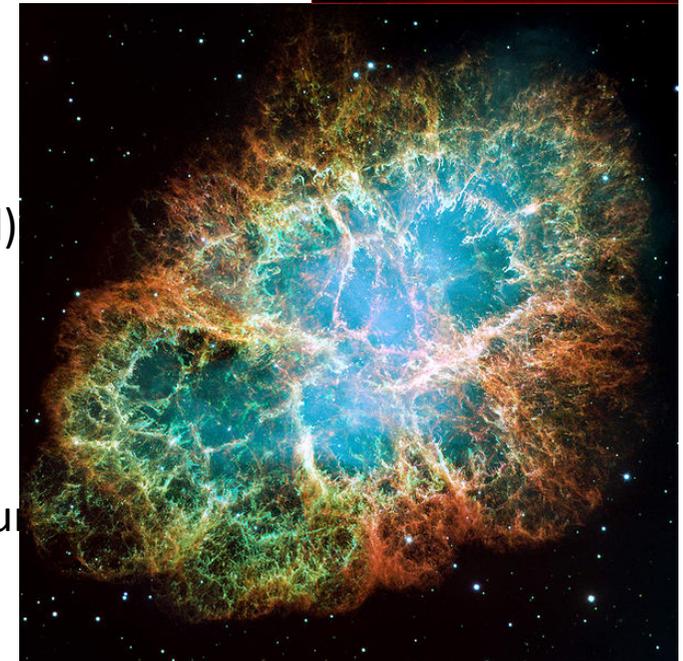
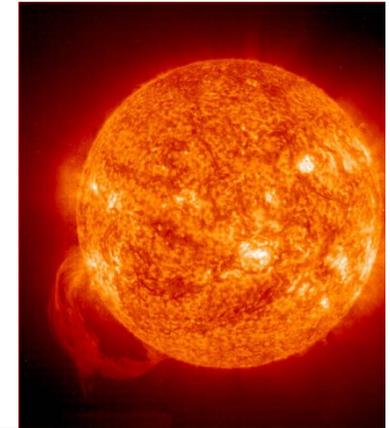
- ? Condenser la masse du Soleil dans: $R_g^\odot \simeq 3 \text{ km} \rightarrow$ densité $\simeq 2 \times 10^{16} \text{ g/cm}^3$!
La masse d'une montagne dans chaque dé à coudre ; cent fois plus grand que la densité nucléaire

- Une conséquence de la théorie de la Relativité Générale qui est restée **voilée** pendant longtemps
- Concept inventé par **Oppenheimer et Snyder** en juillet 1939
- Pris au sérieux, et développé seulement à partir de 1967-1969 par Doroshkevich-Zel'dovich-Novikov, Israel, Wheeler, Penrose, ...



Développements théoriques et découvertes observationnelles qui ont permis l'émergence du concept

- 1910 « Naines blanches »: densité : M_{\odot} dans $R_{\oplus} \rightarrow 10^6 \text{g/cm}^2$
- 1920-1939 Source d'énergie des étoiles, fusion nucléaire (Eddington, Bethe)
- 1926 **Relativité Restreinte + Mécanique Quantique + Principe d'Exclusion** théorie de la matière relativiste fermionique froide (Fowler 1926)
- 1929-35 **masse limite** des naines blanches (Chandrasekhar, Landau)
- 1934 Concept d'étoiles à neutrons ([Landau], Baade-Zwicky) densité d'une étoile à neutrons : M_{\odot} dans 10 km \rightarrow densité $\sim 10^{14} \text{g/cm}^3 \sim \rho_{\text{nucl}}$
- 1939 Oppenheimer-Volkoff : étoiles à neutrons en Relativité Générale : **masse limite** des étoiles à neutrons
- **juillet 1939 Oppenheimer-Snyder** : effondrement continué
- 1963 **Quasars** \rightarrow Existence de trous noirs supermassifs ?
- 1963 solution exacte de **Roy Kerr** (généralisant Schwarzschild)
- 1967 **Pulsars**
- 1968 Pulsar du Crabe : existence des étoiles à neutrons
- 1968 le nom « black hole » est inventé (Wheeler)
- 1969 vision spatio-temporelle globale du trou noir (**Penrose**)
- 1970 sources X binaires \rightarrow existence de trous noirs de 10 M_{su}
- 1973 [1963] sursauts gamma



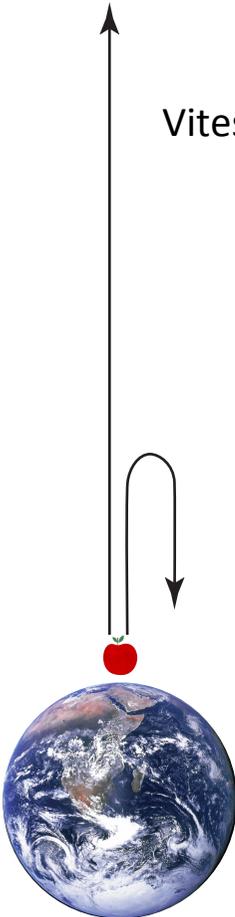
Définition d'un trou noir

Définition naïve :

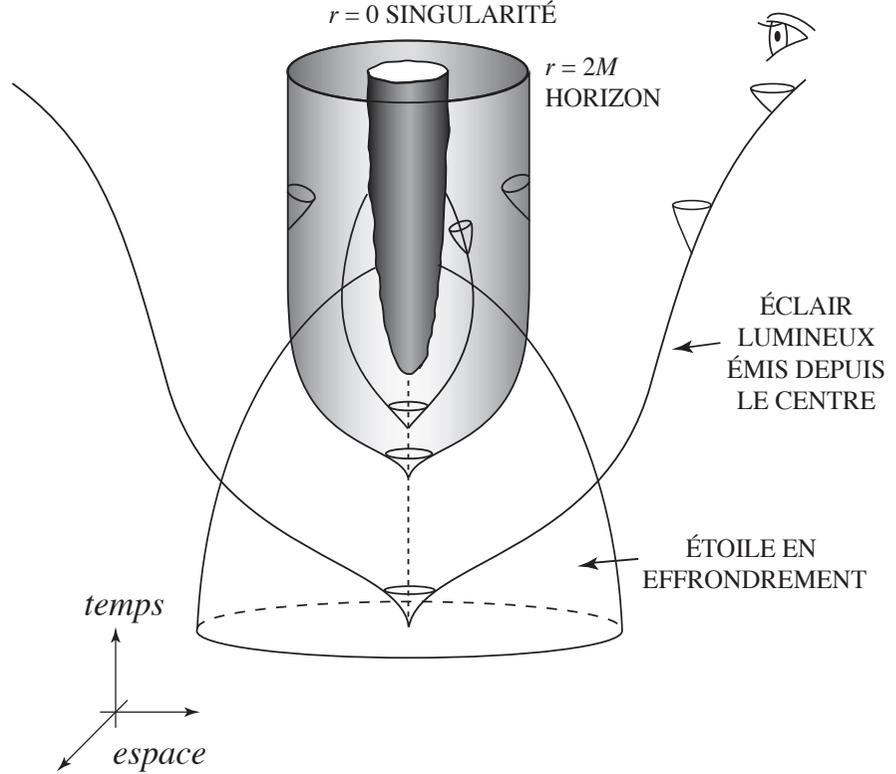
Vitesse de libération \geq vitesse de la lumière

rayon \rightarrow $R \leq R_g \equiv \frac{2GM}{c^2}$ \leftarrow masse

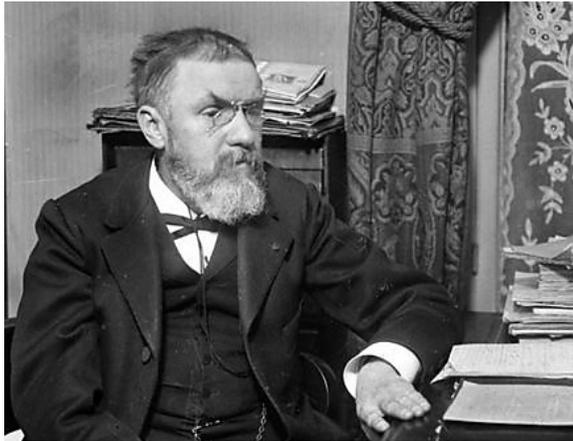
constante de la gravitation $F = G \frac{m_1, m_2}{r^2}$ \leftarrow vitesse de la lumière



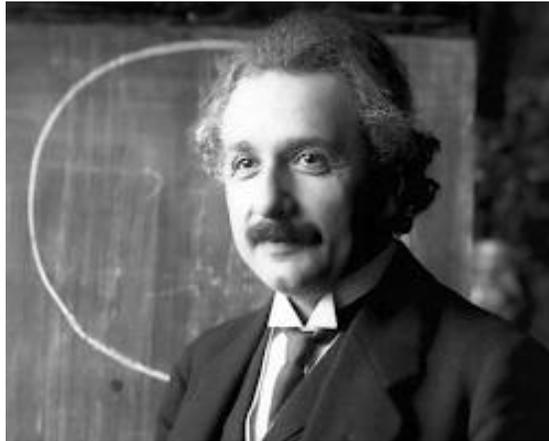
Vraie définition : diagramme d'espace-temps



Le bloc Espace-Temps einsteinien



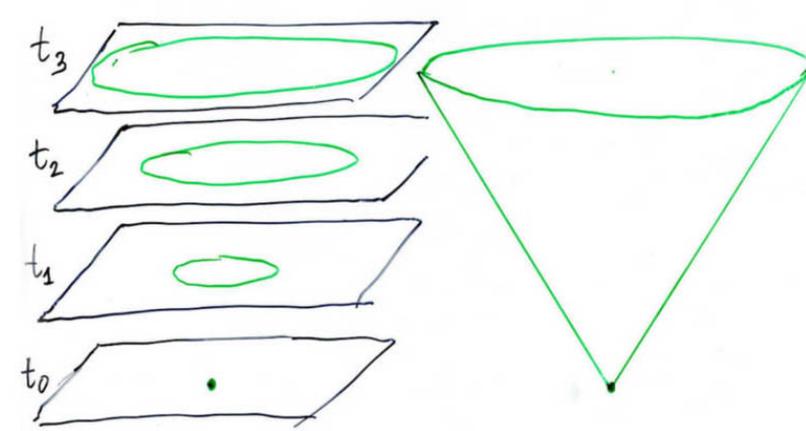
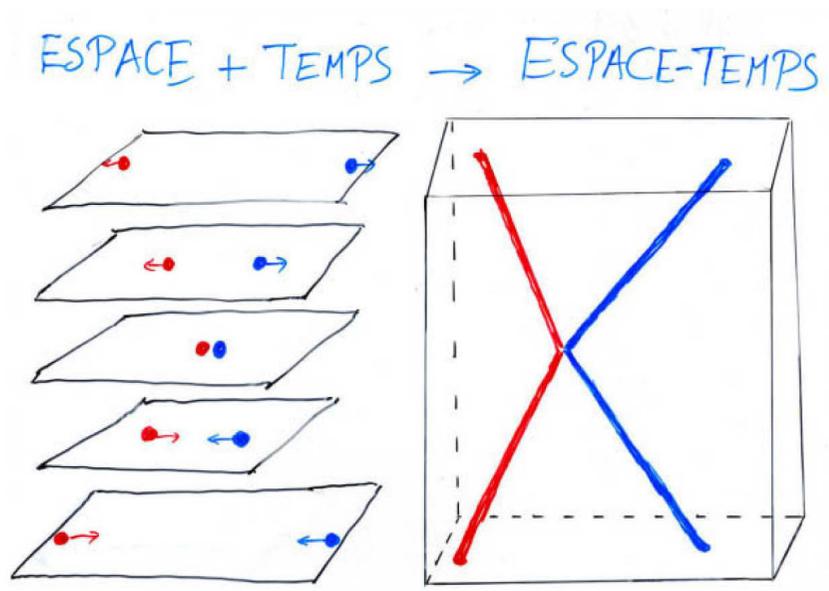
H. Poincaré



A. Einstein

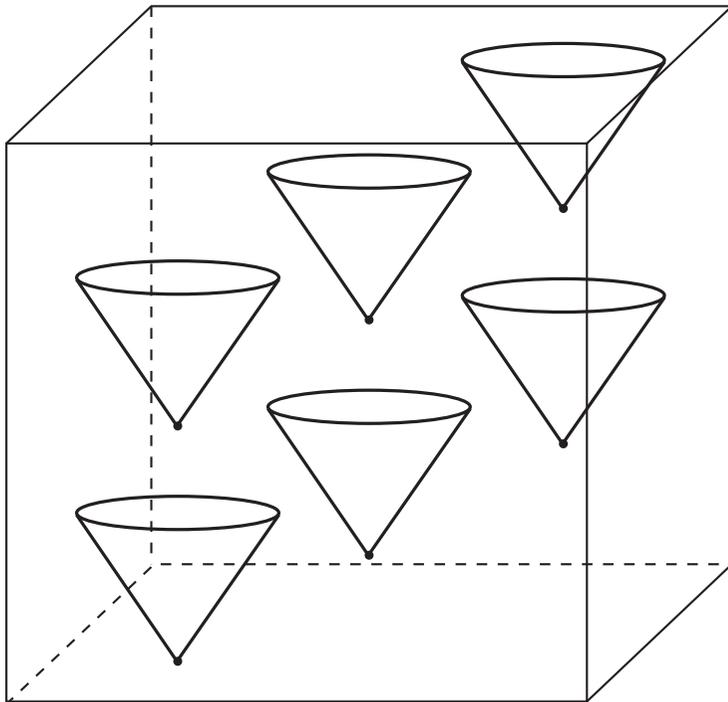


H. Minkowski

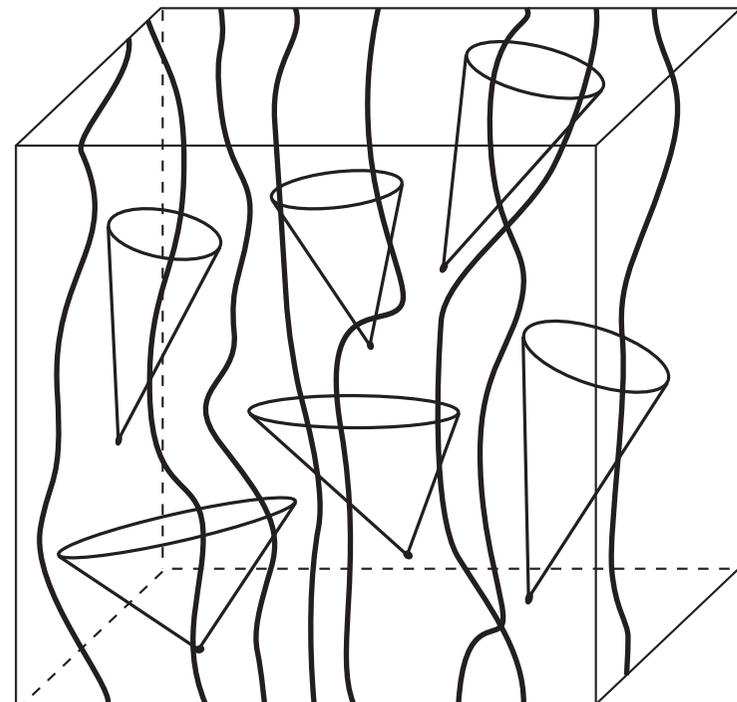


Espace-Temps élastique de la Relativité Générale

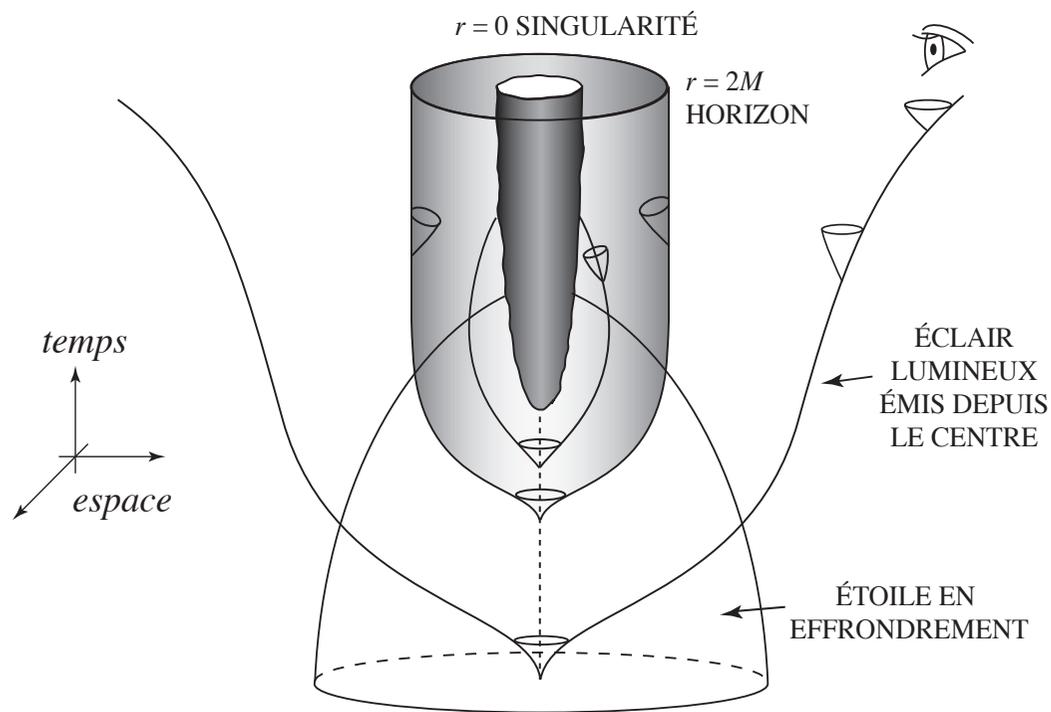
Relativité Restreinte



Relativité Générale



Effondrement d'une étoile et formation d'un trou noir



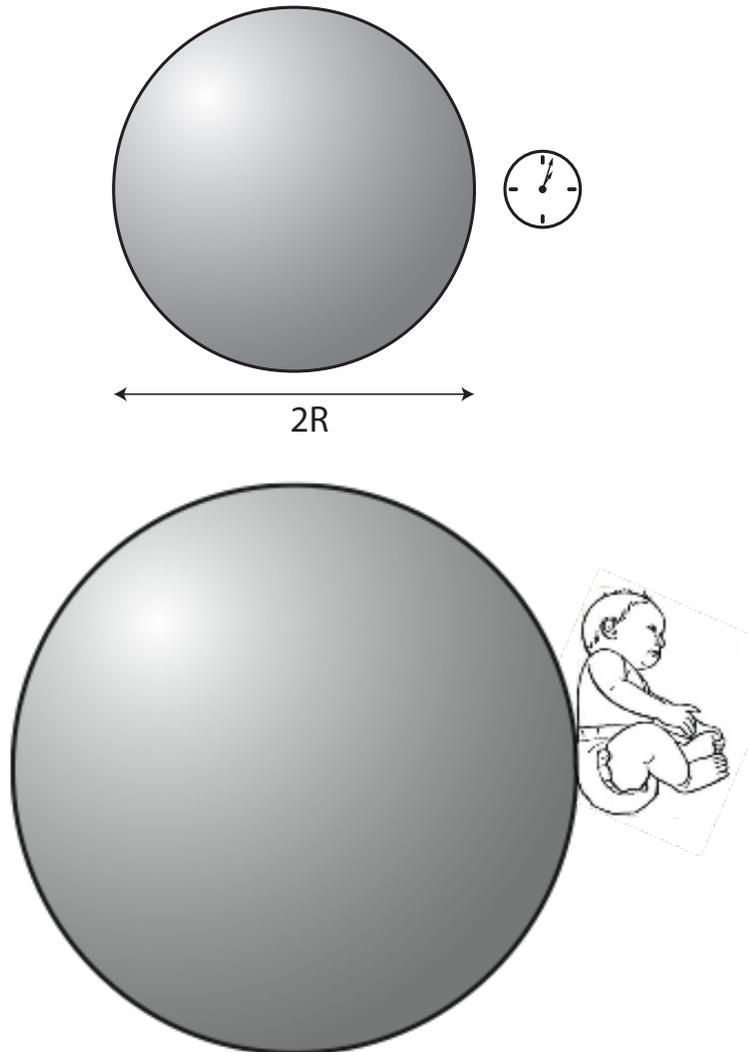
- rien ne peut sortir de l'intérieur du trou noir (zone grisée) : ni lumière, ni matière, ni information
- la surface du trou noir (ou "horizon") est une bulle de lumière qui, localement, se déplace vers l'extérieur à la vitesse de la lumière, mais qui, globalement fait du "sur-place"
- le développement temporel de la région intérieure est limité et se termine par un bord d'espace-temps (gris foncé) où l'espace-temps cesse d'exister : un "big crunch" où la toile espace-temps se déchire

Temps gelé à la surface d'un trou noir

Facteur de ralentissement du temps

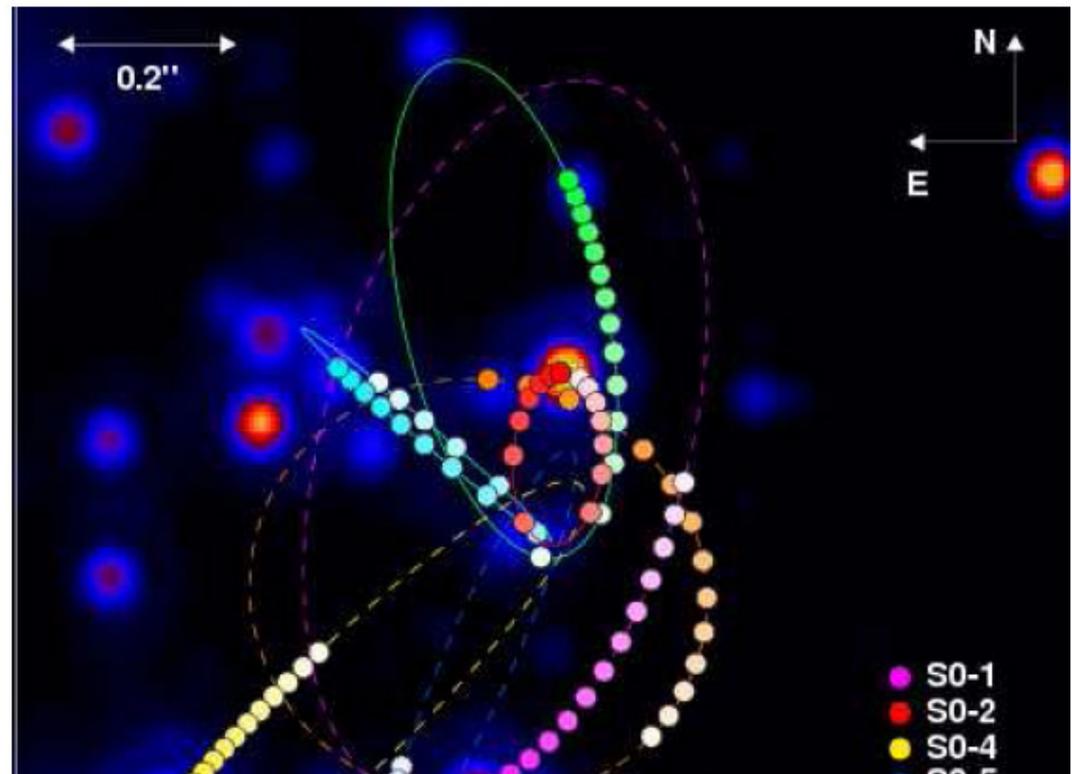
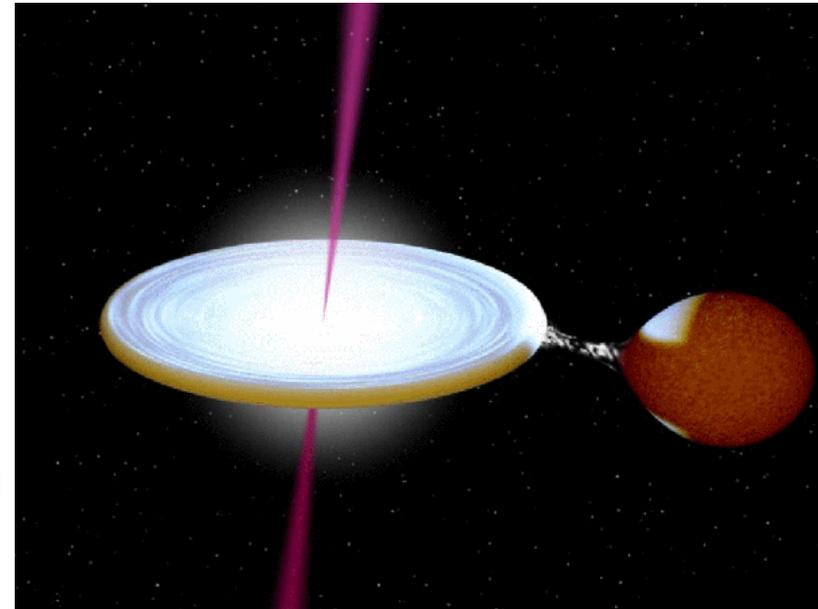
$$T_{\text{surface}} = \sqrt{1 - \frac{R_g}{R}}$$

T_{loin}

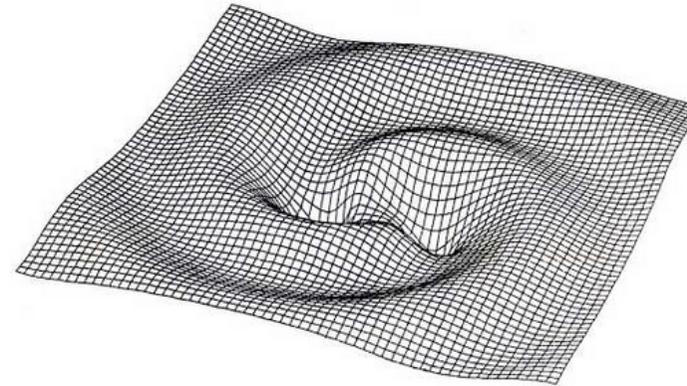
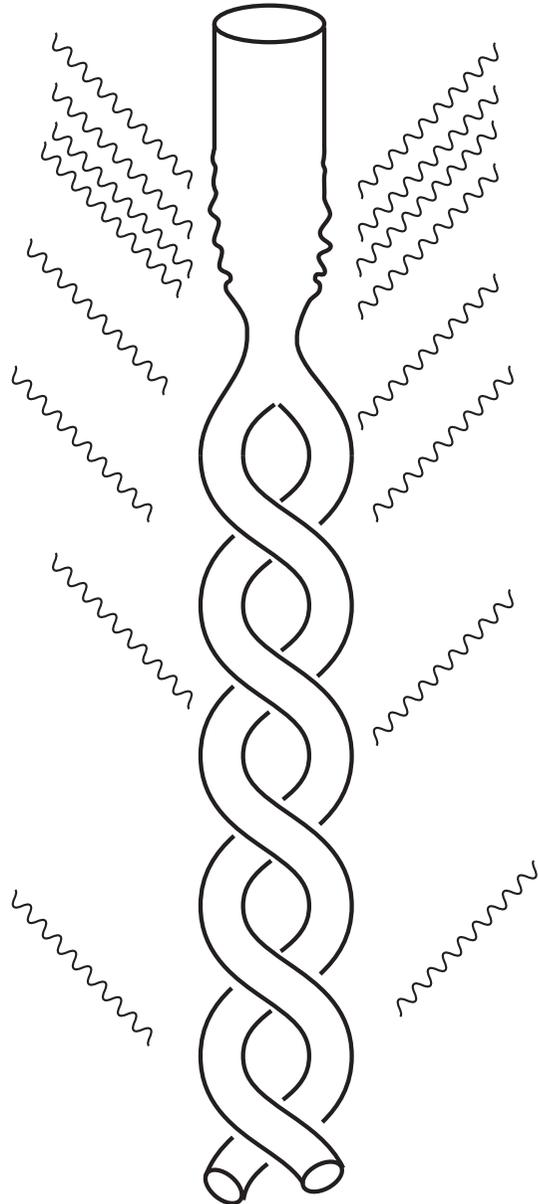


Les trous noirs en astrophysique

- Les étoiles évoluent en brûlant leur carburant nucléaire. Les générations passées d'étoiles très massives ont dû former des trous noirs (plus massifs que 3 Soleils).
- **Sources X binaires** dans notre Galaxie.
Trou noir entouré d'un **disque de gaz très chaud**
- Trous noirs supermassifs dans des **noyaux actifs de galaxies**
- Trou noir de quatre millions de masses solaires au **centre de notre Galaxie** (Genzel)



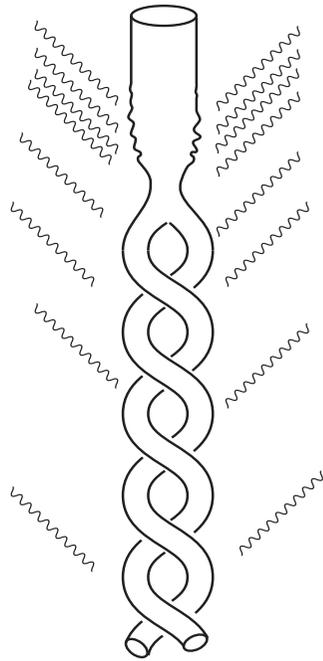
Trous noirs binaires et OG



- Le freinage corrélé aux OG dans une binaire de trous noirs (TN) fait se rapprocher petit à petit les deux jusqu'à leur coalescence finale. Dans cette coalescence, les deux trous noirs fusionnent pour former un trou noir plus gros.
- Tout ce processus émet un train d'OG quasi-sinusoidal finissant peu après la fusion.

Mouvement (circulaire) et rayonnement à l'ordre le plus bas

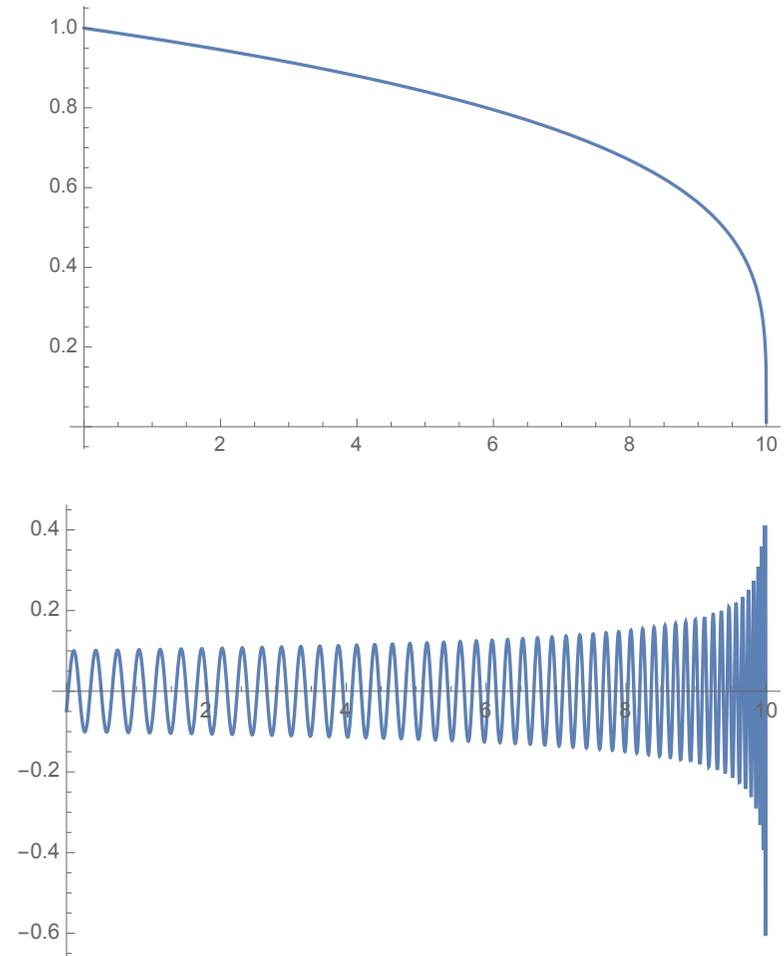
Dyson 1963, utilisant Einstein 1918, Landau-Lifchitz 1951
Binaire de deux étoiles à neutrons

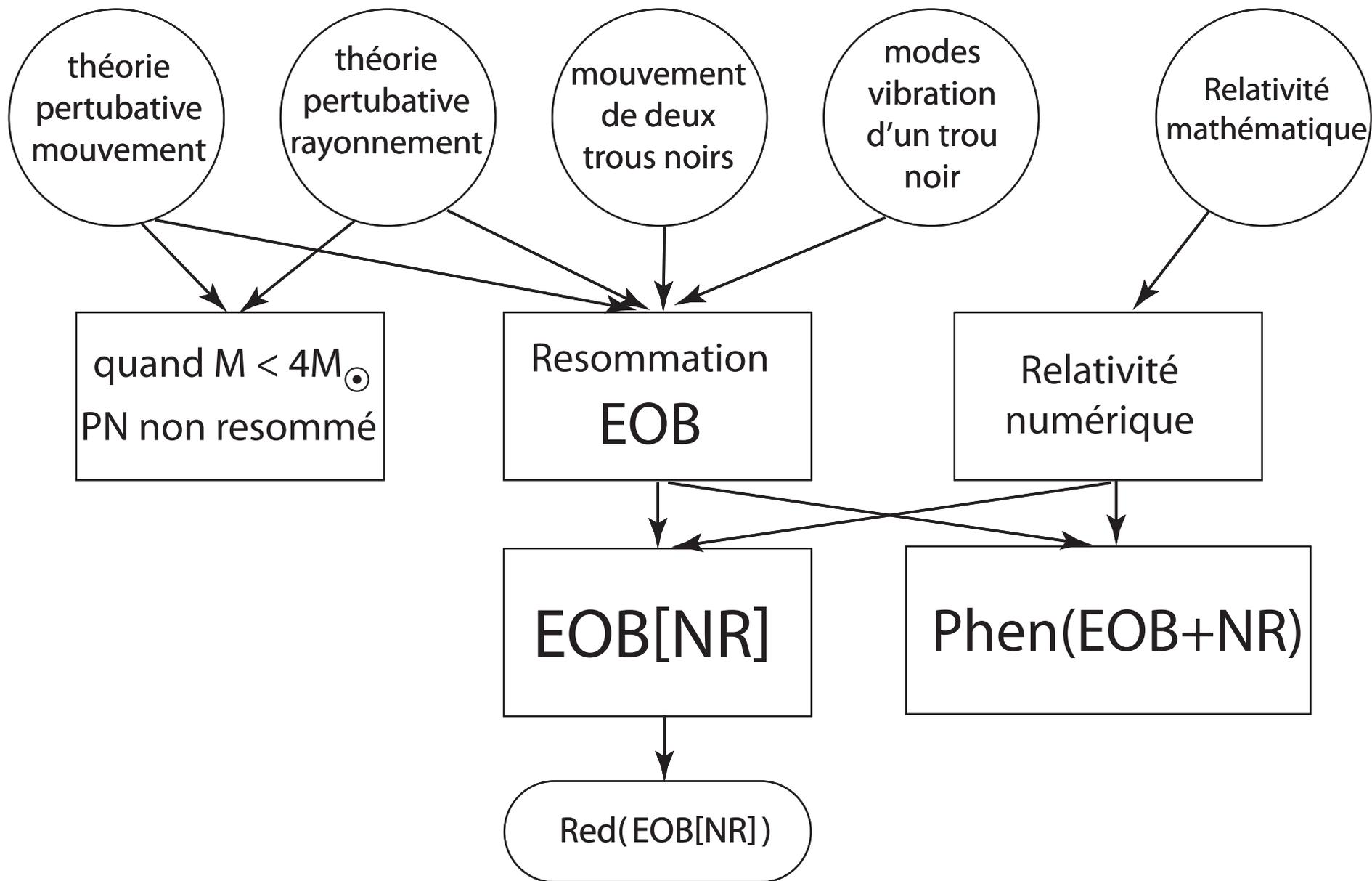


$$E = -\frac{G m_1 m_2}{2r}$$

$$\frac{d}{dt} E = -F$$

$$F = \frac{32 G^4}{5 c^5} \frac{m_1^2 m_2^2 (m_1 + m_2)}{r^5}$$



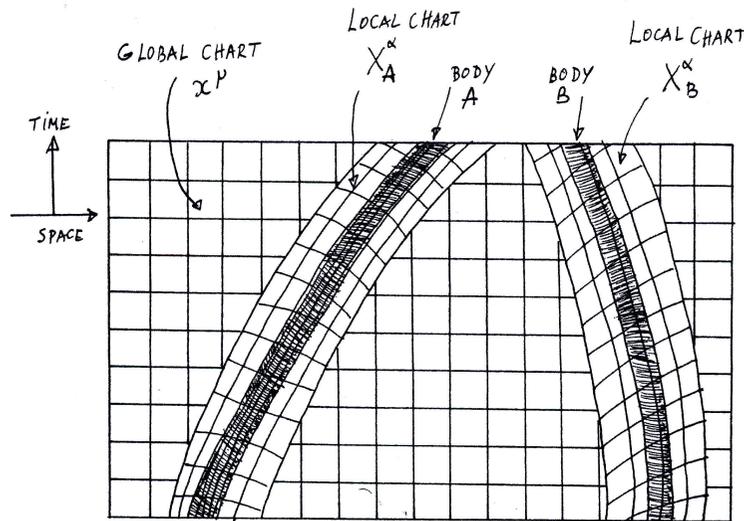


Longue histoire du problème à deux corps

- Einstein 1912 : principe géodésique $-\int m \sqrt{-g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu}$
- Einstein 1913-1916: post-Minkowskien $g_{\mu\nu}(x) = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}(x)$, $h_{\mu\nu} \ll 1$
- Einstein, Droste : post-Newtonien $h_{00} \sim h_{ij} \sim \frac{v^2}{c^2}$, $h_{0i} \sim \frac{v^3}{c^3}$, $\partial_0 h \sim \frac{v}{c} \partial_i h$
- 1916-1938 Eq. mouvt N corps à Newton $(1 + v^2/c^2) = 1\text{PN}$

Einstein-Infeld-Hoffmann 1938

Nouvelles techniques en théorie perturbative du mouvt



- approche multi-cartes et raccordements de développements asymptotiques [Demianski-Grishchuk 74](#), [D'Eath 75](#), [Kates 80](#), [Damour 82](#)

- nécessaire pour la théorie du mouvement des pulsars binaires ([Damour-Deruelle 81-82](#)) qui a montré que la propagation par **ondes** de la gravitation rendait compte des observations ([Taylor et al, 79-93](#))



- squelettonisation : $T_{\mu\nu} \rightarrow$ masses ponctuelles ([Infeld 54....](#))
- importation de la **régularisation analytique** ([Riesz 49](#)) et **dimensionnelle** ([t'Hooft-Veltman 72](#)) en Relativité Générale ([Damour 80](#), [Damour-Jaranowski-Schäfer 01](#))

Equations post-newtoniennes du mouvt [2-corps, spin =0)]

- 1PN (incluant v^2/c^2) Lorentz-Droste '17, EIH '38, Eddington-Clark '38
- 2PN (inc. v^4/c^4) Ohta-Okamura-Kimura-Hiida '74, Damour-Deruelle '81
Damour '82, Schäfer '85, Kopeikin '85
- 2.5 PN (inc. v^5/c^5) Damour-Deruelle '81, Damour '82, Schäfer '85,
Kopeikin '85
- 3 PN (inc. v^6/c^6) Jaranowski-Schäfer '98, Blanchet-Faye '00,
Damour-Jaranowski-Schäfer '01, Itoh-Futamase '03,
Blanchet-Damour-Esposito-Farèse' 04, Foffa-Sturani '11
- 3.5 PN (inc. v^7/c^7) Iyer-Will '93, Jaranowski-Schäfer '97, Pati-Will '02,
Königsdörffer-Faye-Schäfer '03, Nisanke-Blanchet '05, Itoh '09
- 4PN (inc. v^8/c^8) Jaranowski-Schäfer '13, Foffa-Sturani '13,
Bini-Damour '13, Damour-Jaranowski-Schäfer '14

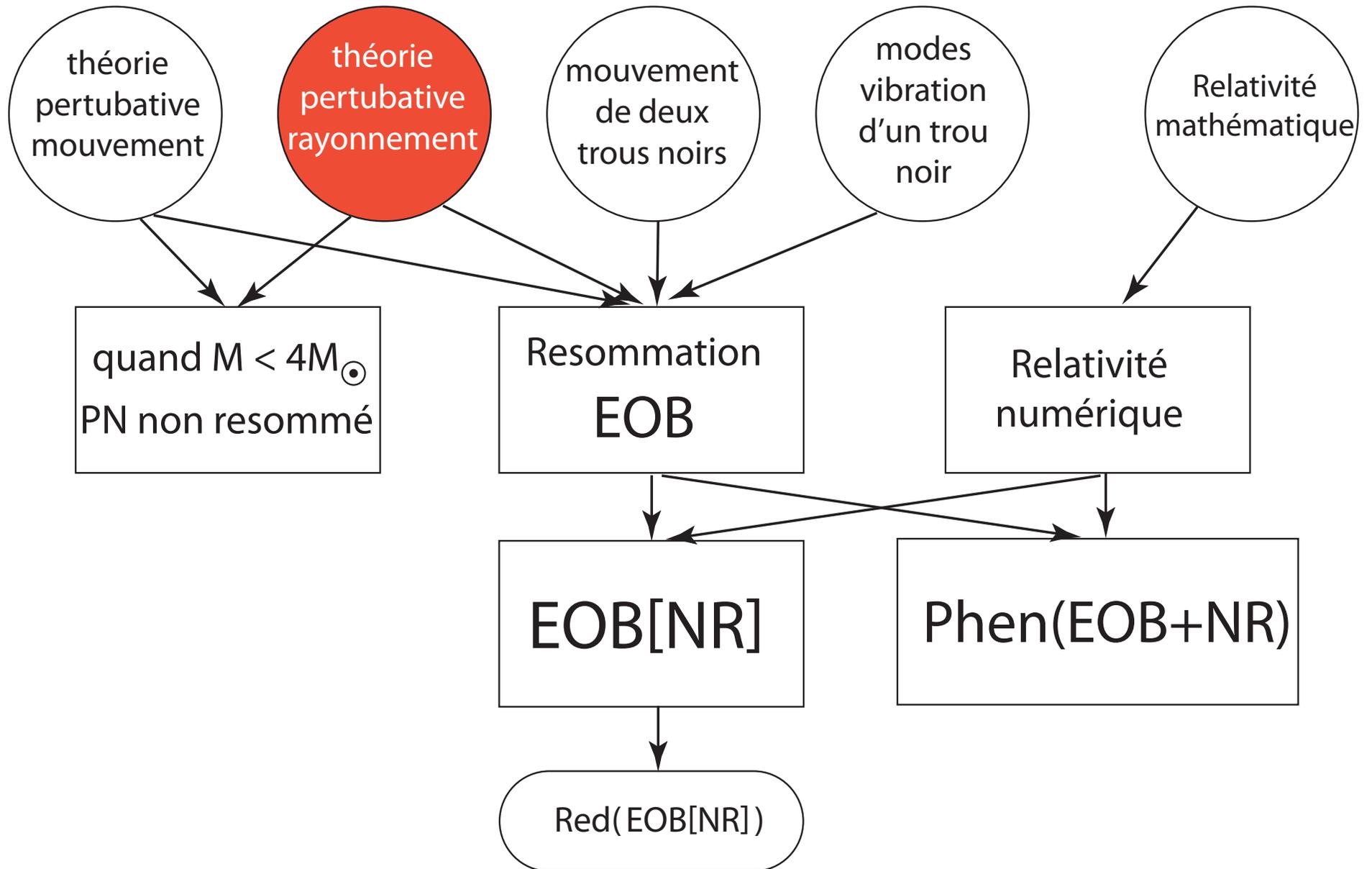
Nouvelle propriété : **non-localité temporelle**

2-body CoM Newton + 1PN + 2PN + 3PN Hamiltonian

$$\begin{aligned}
 \hat{H}_N(\mathbf{r}, \mathbf{p}) &= \frac{\mathbf{p}^2}{2} - \frac{1}{r}, \\
 \hat{H}_{1\text{PN}}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) &= \frac{1}{8}(3\nu - 1)(\mathbf{p}^2)^2 - \frac{1}{2} \left\{ (3 + \nu)\mathbf{p}^2 + \nu(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^2 \right\} \frac{1}{r} + \frac{1}{2r^2}, \\
 \hat{H}_{2\text{PN}}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) &= \frac{1}{16} (1 - 5\nu + 5\nu^2) (\mathbf{p}^2)^3 + \frac{1}{8} \left\{ (5 - 20\nu - 3\nu^2) (\mathbf{p}^2)^2 - 2\nu^2(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^2 \mathbf{p}^2 - 3\nu^2(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^4 \right\} \frac{1}{r} \\
 &\quad + \frac{1}{2} \left\{ (5 + 8\nu)\mathbf{p}^2 + 3\nu(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^2 \right\} \frac{1}{r^2} - \frac{1}{4}(1 + 3\nu) \frac{1}{r^3}, \\
 \hat{H}_{3\text{PN}}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) &= \frac{1}{128} (-5 + 35\nu - 70\nu^2 + 35\nu^3) (\mathbf{p}^2)^4 \\
 &\quad + \frac{1}{16} \left\{ (-7 + 42\nu - 53\nu^2 - 5\nu^3) (\mathbf{p}^2)^3 + (2 - 3\nu)\nu^2(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^2(\mathbf{p}^2)^2 + 3(1 - \nu)\nu^2(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^4 \mathbf{p}^2 - 5\nu^3(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^6 \right\} \frac{1}{r} \\
 &\quad + \left\{ \frac{1}{16} (-27 + 136\nu + 109\nu^2) (\mathbf{p}^2)^2 + \frac{1}{16} (17 + 30\nu)\nu(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^2 \mathbf{p}^2 + \frac{1}{12} (5 + 43\nu)\nu(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^4 \right\} \frac{1}{r^2} \\
 &\quad + \left\{ \left(-\frac{25}{8} + \left(\frac{\pi^2}{64} - \frac{335}{48} \right) \nu - \frac{23\nu^2}{8} \right) \mathbf{p}^2 + \left(-\frac{85}{16} - \frac{3\pi^2}{64} - \frac{7\nu}{4} \right) \nu(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^2 \right\} \frac{1}{r^3} \\
 &\quad + \left\{ \frac{1}{8} + \left(\frac{109}{12} - \frac{21}{32} \pi^2 \right) \nu \right\} \frac{1}{r^4}.
 \end{aligned}$$

2-body CoM 4PN Hamiltonian [DJS 2014]

$$\begin{aligned}
\hat{H}_{4\text{PN}}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = & \left(\frac{7}{256} - \frac{63}{256}\nu + \frac{189}{256}\nu^2 - \frac{105}{128}\nu^3 + \frac{63}{256}\nu^4 \right) (\mathbf{p}^2)^5 \\
& + \left\{ \frac{45}{128}(\mathbf{p}^2)^4 - \frac{45}{16}(\mathbf{p}^2)^4\nu + \left(\frac{423}{64}(\mathbf{p}^2)^4 - \frac{3}{32}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^2(\mathbf{p}^2)^3 - \frac{9}{64}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^4(\mathbf{p}^2)^2 \right) \nu^2 \right. \\
& + \left(-\frac{1013}{256}(\mathbf{p}^2)^4 + \frac{23}{64}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^2(\mathbf{p}^2)^3 + \frac{69}{128}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^4(\mathbf{p}^2)^2 - \frac{5}{64}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^6\mathbf{p}^2 + \frac{35}{256}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^8 \right) \nu^3 \\
& + \left. \left(-\frac{35}{128}(\mathbf{p}^2)^4 - \frac{5}{32}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^2(\mathbf{p}^2)^3 - \frac{9}{64}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^4(\mathbf{p}^2)^2 - \frac{5}{32}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^6\mathbf{p}^2 - \frac{35}{128}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^8 \right) \nu^4 \right\} \frac{1}{r} \\
& + \left\{ \frac{13}{8}(\mathbf{p}^2)^3 + \left(-\frac{791}{64}(\mathbf{p}^2)^3 + \frac{49}{16}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^2(\mathbf{p}^2)^2 - \frac{889}{192}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^4\mathbf{p}^2 + \frac{369}{160}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^6 \right) \nu \right. \\
& + \left(\frac{4857}{256}(\mathbf{p}^2)^3 - \frac{545}{64}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^2(\mathbf{p}^2)^2 + \frac{9475}{768}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^4\mathbf{p}^2 - \frac{1151}{128}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^6 \right) \nu^2 \\
& + \left. \left(\frac{2335}{256}(\mathbf{p}^2)^3 + \frac{1135}{256}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^2(\mathbf{p}^2)^2 - \frac{1649}{768}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^4\mathbf{p}^2 + \frac{10353}{1280}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^6 \right) \nu^3 \right\} \frac{1}{r^2} \\
& + \left\{ \frac{105}{32}(\mathbf{p}^2)^2 + \left(\left(\frac{2749\pi^2}{8192} - \frac{589189}{19200} \right) (\mathbf{p}^2)^2 + \left(\frac{63347}{1600} - \frac{1059\pi^2}{1024} \right) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^2\mathbf{p}^2 + \left(\frac{375\pi^2}{8192} - \frac{23533}{1280} \right) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^4 \right) \nu \right. \\
& + \left(\left(\frac{18491\pi^2}{16384} - \frac{1189789}{28800} \right) (\mathbf{p}^2)^2 + \left(-\frac{127}{3} - \frac{4035\pi^2}{2048} \right) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^2\mathbf{p}^2 + \left(\frac{57563}{1920} - \frac{38655\pi^2}{16384} \right) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^4 \right) \nu^2 \\
& + \left. \left(-\frac{553}{128}(\mathbf{p}^2)^2 - \frac{225}{64}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^2\mathbf{p}^2 - \frac{381}{128}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^4 \right) \nu^3 \right\} \frac{1}{r^3} \\
& + \left\{ \frac{105}{32}\mathbf{p}^2 + \left(\left(\frac{185761}{19200} - \frac{21837\pi^2}{8192} \right) \mathbf{p}^2 + \left(\frac{3401779}{57600} - \frac{28691\pi^2}{24576} \right) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^2 \right) \nu \right. \\
& + \left. \left(\left(\frac{672811}{19200} - \frac{158177\pi^2}{49152} \right) \mathbf{p}^2 + \left(\frac{110099\pi^2}{49152} - \frac{21827}{3840} \right) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{p})^2 \right) \nu^2 \right\} \frac{1}{r^4} \\
& + \left\{ -\frac{1}{16} + \left(\frac{6237\pi^2}{1024} - \frac{169199}{2400} \right) \nu + \left(\frac{7403\pi^2}{3072} - \frac{1256}{45} \right) \nu^2 \right\} \frac{1}{r^5} \\
& - \frac{1}{5} \frac{G^2 M}{c^8} I_{ij}^{(3)}(t) \times \text{Pf}_{2r_{12}/c} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dv}{|v|} I_{ij}^{(3)}(t+v)
\end{aligned}$$



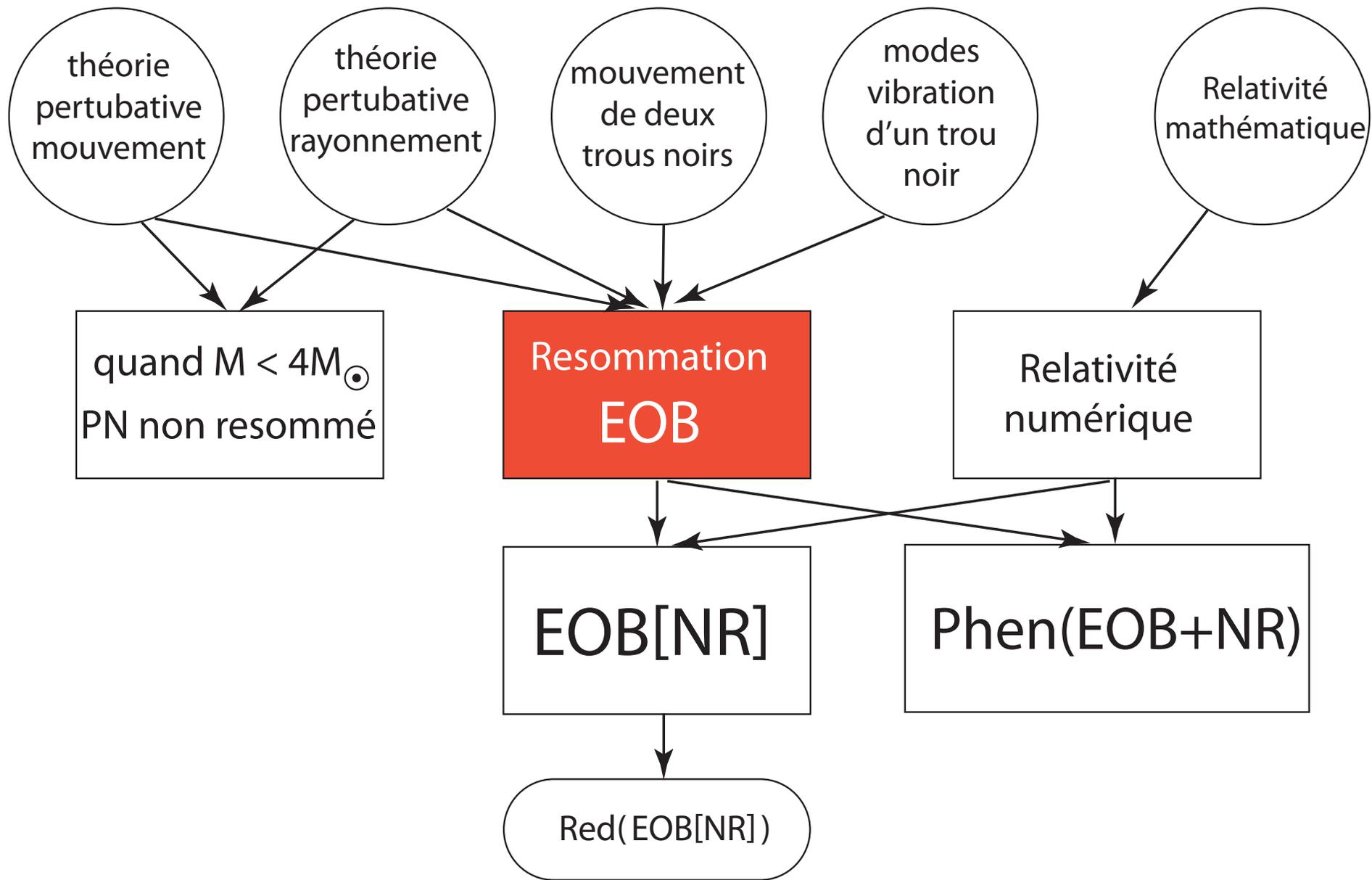
Théorie perturbative de la génération d'OG

- Einstein 1916, 1918, Landau-Lifshitz 1949, Fock 1959 : première approximation : quadrupolaire
- Structure à l'infini : ~ 1960 : Bondi, Sachs, Penrose ,...
- Développement multipolaire : Mathews 62, Pirani 64, Campbell-Morgan 71
- Effets non linéaires : Bonnor-Rotenberg 66, ... Thorne 80
- **Formalisme MPM** : Blanchet-Damour 86-, Damour-Iyer 91, ... combine **multipolaire** + itération **post-Minkowskien** + **prolongement analytique** pour intégrales divergentes

Calculs perturbatifs du flux gravitationnel émis par 2 corps

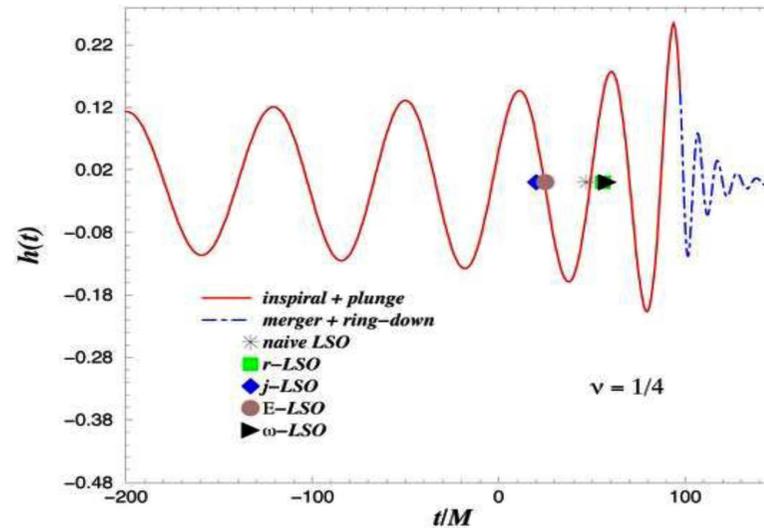
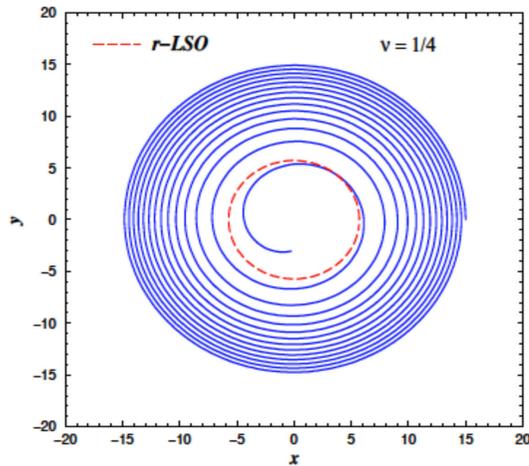
- ordre de le plus bas : Einstein 1918 Peters-Mathews 63
- $1 + (v^2/c^2)$: Wagoner-Will 76
- $\dots + (v^3/c^3)$: Blanchet-Damour 92, Wiseman 93
- $\dots + (v^4/c^4)$: Blanchet-Damour-Iyer Will-Wiseman 95
- $\dots + (v^5/c^5)$: Blanchet 96
- $\dots + (v^6/c^6)$: Blanchet-Damour-Esposito-Farèse-Iyer 2004
- $\dots + (v^7/c^7)$: Blanchet

$$\begin{aligned} \mathcal{F} = \frac{32c^5}{5G} \nu^2 x^5 & \left\{ 1 + \left(-\frac{1247}{336} - \frac{35}{12}\nu \right) x + 4\pi x^{3/2} \right. \\ & + \left(-\frac{44711}{9072} + \frac{9271}{504}\nu + \frac{65}{18}\nu^2 \right) x^2 + \left(-\frac{8191}{672} - \frac{583}{24}\nu \right) \pi x^{5/2} \\ & + \left[\frac{6643739519}{69854400} + \frac{16}{3}\pi^2 - \frac{1712}{105}\gamma_E - \frac{856}{105}\ln(16x) \right. \\ & \quad \left. + \left(-\frac{134543}{7776} + \frac{41}{48}\pi^2 \right) \nu - \frac{94403}{3024}\nu^2 - \frac{775}{324}\nu^3 \right] x^3 \\ & \left. + \left(-\frac{16285}{504} + \frac{214745}{1728}\nu + \frac{193385}{3024}\nu^2 \right) \pi x^{7/2} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{c^8}\right) \right\}. \end{aligned}$$



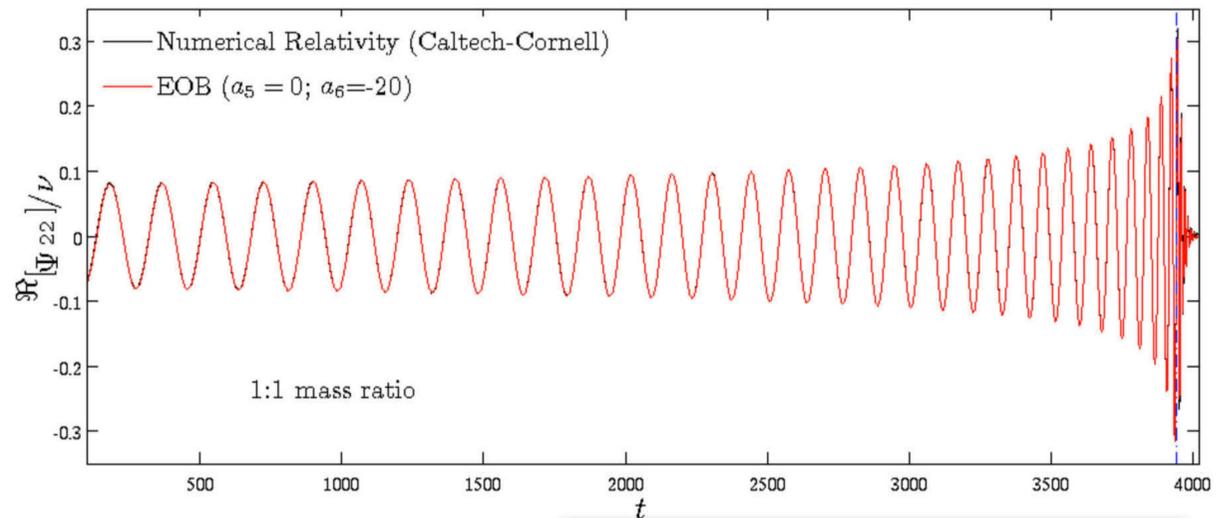
Calcul analytique et numérique du signal d'OG

Analytique: Effective One Body (EOB) (Buonanno-Damour 1999, 2000 ; Damour-Jaranowski-Schäfer 2000, Damour 2001) **Resommation** des résultats perturbatifs → description de la coalescence et du ringdown (Vishveshwara 70, Davis-Ruffini-Tiomno 1972)



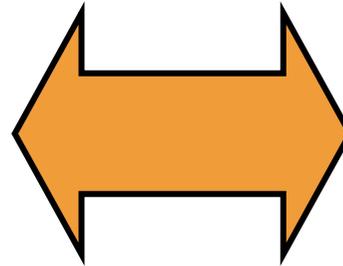
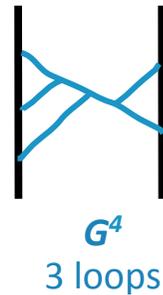
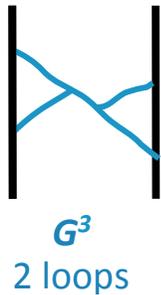
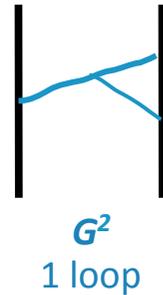
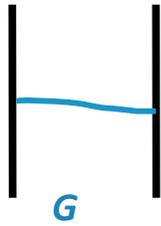
Numérique

(Pretorius 2005,
Campanelli et al 2006,
Baker et al 2006, ...,
Caltech-Cornell)

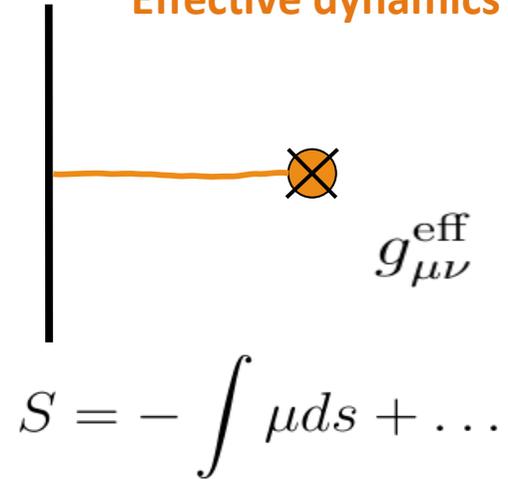


Dynamique resommée EOB

Real dynamics



Effective dynamics



$$H = H_0 + \left(G H_1 + \frac{G^2}{c^2} H_2 + \frac{G^3}{c^4} H_3 + \frac{G^4}{c^6} H_4 \right) \left(1 + \frac{1}{c^2} + \dots \right)$$

Effective metric

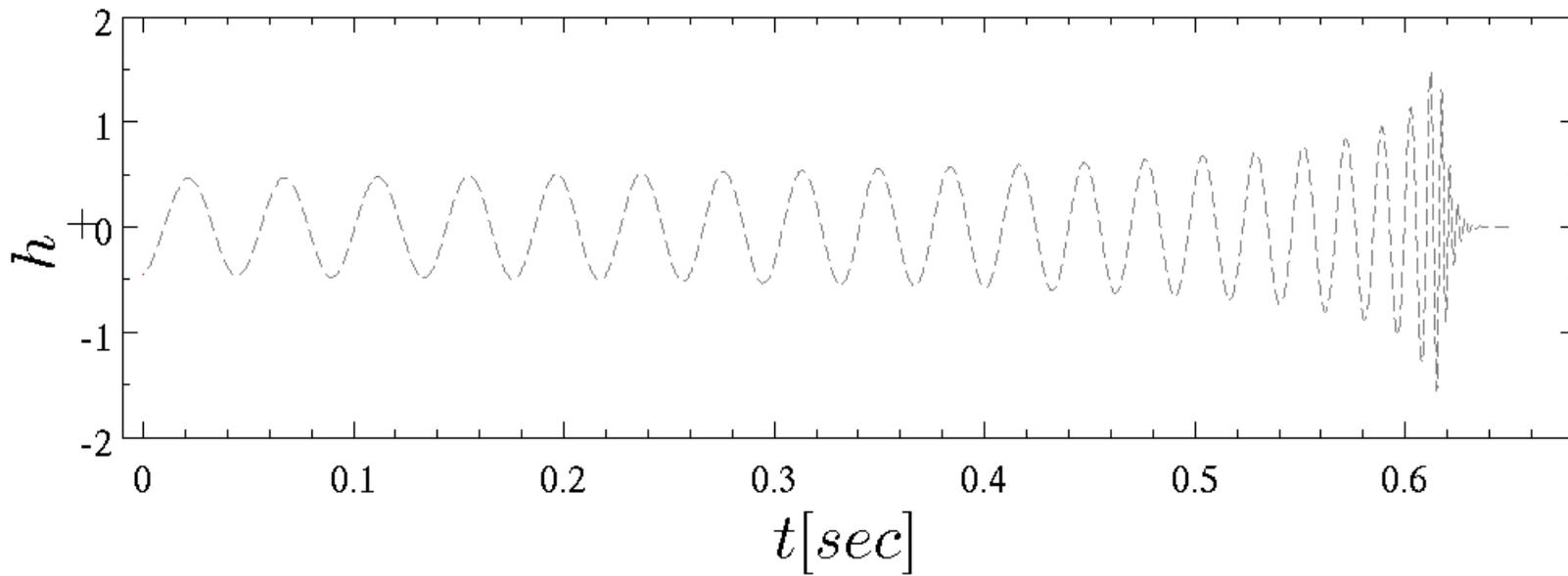
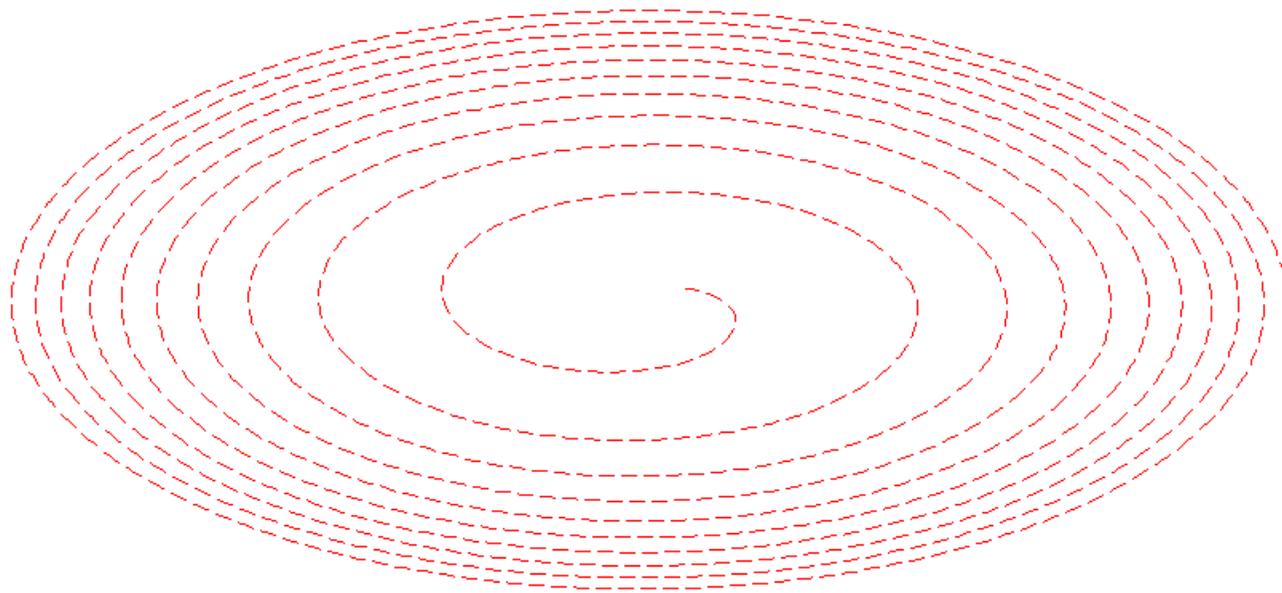
$$ds_{\text{eff}}^2 = -A(r)dt^2 + B(r)dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

Hamiltonien resommé EOB

$$ds_{\text{eff}}^2 = -A(r)dt^2 + B(r)dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

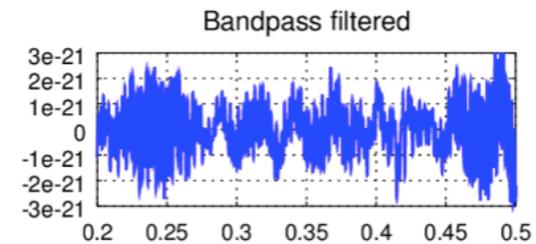
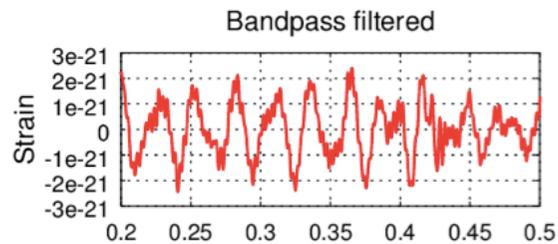
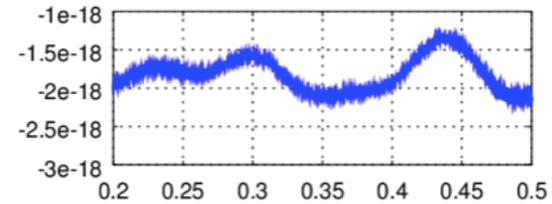
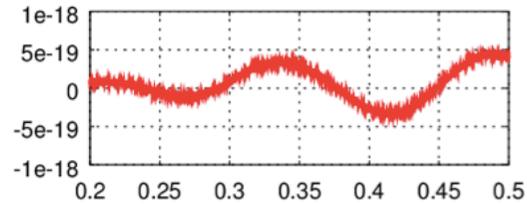
$$H_{\text{EOB}} = M \sqrt{1 + 2\nu \left(\frac{1}{\mu} \sqrt{A(r) \left(\mu^2 + \frac{p_r^2}{B(r)} + \frac{p_\phi^2}{r^2} + 2\nu(4 - 3\nu) \left(\frac{GM}{r} \right)^2 \frac{p_r^4}{\mu^2} \right) - 1} \right)}$$

$$M = m_1 + m_2, \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}, \quad \nu = \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{\mu}{M}$$

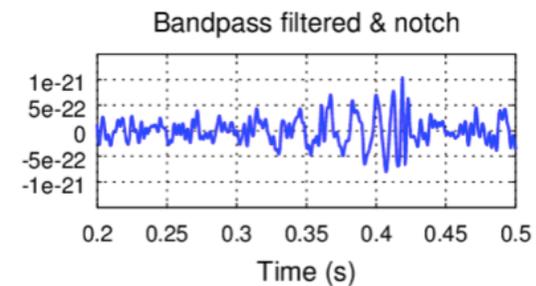
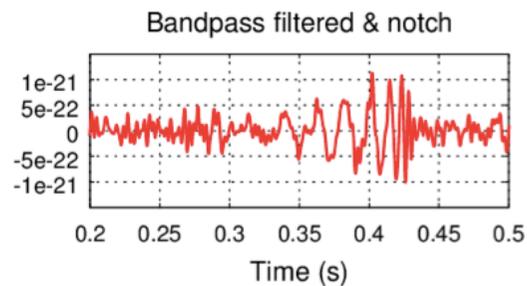


LGW150914: Un signal incroyablement petit et perdu dans le bruit

$h(t)$



÷ 500



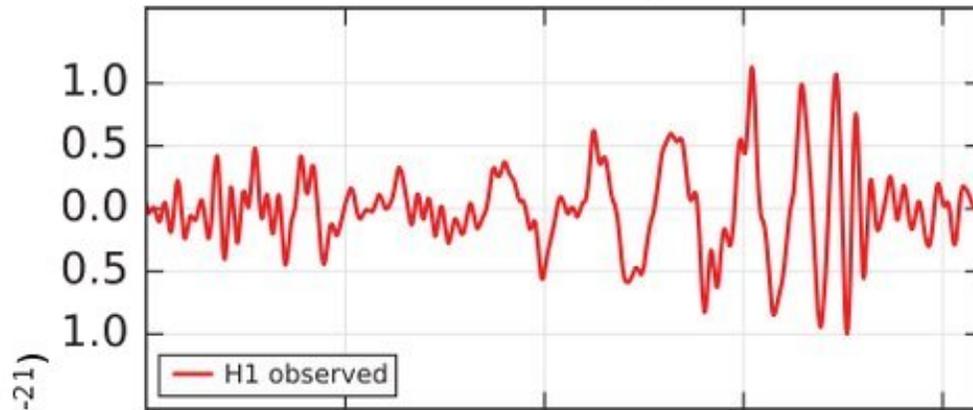
Chassande-Mottin,
Acad Sciences, 5 avril
2016

Deux niveaux de recherche du signal:

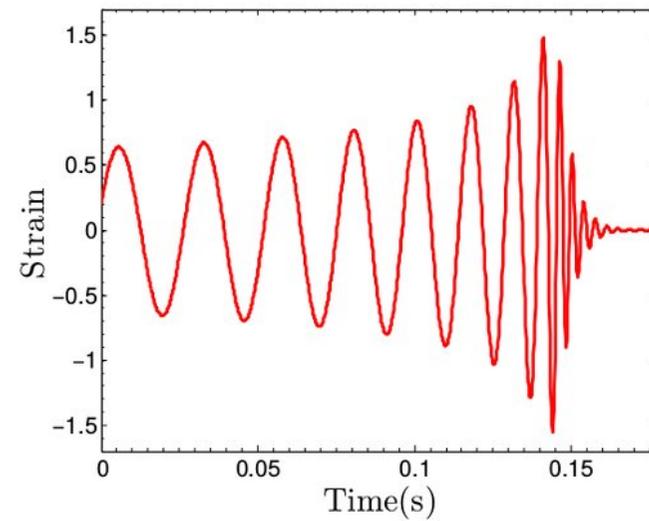
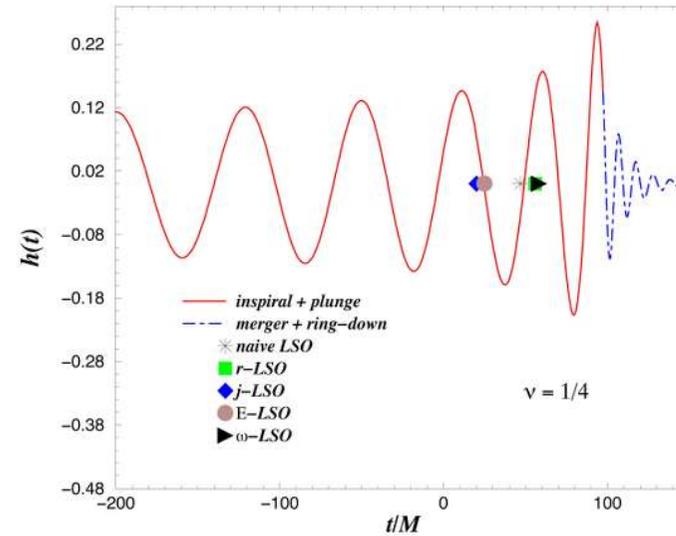
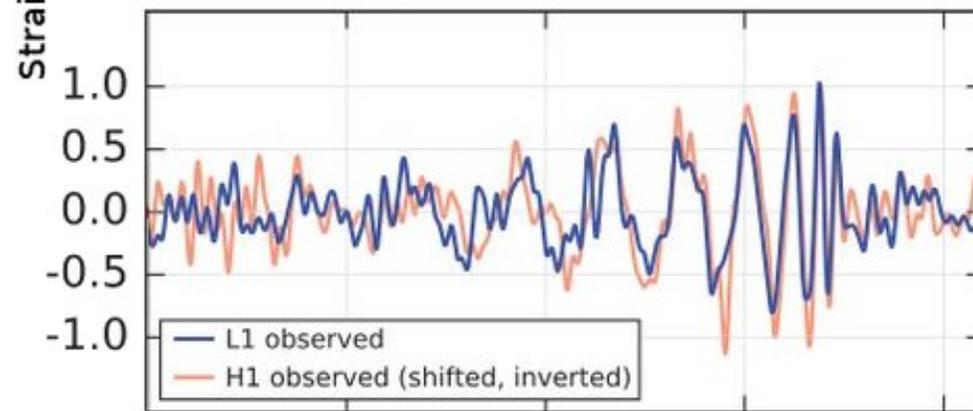
1. Analyse temps-fréquence
2. Gabarits adaptés au signal théorique

GW150914 vs EOBNR-IHES

Hanford, Washington (H1)



Livingston, Louisiana (L1)



Conclusions

- Conceptuellement:
 1. on a vu l'espace élastique einsteinien vibrer, et
 2. on a eu la première preuve (presque) directe de l'existence des trous noirs
- Une nouvelle fenêtre sur l'Univers: astronomie des OG
Sera peut être dominée par BBH [bientôt une détection par jour (Belczynski et al 2010)]
, en attendant BNS + signaux EM (GRB ?)
- L'étude fine des signaux de coalescence de BBH va permettre de sonder la gravitation en champ fort, de façon encore plus profonde que les pulsars binaires.
- Les trous noirs sont la prédiction la plus fascinante de la théorie de la Relativité Générale d'Einstein; le concept a mis longtemps à être appréhendé, accepté et reconnu. On va pouvoir bientôt obtenir des confirmations indirectes des remarquables propriétés physiques des trous noirs étudiées dans les années 70 et 80: énergétiques,, thermodynamiques, électriques, visqueuses, ...
- Leurs propriétés mathématiques, et en physique non-quantique, sont relativement bien comprises (avec des zones d'ombre restantes). Leurs propriétés quantiques restent encore en partie mystérieuses.