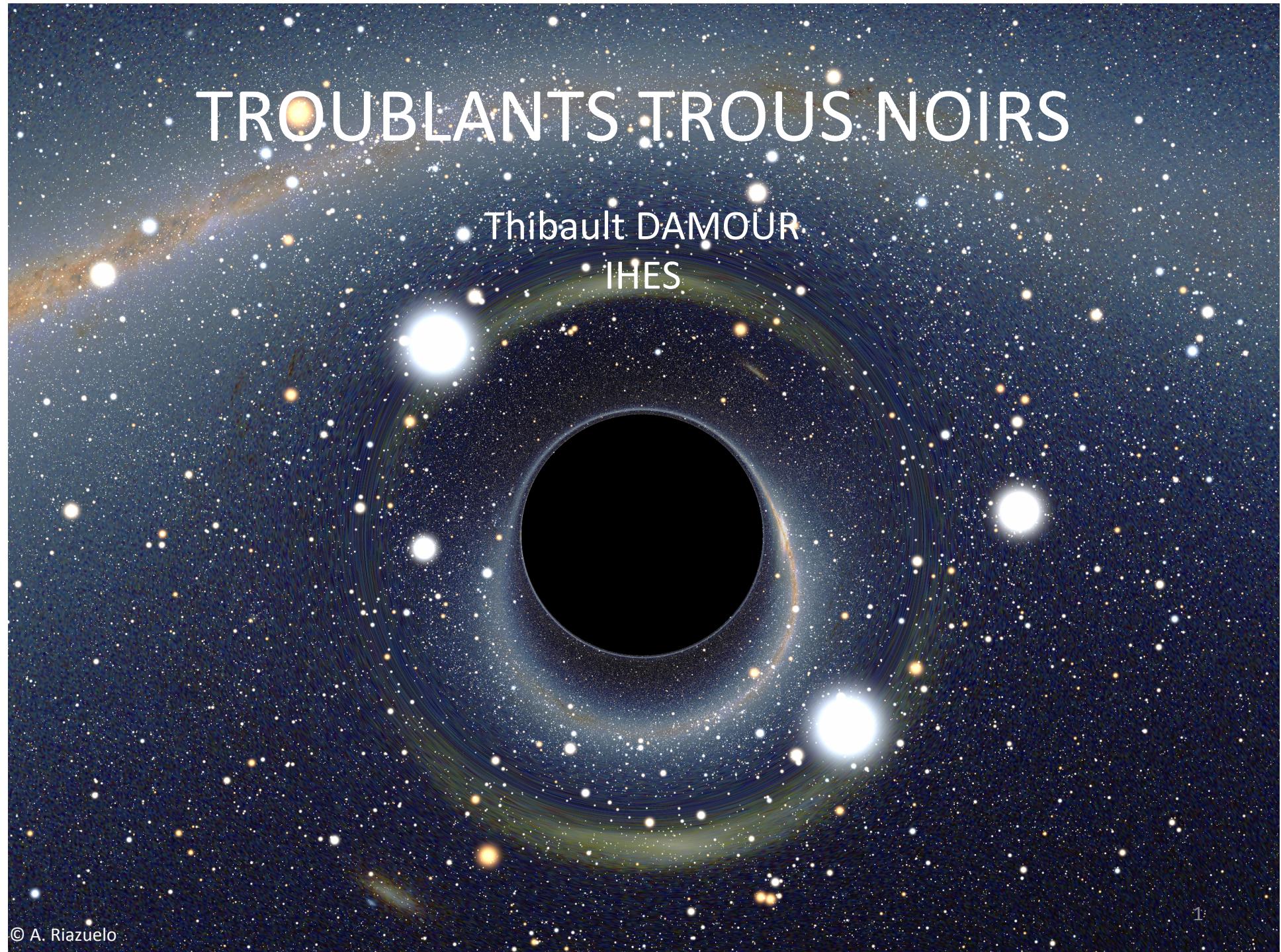


TROUBLANTS TROUS NOIRS

Thibault DAMOUR

IHES



AN DIE KULTURWELT!

Wir als Vertreter deutscher Wissenschaft und Kunst erheben vor der gesamten Kulturradelt Protest gegen die Lügen und Verleumdungen, mit denen unsere Feinde Deutschlands reine Sache in den ihm aufgeszwungenen schweren Daseinskämpfe zu beschmutzen trachten. Der ohnmächtige Mund der Ereignisse hat die Ausbreitung entlichter deutscher Niederlagen widerlegt. Um so eifriger arbeitet man jetzt mit Entstellungen und Verdichtungen. Gegen sie erheben wir laut unserer Stimme. Sie soll die Verkünderin der Wahrheit sein.

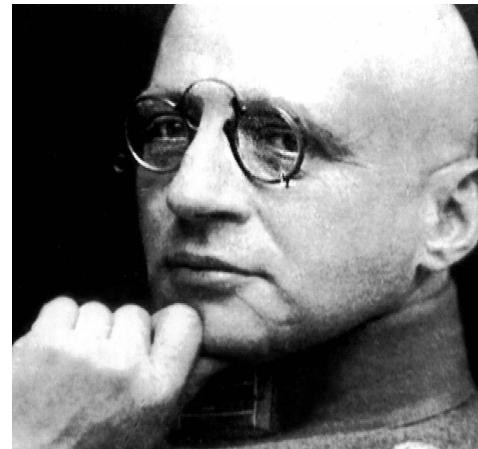
Es ist nicht wahr, daß Deutschland diesen Krieg verschuldet hat. Weder das Volk hat ihm gewollt noch die Regierung noch der Kaiser. Von deutscher Seite ist das Äußerste geschehen, hinzuwenden. Dafür legen der Welt die urkundlichen Beweise vor. Oft genug hat Wilhelm II. in den 25 Jahren seiner Regierung sich als Schirmher des Weltfriedens erwiesen; oft genug haben selbst unsere Gegner dies anerkenn. Ja, dieser nämliche Kaiser, den sie jetzt einen Attila zu nennen wagen, ist Jahrzehntlang wegen seiner unerschütterlichen Friedensliebe von ihnen verspottet worden. Erst als eine schon lange an den Grenzen lauernde Übermacht von drei Seiten über unser Volk herfiel, hat es sich erheben wie ein Mann.

Es ist nicht wahr, daß wir freuentlich die Neutralität Belgiens verletzt haben. Nachweislich waren Frankreich und England zu ihrer Verletzung entschlossen. Nachweislich war Belgien damit einverstanden. Selbsterklärung wäre es gewesen, ihnen nicht zuvorkommen.

Es ist nicht wahr, daß eines einzigen belgischen Bürgers Leben und Eigentum von unseren Soldaten angestochen werden ist, ohne daß die hinterste Netwär es gehört. Denn wieder und immer wieder, allen Mahnungen zum Trotz, hat die Bevölkerung sie aus dem Hinterhalt beschossen, verwusste verstimmt, Ärzte bei der Ausübung ihres Sanitätswerkes ermordet. Man kann nicht niedergeschlagener Fälschen, als wenn nun die Verbrechen dieser Meuchelmörder verschweigt, um alle gegebene Strafe, die sie erlitten haben, den Deutschen zum Verbrechen zu machen.

Es ist nicht wahr, daß unsere Truppen brutal gegen Löwen gewußt haben. An einer menschen Einwohnerschaft, die sie im Quartier heimtückisch überfiel, haben sie durch Beschließung eines Teils der Stadt schweren Herzens Vergeltung üben müssen. Der größte Teil von Löwen ist erholt geblieben. Das berühmte Rathaus steht glänlich unversehrt. Mit Selbstauferlegung haben unsere Soldaten es vor den Flammen bewahrt. — Sollten in diesem furchtbaren Kriege Kunstwerke zerstört

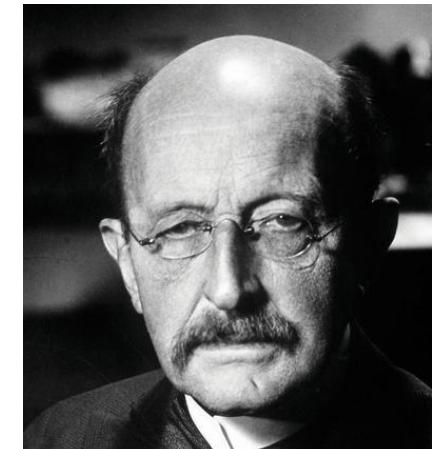
1914-1915



Fritz Haber



Walter Nernst



Max Planck



$$\begin{aligned}
& \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g_{21}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 g_{31}}{\partial x^2} \right) = \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 g_{31}}{\partial x^2} \\
& (x^1, x^2) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g_{21}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 g_{31}}{\partial x^2} \right) \quad \text{Gesamter Ausdruck} \\
& + \sum_{i=1}^3 g_{ii} \left(\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \right) \\
& \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] = 1 \\
& \left[\frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x^2} \right] = \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g_{21}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 g_{31}}{\partial x^2} \\
& - \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x^2} + 2 \sum_{i=1}^3 g_{ii} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \\
& \Rightarrow \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \left(\frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g_{21}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 g_{31}}{\partial x^2} \right) \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] + 2 \sum_{i=1}^3 g_{ii} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \\
& \sum_{i=1}^3 g_{ii} \left(\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \right) \\
& = \sum_{i=1}^3 \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right\} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right\} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right\} + 2 \sum_{i=1}^3 \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right\} g_{ii} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] - \sum_{i=1}^3 \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right\} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right\} g_{ii} \\
& + \sum_{i=1}^3 \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right\} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right\} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right\} \\
& \sum_{i=1}^3 \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right\} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right\} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right\} = 0 \\
& \text{Sollte vorausgesetzt werden.}
\end{aligned}$$

Novembre 1915

14. Dezember
Nr. 50
28. Jahrgang

Einzelpreis
des Heftes
25 Pf.

Berliner Illustrirte Zeitung

Verlag Ullstein & Co, Berlin SW 68

DOC. 25 FIELD EQUATIONS OF GRAVITATION 245

844 Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse vom 25. November 1915

Die Feldgleichungen der Gravitation.

Von A. EINSTEIN.

In zwei vor kurzem erschienenen Mitteilungen¹ habe ich gezeigt, wie man zu Feldgleichungen der Gravitation gelangen kann, die dem Postulat allgemeiner Relativität entsprechen, d. h. die in ihrer allgemeinen Fassung beliebigen Substitutionen der Raumzeitvariablen gegenüber kovariant sind.

Der Entwicklungsgang war dabei folgender. Zunächst fand ich die Gleichungen, welche die Newtonsche Theorie als Näherung enthalten und beliebigen Substitutionen von der Determinante Γ gegenüber kovariant waren. Hierauf fand ich, daß diesen Gleichungen allgemein kovariante entsprechen, falls der Skalar des Energietensors der «Materie» verschwindet. Das Koordinatensystem war dann nach der einfachen Regel zu spezialisieren, daß $\sqrt{-g}$ zu 1 gemacht wird, wodurch die Gleichungen der Theorie eine eminente Vereinfachung erfahren. Dabei mußte aber, wie erwähnt, die Hypothese eingeführt werden, daß der Skalar des Energietensors der Materie verschwindet.

Neuerdings finde ich nun, daß man ohne Hypothese über den Energietensor der Materie auskommen kann, wenn man den Energietensor der Materie in etwas anderer Weise in die Feldgleichungen einsetzt, als dies in meinen beiden früheren Mitteilungen geschehen ist. Die Feldgleichungen für das Vakuum, auf welche ich die Erklärung der Perihelbewegung des Merkur begründet habe, bleiben von dieser Modifikation unberührt. Ich gebe hier nochmals die genüge Bezeichnung, damit der Leser nicht genötigt ist, die früheren Mitteilungen unausgesetzt heranzuziehen.

Aus der bekannten RIEMANNSCHEN Kovariante vierten Ranges leitet man folgende Kovariante zweiten Ranges ab:

$$G_{im} = R_{im} + S_{im} \quad (1)$$

$$R_{im} = - \sum_i \frac{\partial \{lm\}}{\partial x^i} + \sum_{il} \left\{ \begin{matrix} il \\ r \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} mr \\ l \end{matrix} \right\} \quad (1a)$$

$$S_{im} = \sum_l \frac{\partial \{il\}}{\partial x_m} - \sum_{il} \left\{ \begin{matrix} im \\ r \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} rl \\ l \end{matrix} \right\} \quad (1b)$$

¹ Sitzungsber. XLIV, S. 778 und XLVI, S. 790, 1915.

[1]

$$\begin{aligned}
& \text{Gesamter Ausdruck: } \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x^2} + \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right\} - \left\{ \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right\} \\
& \text{Wann Gleichheit besteht, dann: } \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \text{ (drei Ränge).} \\
& \text{Falls: } \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right\} \text{ und } \left\{ \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right\} \\
& \text{Dann: } 2 \text{ Ränge.} \quad \text{Koordinaten-Kontraktions-} \\
& \text{Ausdruck: } \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_3^2} \right) \\
& \text{Weitere Umformung der Gleichung: } \\
& \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_3^2} \right) \\
& \text{Wobei: } \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x^2} = 0 \text{ (dann ist dies gleich)} \\
& - \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_2^2} - \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_3^2} \\
& \text{Dann: } \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right\} \\
& - \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right\} \\
& + \left\{ \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right\} \\
& \text{Kurz: } \\
& - \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right\} \\
& + \left\{ \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& x_1 x_2 x_3 x_4 \\
& \text{Koordinaten-Kontraktions-Ausdruck: } R_{im} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x^2} \right) \quad \text{d. h. viermaliges Rechnen,} \\
& \text{d. h. } R_{im} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_3^2} \right) \\
& \text{Folgend: man durch diese Rechnung, erhaltet man viermaliges Rechnen,} \\
& \text{d. h. } R_{im} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_3^2} \right) \\
& \text{Koordinaten-Kontraktions-Ausdruck: } \\
& \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_3^2} \right) \\
& \text{Koordinaten-Kontraktions-Ausdruck: } \\
& \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_3^2} \right) \\
& \text{Man erhält so: } \\
& \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_3^2} \right) \\
& \text{Man erhält: } \\
& \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_3^2} \right) \\
& \text{Hilfestellung gegeben durch: } \\
& \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_3^2} \right) \\
& \text{Beispiel: } \\
& \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_3^2} \right) \\
& \text{Man erhält: } \\
& \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_3^2} \right) \\
& \text{Folglich: } \\
& \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 g_{11}}{\partial x_3^2} \right) \\
& \text{et cetera.}
\end{aligned}$$



Eine neue Größe der Weltgeschichte: Albert Einstein,
dessen Forschungen eine völlige Umwälzung unserer Naturbetrachtung bedeuten
und den Erkenntnissen eines Kopernikus, Kepler und Newton gleichwertig sind.
Phot. Suse Byk.

22 décembre 1915



Karl Schwarzschild

wobei die Hilfsgröße

$$R = (3x_1 + \rho)^{\frac{1}{3}} = (r^3 + \alpha^3)^{\frac{1}{3}}$$

eingeführt ist.

Setzt man diese Werte der Funktionen f im Ausdruck (9) des Linienelements ein und kehrt zugleich zu gewöhnlichen Polarkoordinaten zurück, so ergibt sich das Linienelement, welches die strenge Lösung des EINSTEINSchen Problems bildet:

$$ds^2 = (1 - \alpha/R)dt^2 - \frac{dR^2}{1 - \alpha/R} - R^2(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta d\phi^2), \quad R = (r^3 + \alpha^3)^{\frac{1}{3}}. \quad (14)$$

Dasselbe enthält die eine Konstante α , welche von der Größe der im Nullpunkt befindlichen Masse abhängt.

SCHWARZSCHILD: Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes 189
Sitzber. Deut. Akad. Wiss. (1916)

Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der EINSTEINSchen Theorie.

Von K. SCHWARZSCHILD.

(Vorgelegt am 13. Januar 1916 [s. oben S. 42].)

§ 1. Hr. EINSTEIN hat in seiner Arbeit über die Perihelbewegung des Merkur (s. Sitzungsberichte vom 18. November 1915) folgendes Problem gestellt:

Ein Punkt bewege sich gemäß der Forderung

$$\delta \int ds = 0, \quad \left. \begin{array}{l} \text{wobei} \\ ds = \sqrt{\sum g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu} \end{array} \right\} \quad (1)$$

ist, $g_{\mu\nu}$ Funktionen der Variablen x bedeuten und bei der Variation am Anfang und Ende des Integrationswegs die Variablen x festzuhalten sind. Der Punkt bewege sich also, kurz gesagt, auf einer geodätischen Linie in der durch das Linienelement ds charakterisierten Mannigfaltigkeit.

Die Ausführung der Variation ergibt die Bewegungsgleichungen des Punktes

$$\frac{dx_\alpha}{ds} = \sum_{\beta} \Gamma_{\alpha\beta}^{\gamma} \frac{dx_\gamma}{ds}, \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3, 4 \quad (2)$$

wobei

$$\Gamma_{\alpha\beta}^{\gamma} = -\frac{1}{2} \sum_{\delta} g^{\alpha\delta} \left(\frac{\partial g_{\delta\beta}}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x_\delta} - \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x_\delta} \right) \quad (3)$$

ist und $g^{\alpha\beta}$ die zu $g_{\alpha\beta}$ koordinierte und normierte Subdeterminante in der Determinante $|g_{\alpha\beta}|$ bedeutet.

Dies ist nun nach der EINSTEINschen Theorie dann die Bewegung eines masselosen Punktes in dem Gravitationsfeld einer im Punkt $x_1 = x_2 = x_3 = 0$ befindlichen Masse, wenn die Komponenten des Gravitationsfeldes Γ überall, mit Ausnahme des Punktes $x_1 = x_2 = x_3 = 0$, den »Feldgleichungen«

L'histoire accidentée des trous noirs

- Décembre 1915 : solution exacte trouvée par **Karl Schwarzschild** (= bouclier noir !)

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{R_g}{r}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{1 - R_g/r} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

- « Rayon gravitationnel » : $R_g = \frac{2GM}{c^2}$

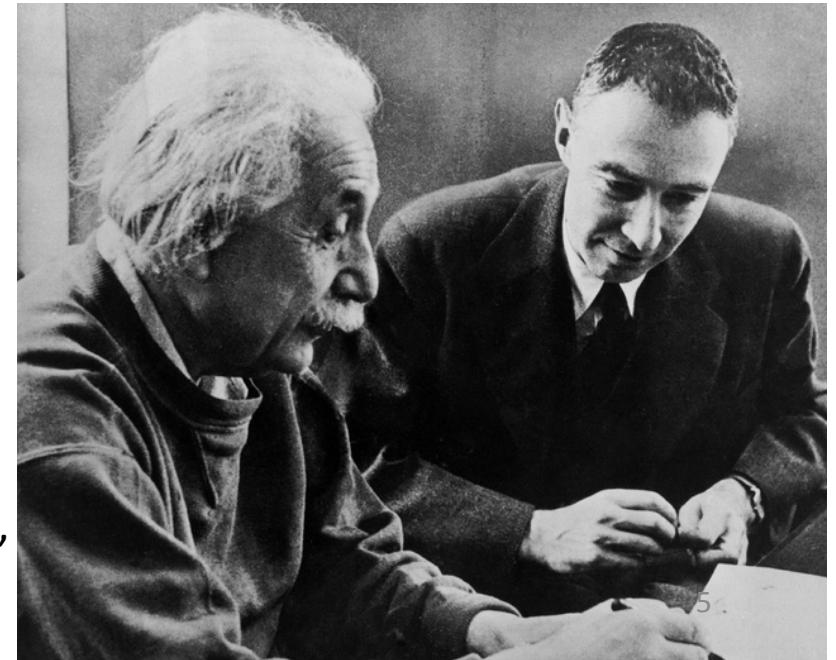
$$\text{Soleil} \quad R_g^\odot \simeq 3 \text{ km} \quad ; \quad \text{Terre} \quad R_g^\oplus \simeq 1 \text{ cm}$$

- ? Condenser la masse du Soleil dans: $R_g^\odot \simeq 3 \text{ km} \rightarrow \text{densité} \simeq 2 \times 10^{16} \text{ g/cm}^3$!
La masse d'une montagne dans chaque dé à coudre ; cent fois plus grand que la densité nucléaire

- Une conséquence de la théorie de la Relativité Générale qui est restée **voilée** pendant longtemps

- Concept inventé par **Oppenheimer et Snyder** en juillet 1939

- Pris au sérieux, et développé seulement à partir de 1967-1969 par Doroshkevich-Zel'dovich-Novikov, Israel, Wheeler, Penrose, ...



Précurseurs et résistances conceptuelles au trou noir

- 1784 Michell, étoiles invisibles
- 1796 Laplace, corps obscurs
- 1920 A Anderson : « *if the mass of the sun were contracted ... shrouded in darkness... »*
- 1921 O. Lodge : « *a sufficiently massive and concentrated body would be able to retain light and prevent its escaping. »*
- 1922 discussions Hadamard-Einstein

* * * * *

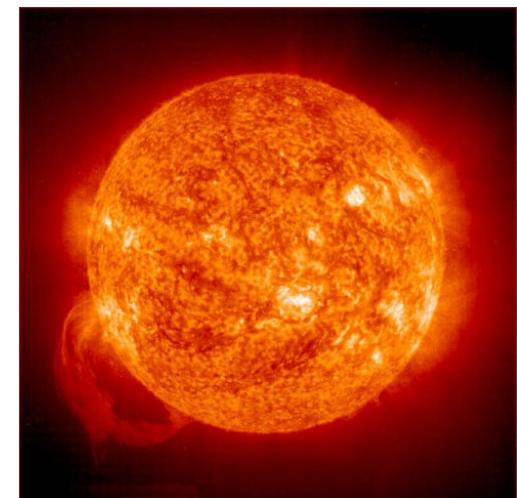
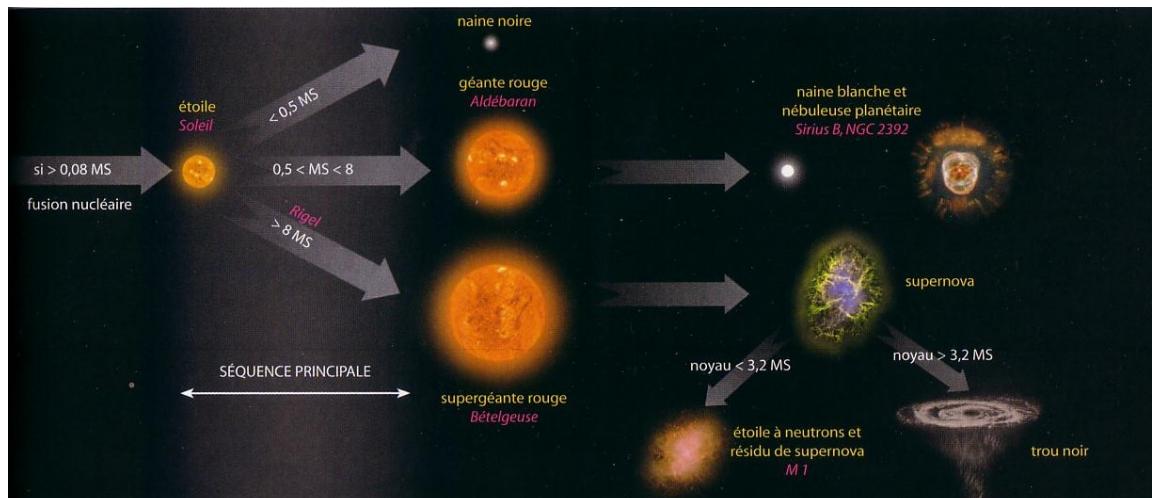
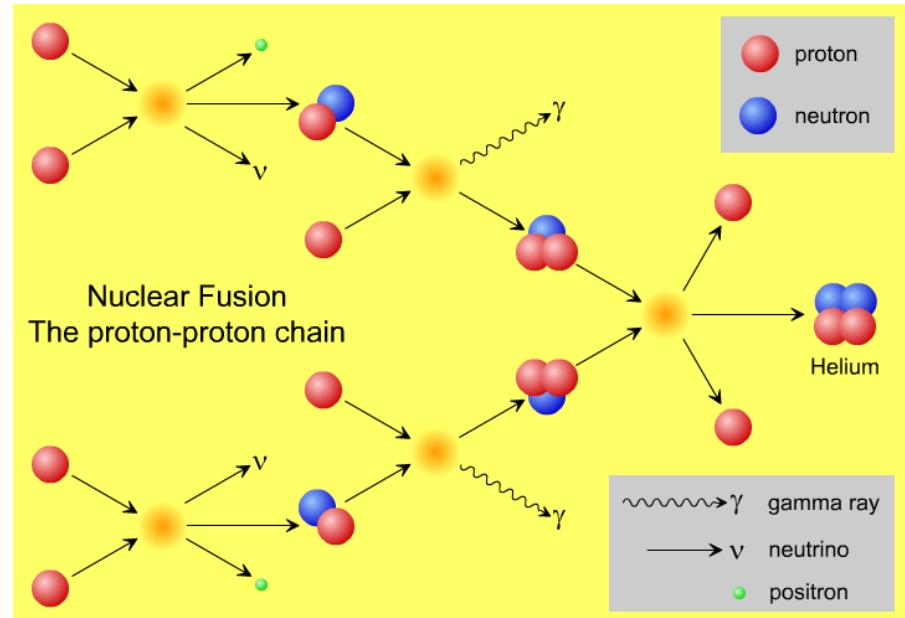
- Landau 1932 « *... do not show any such ridiculous tendencies... »*
- Eddington 1935 : « *I think there should be a law Nature to prevent a star from behaving in this absurd way. »*
- Einstein mai 1939 : « *The « Schwarzschild singularity » does not appear for the reason that matter cannot be concentrated arbitrarily. »*
- Wheeler 1958 : « *[the Oppenheimer-Snyder proposal] does not give an acceptable answer to the fate of a system of A-nucleons under gravitational forces. »*



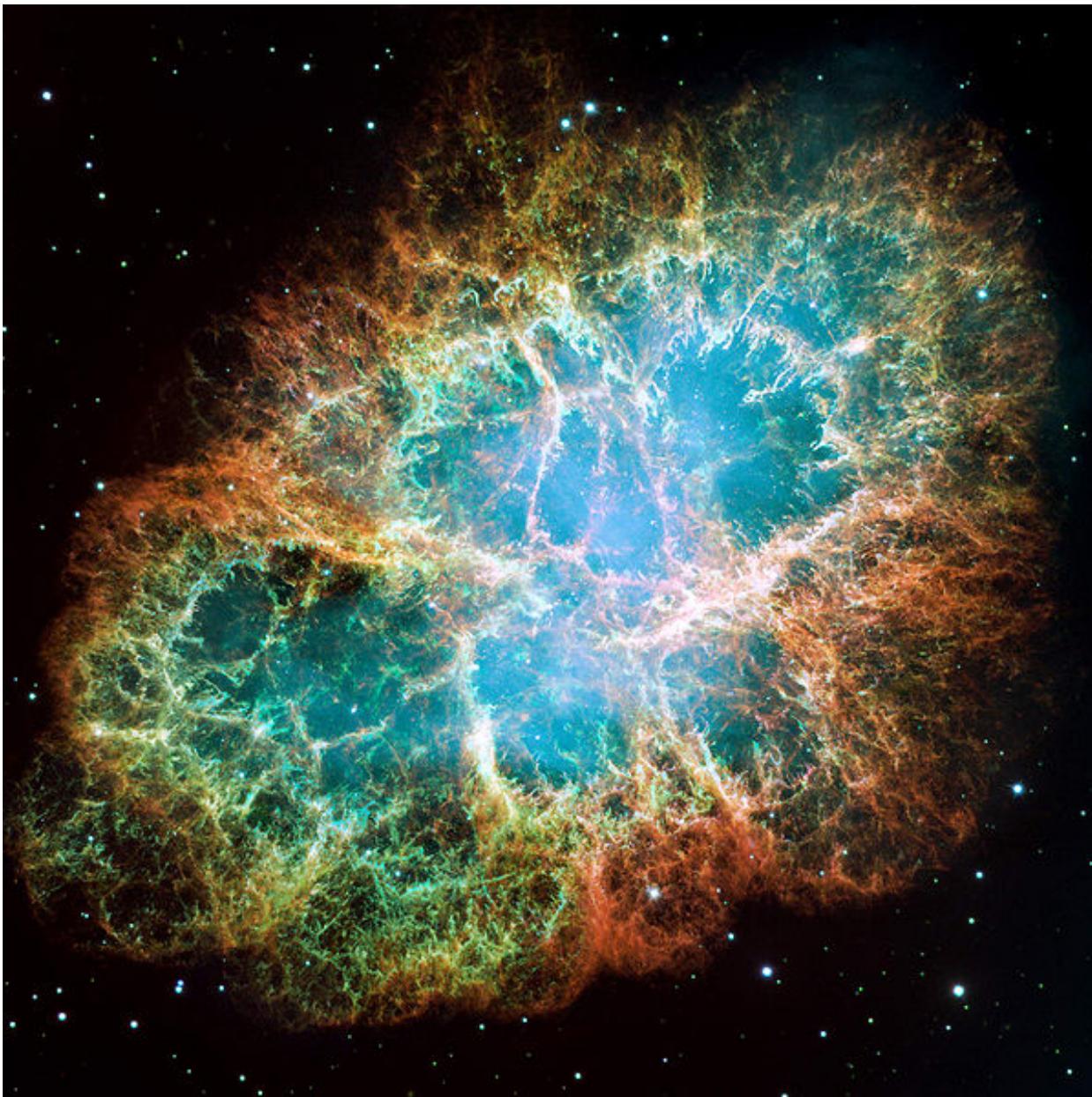
Naissance vie et mort des étoiles

Long processus de compréhension :

- 1920-1939 Source d'énergie des étoiles :
 $E = m c^2$
fusion nucléaire (Eddington, Bethe)
- 1932 Découverte du neutron (Chadwick)
Physique nucléaire
Carburant nucléaire limité
- Etats finals possibles des étoiles : supernovae,
étoiles mortes (naines blanches, étoiles à neutrons, trous noirs)



Supernovae : supernova du crabe (4 juillet 1054)

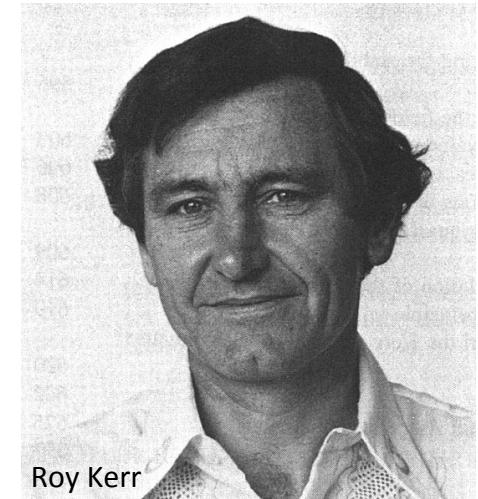


Développements théoriques et découvertes observationnelles qui ont permis l'émergence du concept (1)

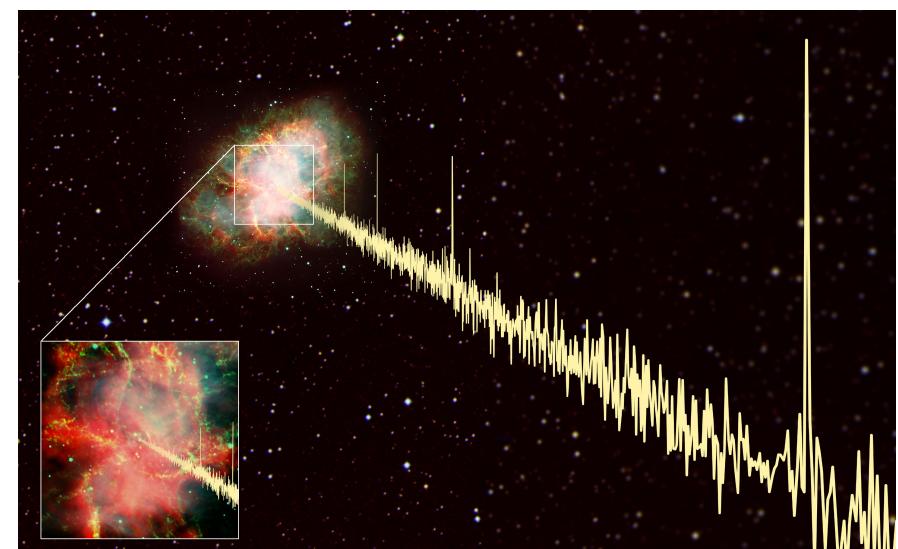
- 1910 « Naines blanches »: densité : M_{\odot} dans $R_{\oplus} \rightarrow 10^6 \text{g/cm}^2$
- 1926 Relativité Restreinte + Mécanique Quantique + Principe d'Exclusion → théorie de la matière relativiste fermionique froide (Fowler 1926)
- 1929-35 masse limite des naines blanches (Chandrasekhar, Landau)
- 1934 Concept d'étoiles à neutrons ([Landau], Baade-Zwicky) densité d'une étoile à neutrons : M_{\odot} dans 10 km → densité $\sim 10^{14} \text{g/cm}^3 \sim \rho_{\text{nucl}}$
- 1939 Oppenheimer-Volkoff : étoiles à neutrons en Relativité Générale : masse limite des étoiles à neutrons
- juillet 1939 Oppenheimer-Snyder : les étoiles trop massives pour « finir leur vie » en étoiles à neutrons, s'effondrent sur elles-mêmes, jusqu'à ce que la lumière émise par l'étoile ne parvient alors plus à l'extérieur $R_* < R_g$;

Développements théoriques et découvertes observationnelles qui ont permis l'émergence du concept (2)

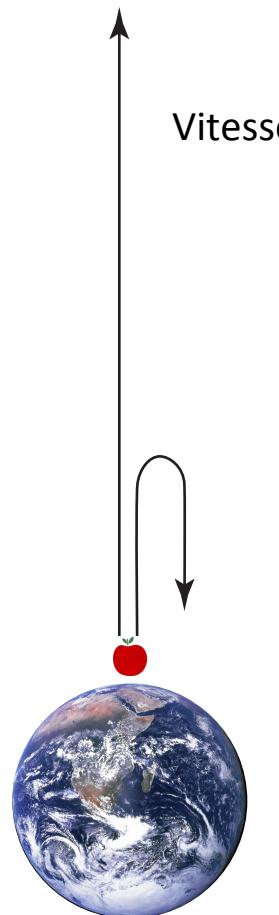
- 1963 Quasars → Existence de trous noirs supermassifs ?
- 1963 solution exacte de Roy Kerr (généralisant Schwarzschild)
- 1967 Pulsars
- 1968 Pulsar du Crabe : existence des étoiles à neutrons
- 1968 le nom « black hole » est inventé (Wheeler)
- 1969 vision spatio-temporelle globale du trou noir (Penrose)
- 1970 sources X binaires → existence de trous noirs de $\sim 10M_{\odot}$
- 1973 [1963] sursauts gamma



Roy Kerr



Définition d'un trou noir



Définition naïve :

Vitesse de libération \geq vitesse de la lumière

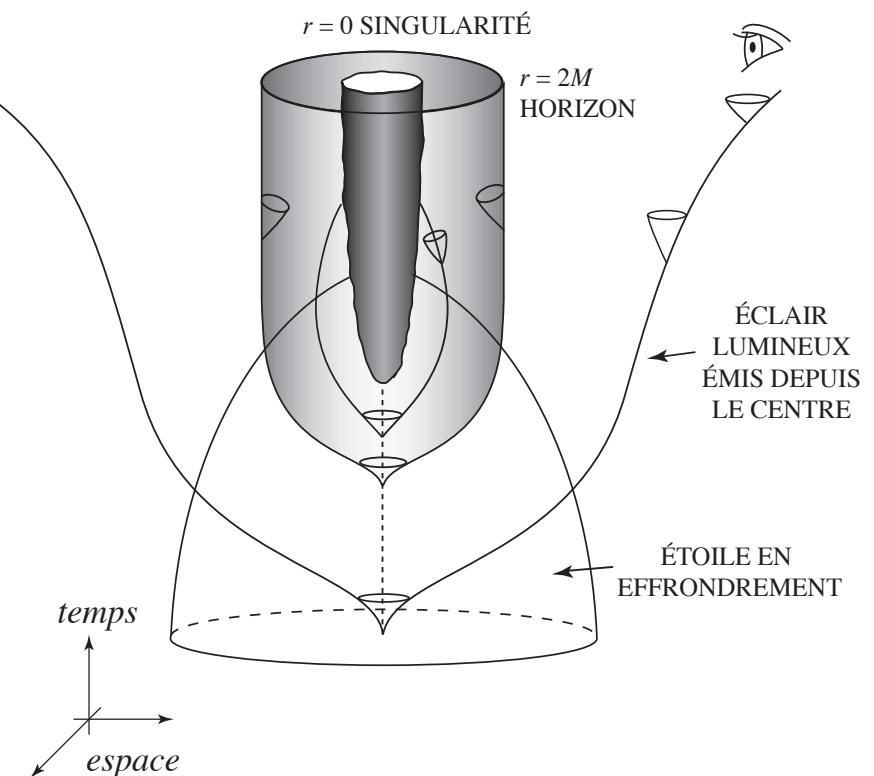
rayon masse

$$R \leq R_g \equiv \frac{2GM}{c^2}$$

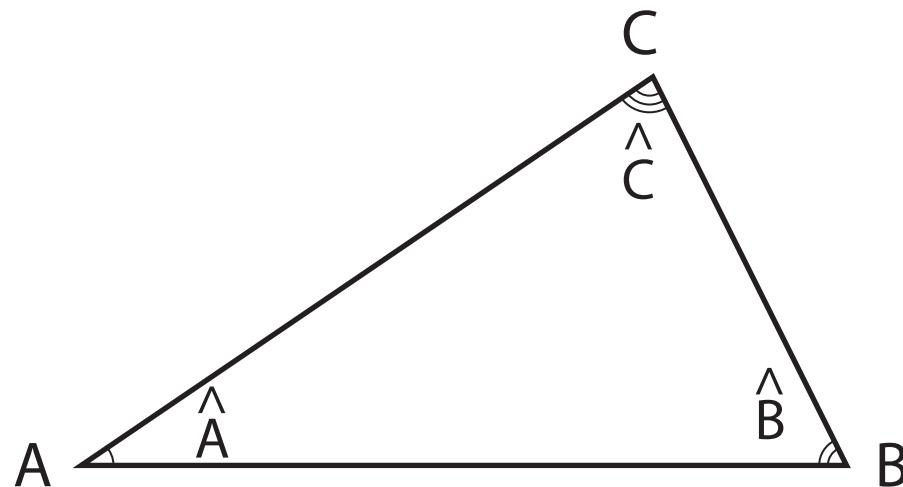
constante de la gravitation vitesse de la lumière

$$F = G \frac{m_1, m_2}{r^2}$$

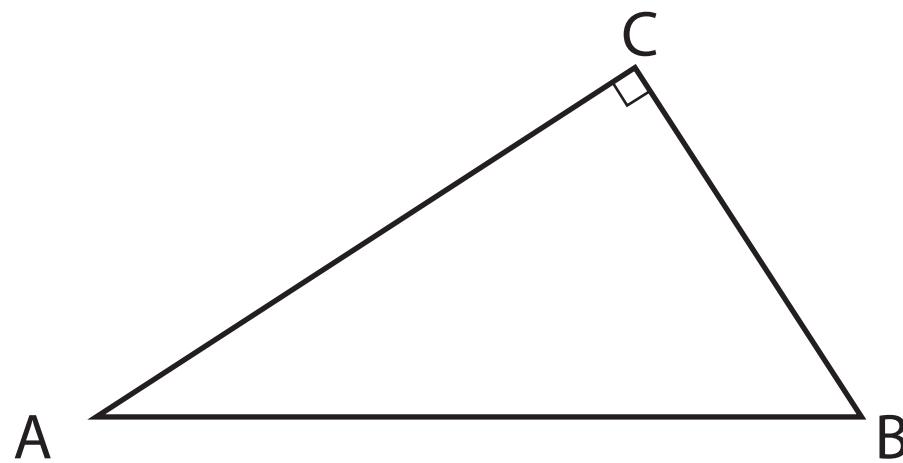
Vraie définition : diagramme d'espace-temps



Espace « plat » (Euclide)



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 2 \text{ droits} = \pi$$

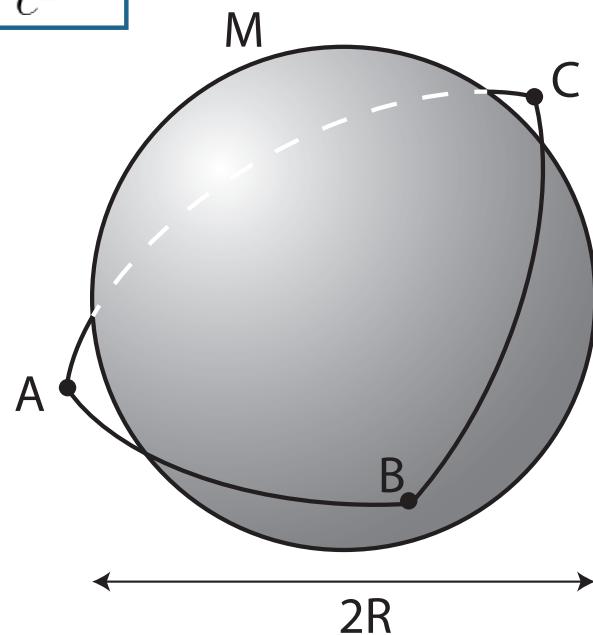


$$AB^2 = AC^2 + CB^2$$

Einstein : espace élastique, déformé par la matière-énergie

Planète, étoile, étoile morte...

$$R_g \equiv \frac{2GM}{c^2}$$



Facteur d'agrandissement des angles

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} \simeq \pi \left(1 + \frac{R_g}{R} \right)$$

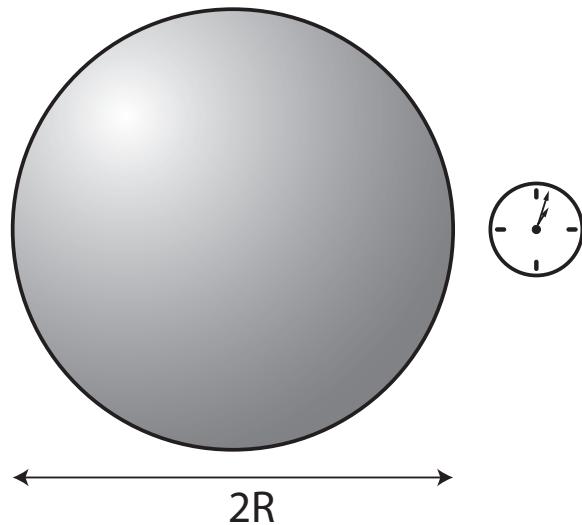
Terre : $1 + \frac{1 \text{ cm}}{6400 \text{ km}} \simeq 1.000\,000\,001 \simeq 1 + 10^{-9}$

Soleil: $1 + \frac{3 \text{ km}}{700000 \text{ km}} \simeq 1 + 10^{-6}$

Etoile à neutrons: $1 + \frac{4 \text{ km}}{10 \text{ km}} \simeq 1.4 \quad 40 \%$

Trou noir : $\simeq 1 + 1 \quad 100 \%$

Einstein : temps élastique, déformé par la matière-énergie



Facteur de ralentissement du temps

$$T_{\text{surface}} = \sqrt{1 - \frac{R_g}{R}} \quad T_{\text{loin}}$$

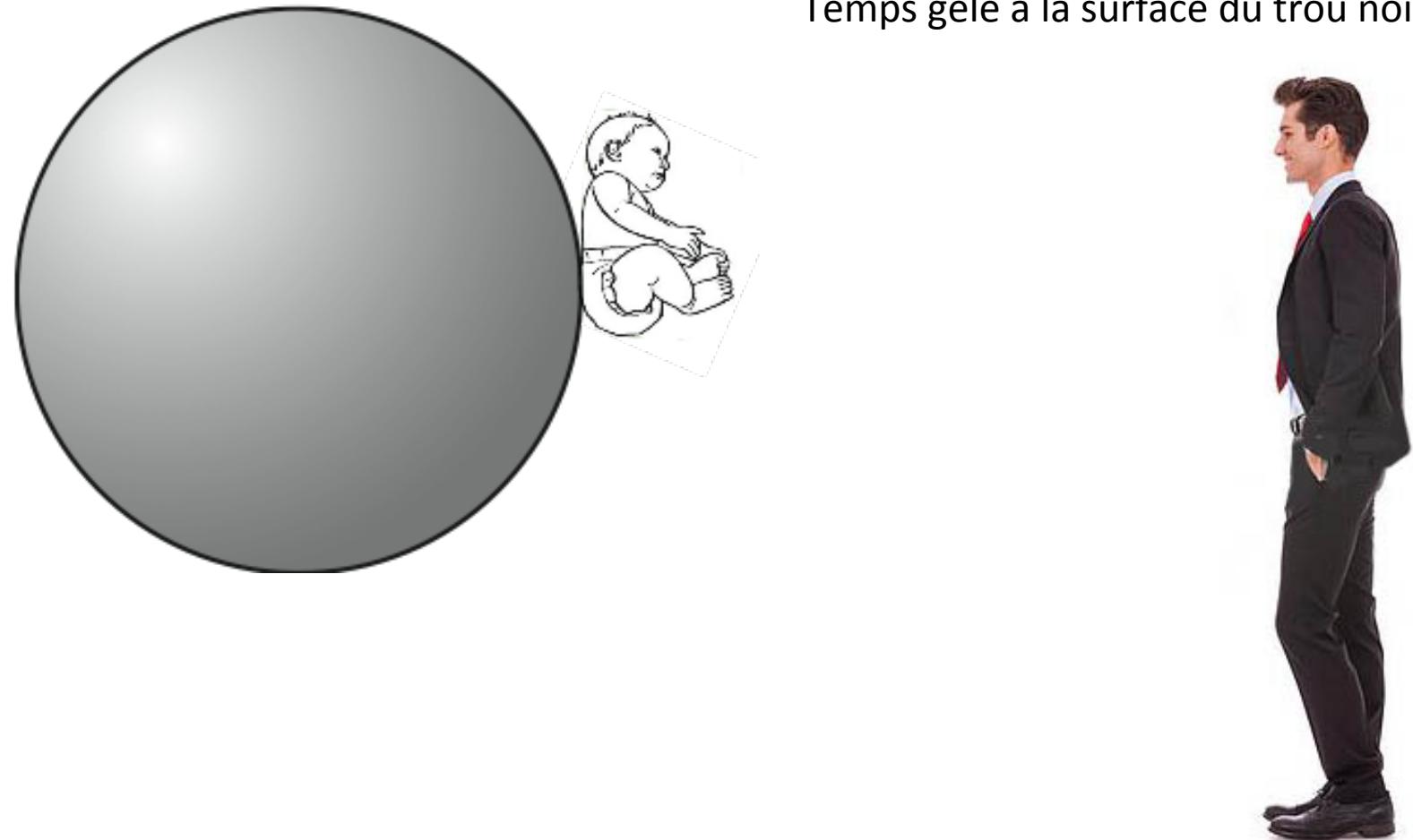

Terre : $\simeq 1 - 10^{-9}$

Soleil: $\simeq 1 - 10^{-6}$

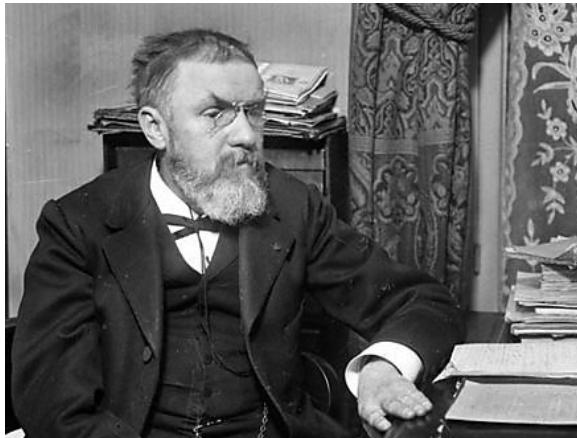
Etoile à neutrons: $\simeq \sqrt{1 - 0.4} = 0.77$ - 23 %

Trou noir : $= \sqrt{1 - 1} = 0$ - 100 %

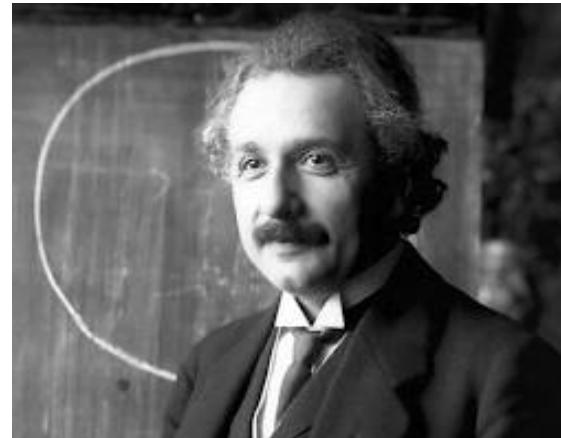
Jumeaux et trou noir



Le bloc Espace-Temps einsteinien



H. Poincaré

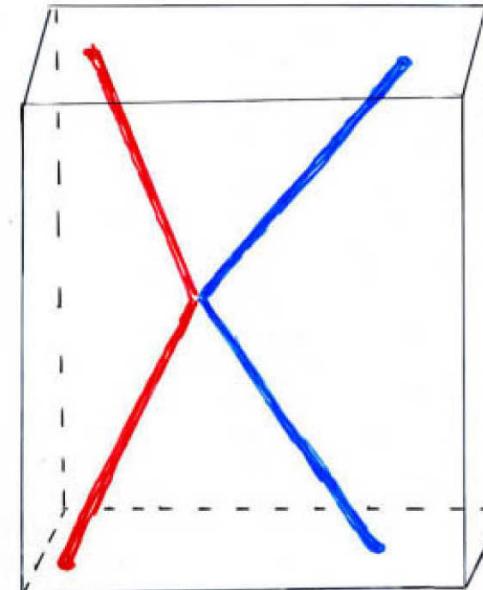
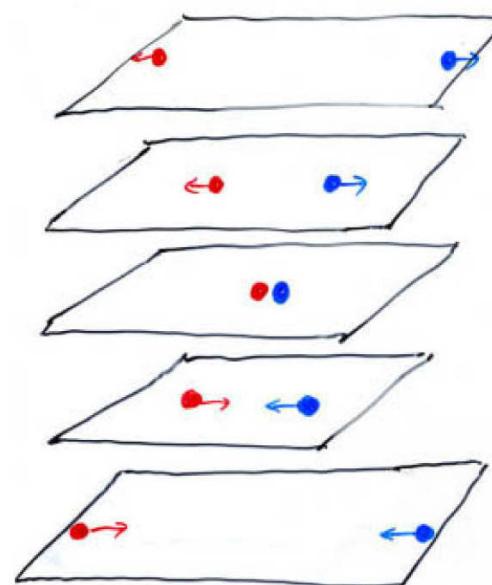


A. Einstein

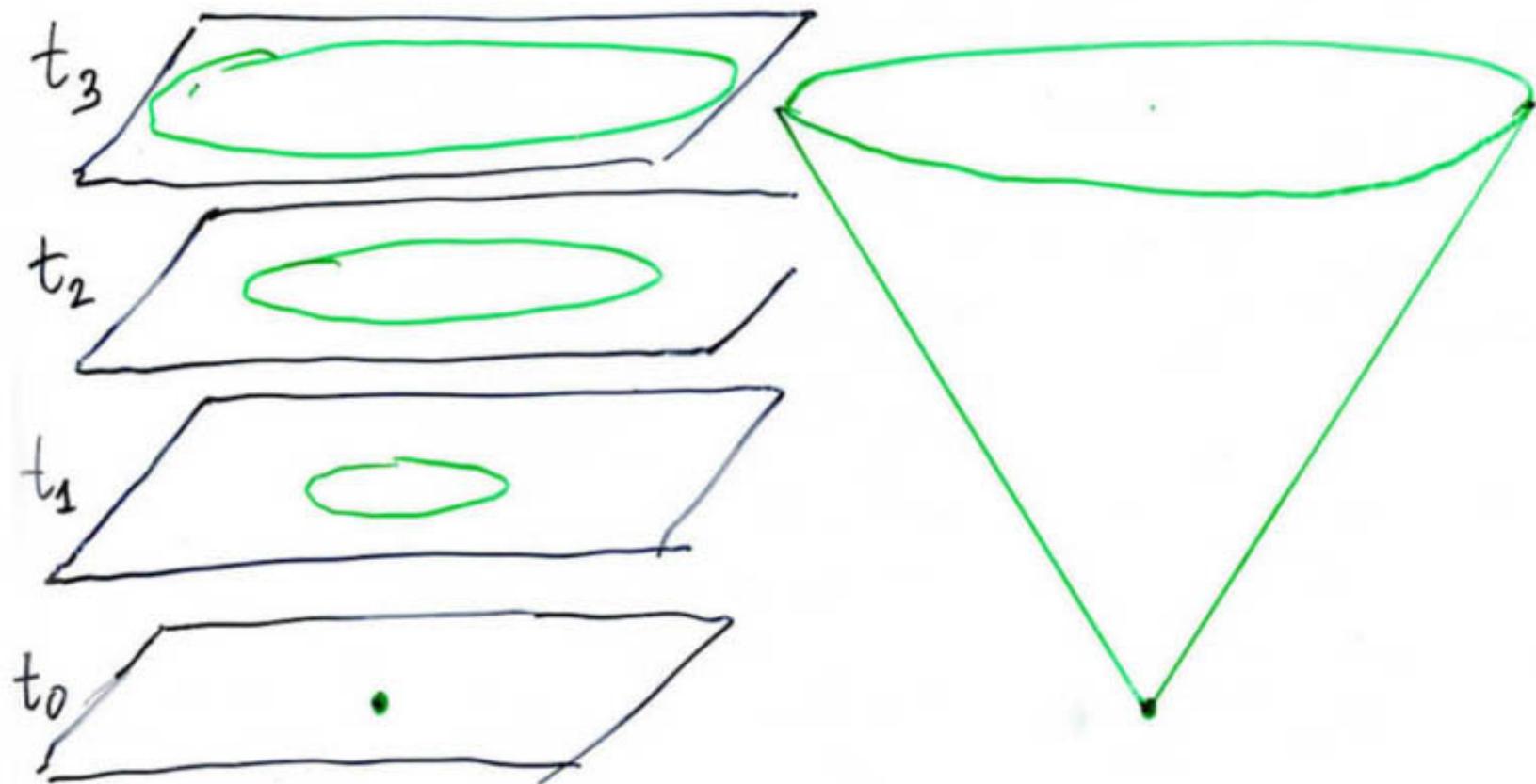


H. Minkowski

ESPACE + TEMPS → ESPACE-TEMPS

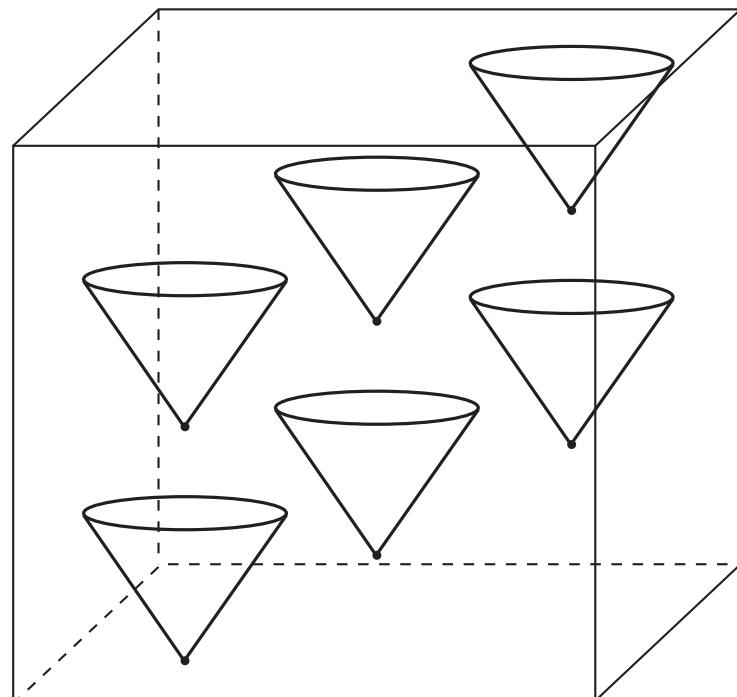


Le cône de lumière

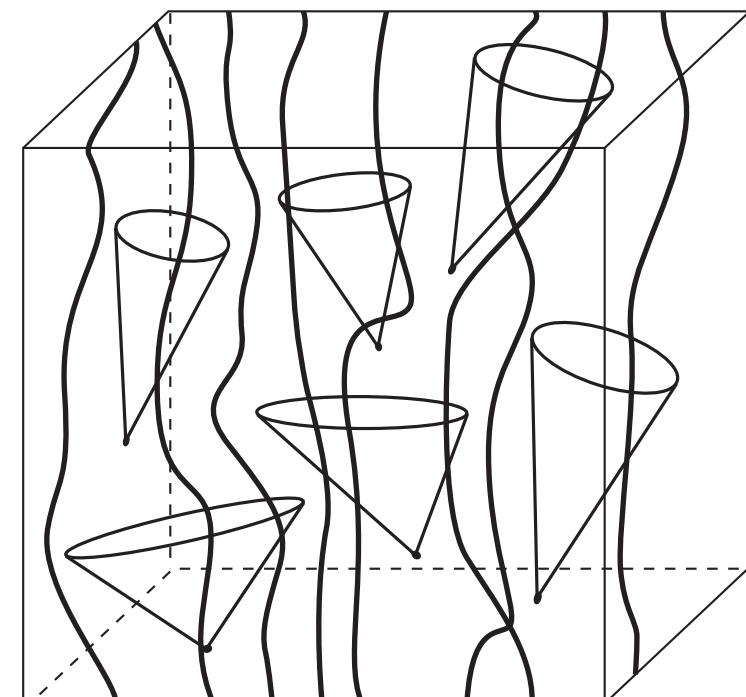


Espace-Temps élastique de la Relativité Générale

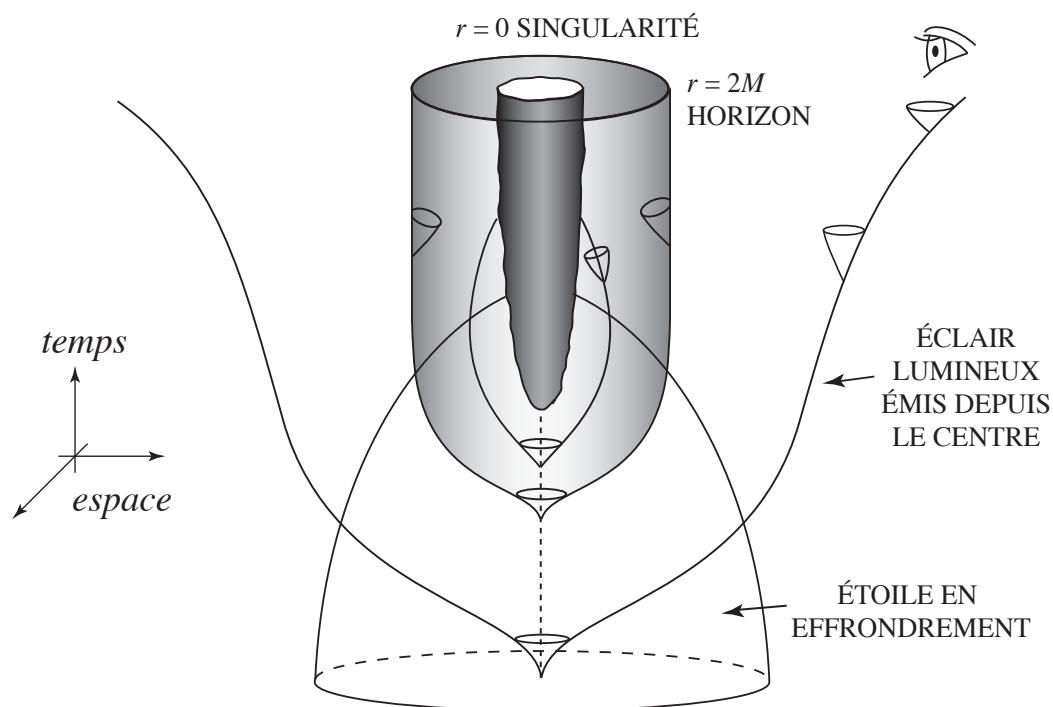
Relativité Restreinte



Relativité Générale



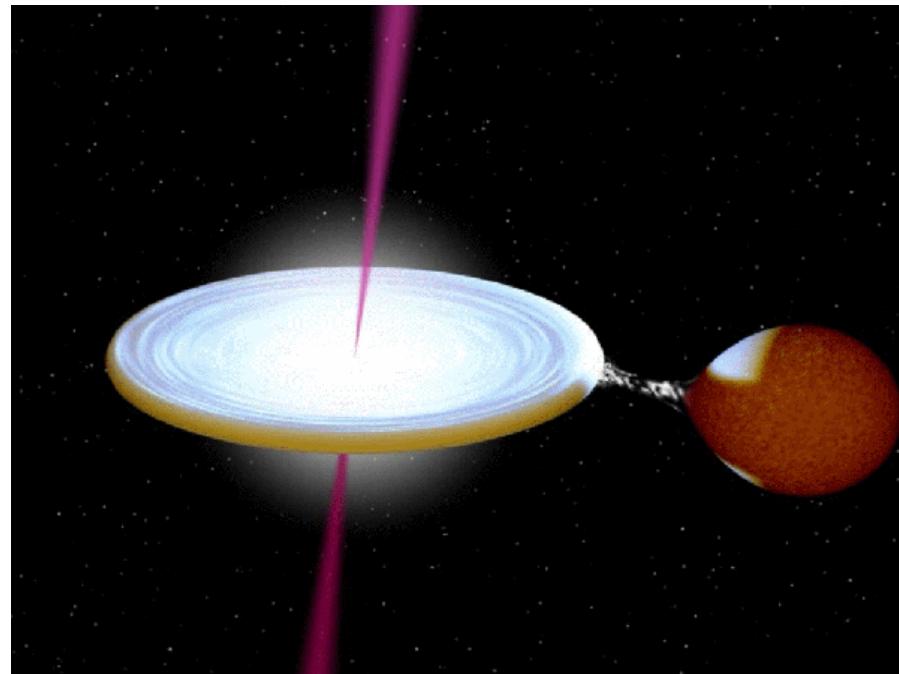
Effondrement d'une étoile et formation d'un trou noir



- rien ne peut sortir de l'intérieur du trou noir (zone grisée) : ni lumière, ni matière, ni information
- la surface du trou noir (ou "horizon") est une bulle de lumière qui, localement, se déplace vers l'extérieur à la vitesse de la lumière, mais qui, globalement fait du "sur-place"
- le développement temporel de la région intérieure est limité et se termine par un bord d'espace-temps (gris foncé) où l'espace-temps cesse d'exister : un "big crunch" où la toile espace-temps se déchire

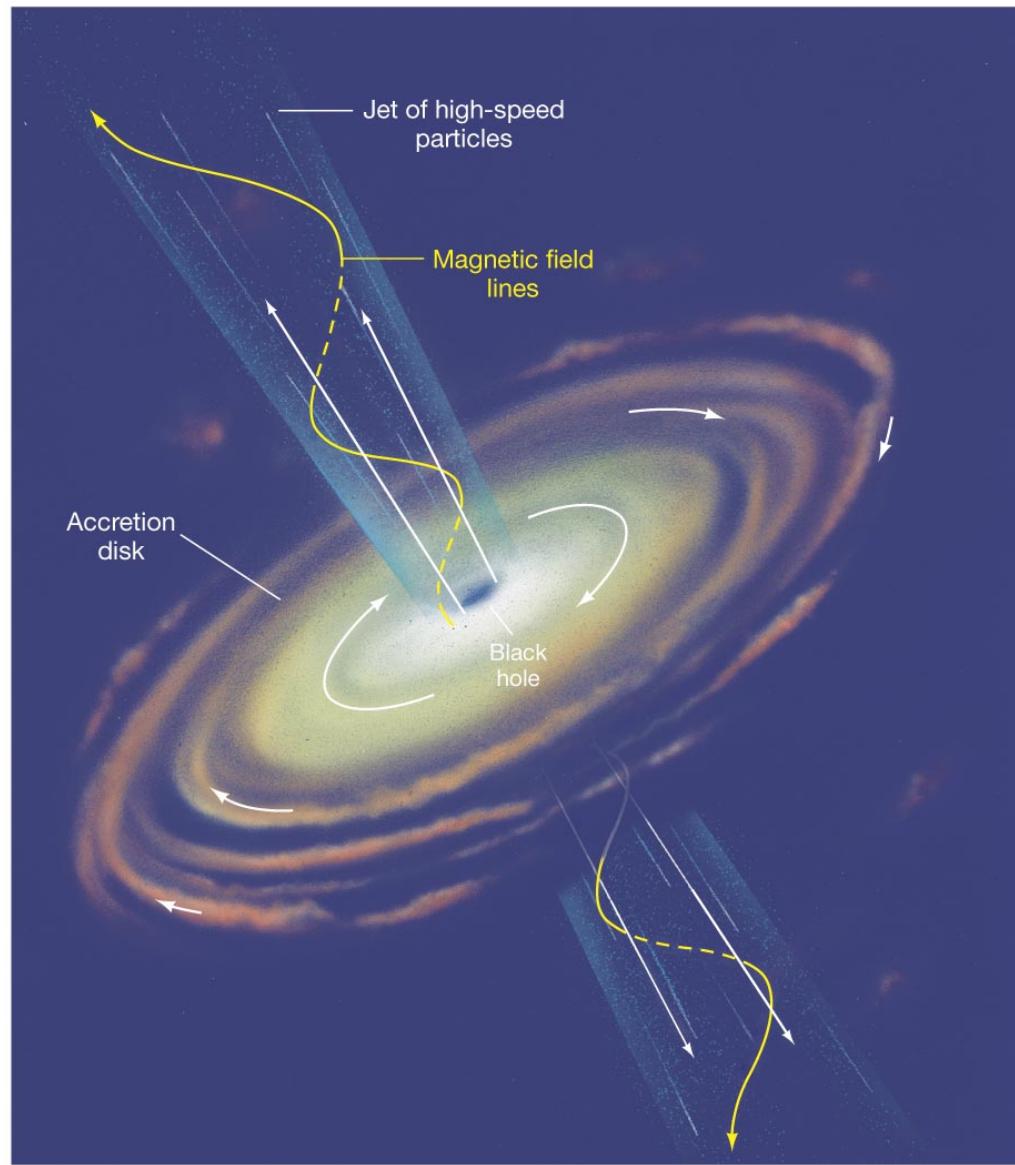
Les trous noirs en astrophysique (1)

- Les étoiles évoluent en brûlant leur carburant nucléaire. Il existe des étoiles très massives (dix fois, ou même cent fois plus massives que le Soleil), alors que la masse des états finals possibles (naines blanches, étoiles à neutron) est limité à $\simeq 3M_{\odot}$. Donc, les générations passées et présentes d'étoiles doivent former des trous noirs (plus massifs que le Soleil).
- Les sources X binaires dans notre Galaxie fournissent une douzaine de candidats trous noirs: systèmes binaires fait d'une étoile ordinaire cannibalisée par un compagnon massif.
- Le trou noir reste noir, mais il est entouré d'un **disque de gaz très chaud**, qui est attiré par le puits de potentiel gravitationnel et orbite autour du trou noir avant de finir par tomber dedans.



Les trous noirs en astrophysique (2)

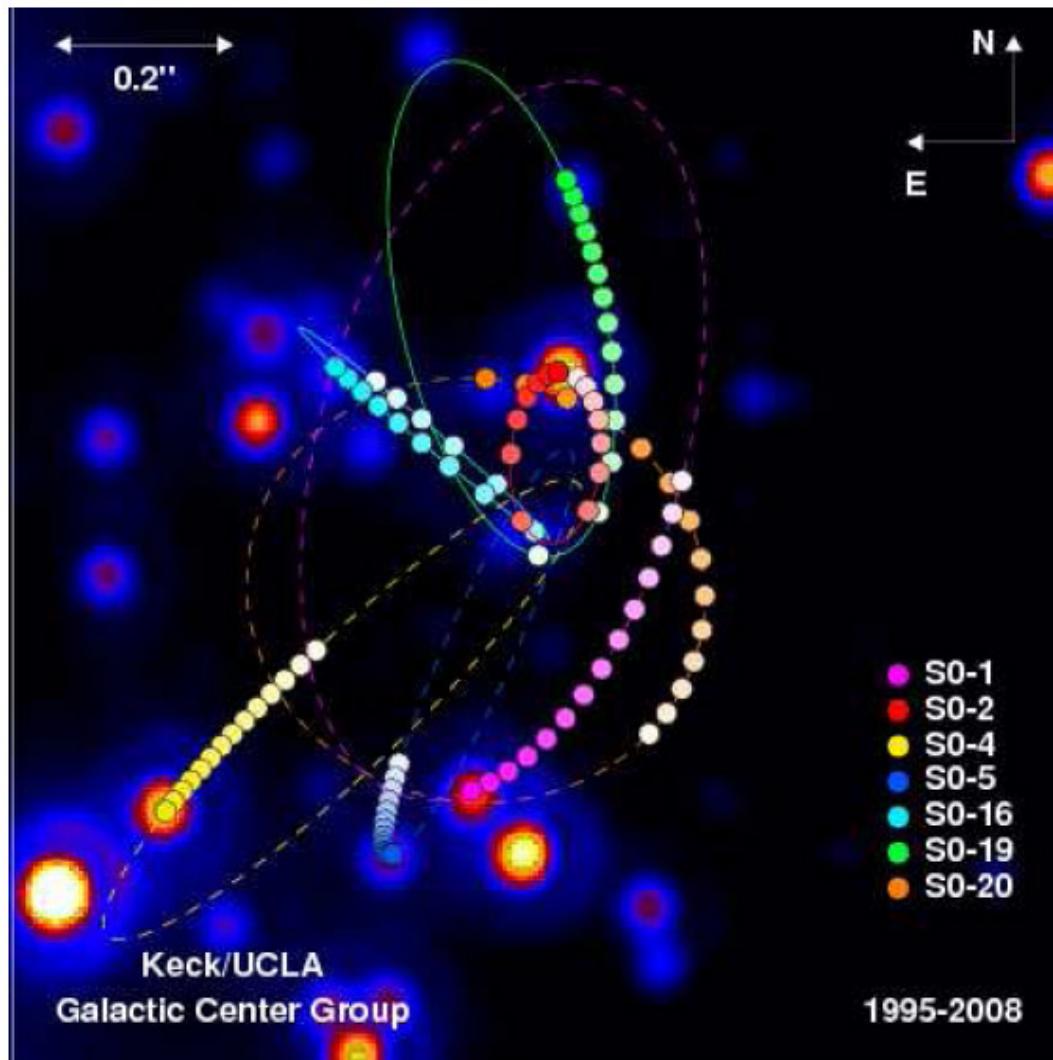
- L'existence de sources très intenses d'ondes électromagnétiques situées au centre de nombreuses galaxies suggère l'existence de trous noirs supermassifs accrétant de la matière dans leurs puits de potentiel gravitationnels



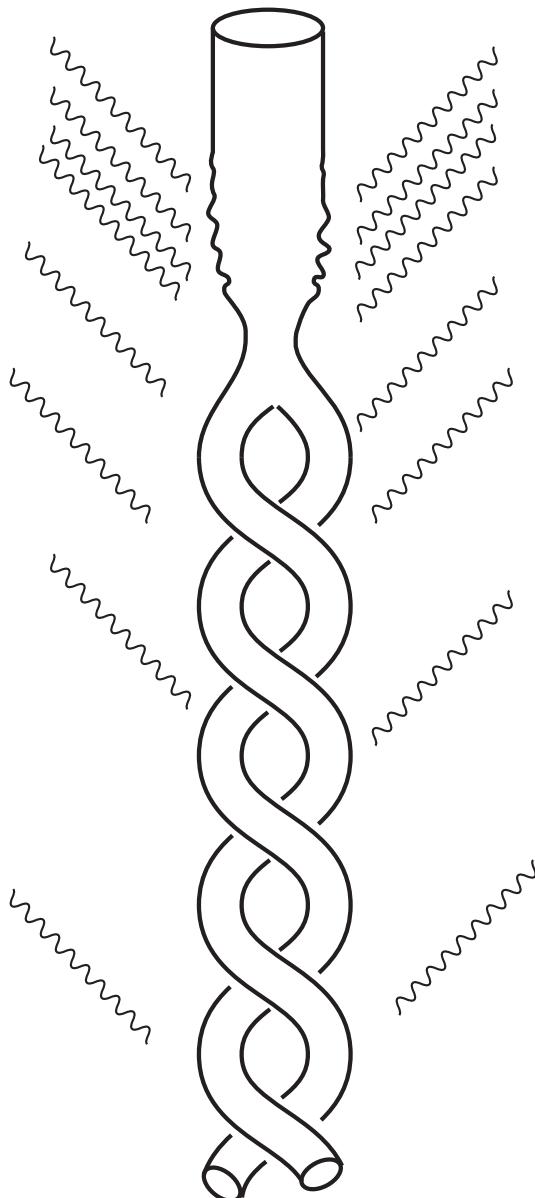
Copyright © 2008 Pearson Education, Inc., publishing as Pearson Addison-Wesley.

Les trous noirs en astrophysique (3)

- Il y a de très fortes preuves indirectes de l'existence d'un trou noir de quatre millions de masses solaires au centre de notre Galaxie (Genzel)



Trous noirs et ondes gravitationnelles



- La preuve ultime de l'existence de trous noirs sera sans doute apportée par l'observation prochaine des ondes de déformation de la géométrie de l'espace (ou "ondes gravitationnelles") engendrée par des systèmes binaires de trous noirs, évoluant jusqu'à leur coalescence finale. Dans cette coalescence, les deux trous noirs fusionnent pour former un trou noir plus gros.

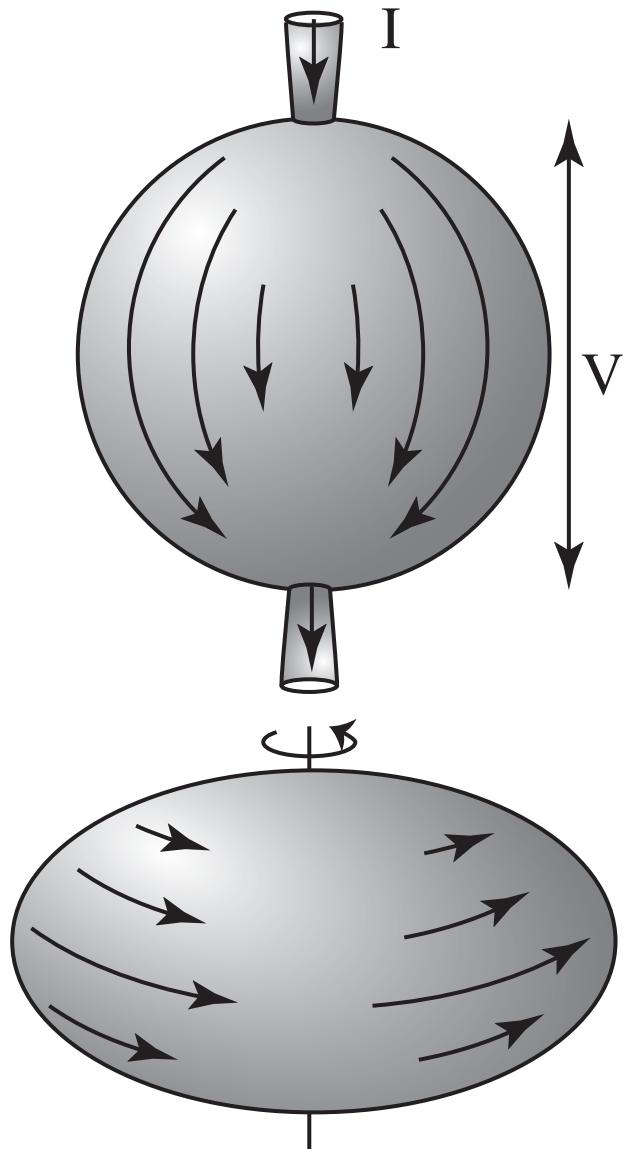
Energétique des trous noirs

- Bien qu'un trou noir soit fait seulement d'espace vide, on peut le considérer comme un objet physique localisé dans l'espace et persistant dans le temps, et représenté par un **tube** d'espace-temps (= horizon = surface du trou noir)
- Un trou noir possède une masse, une énergie, une impulsion, un moment cinétique, une charge électrique.

Les trous noirs sont les plus grands réservoirs d'énergie libre de l'univers. Ils peuvent stocker jusqu'à 29% de leur énergie de masse ($E = Mc^2$) sous forme d'énergie cinétique de rotation, potentiellement extractible (Christodoulou-Ruffini)

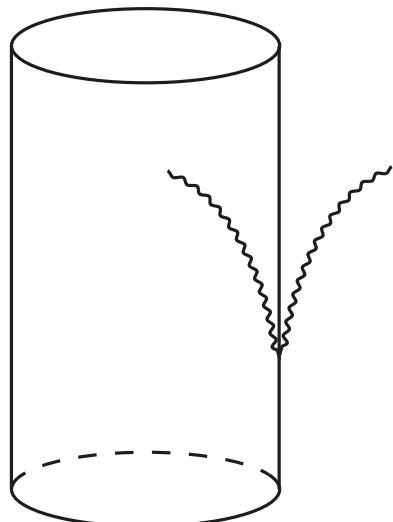
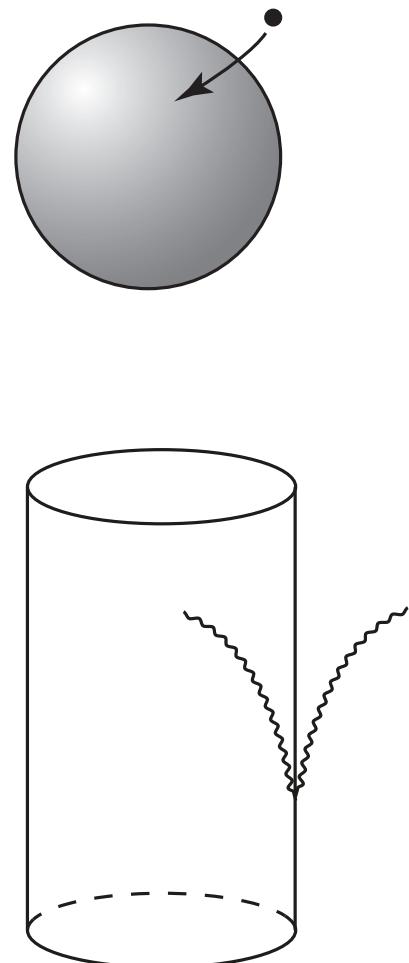


Propriétés thermodynamiques, électriques et hydrodynamiques des trous noirs



- Analogue du second principe de la thermodynamique : *irréversibilité*, l'aire de l'horizon ne peut qu'augmenter (Christodoulou-Ruffini, Hawking)
- Analogue du premier principe de la thermodynamique (Bardeen-Carter-Hawking)
- Surface du trou noir analogue à une surface métallique conductrice de l'électricité : loi d'Ohm $V = RI$
 $R \sim 30$ Ohm (Damour, Znajek)
résistivité surfacique 377 Ohm (Damour)
- Surface du trou noir analogue à un fluide visqueux (Hartle-Hawking) satisfaisant une équation de Navier-Stokes avec une viscosité égale $\eta = \frac{1}{16\pi}$ (Damour)

Propriétés quantiques d'un trou noir



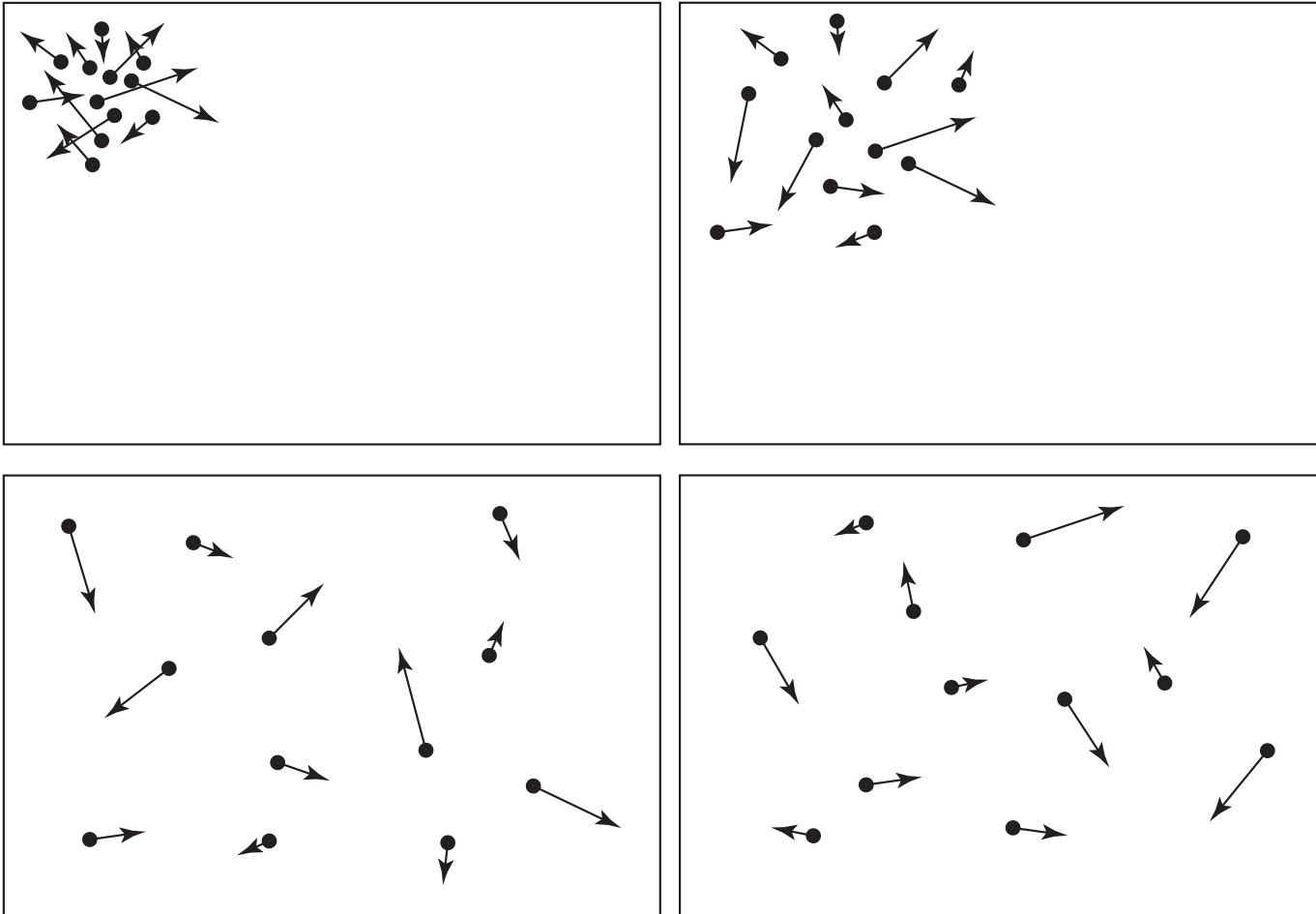
Propriétés quantiques d'un trou noir

Perte d'un bit d'information quand une particule est absorbée par un trou noir; Bekenstein suggère une entropie proportionnelle à l'aire du trou noir.

Hawking trouve qu'en théorie quantique les trous noirs émettent un rayonnement continu, comme un corps "chaud" à une température non nulle. Cela confirme la pertinence de l'entropie d'un trou noir

$$S_{BH} = \frac{1}{4} \frac{c^3 A}{\hbar G}$$

Entropie, désordre et (manque d') information



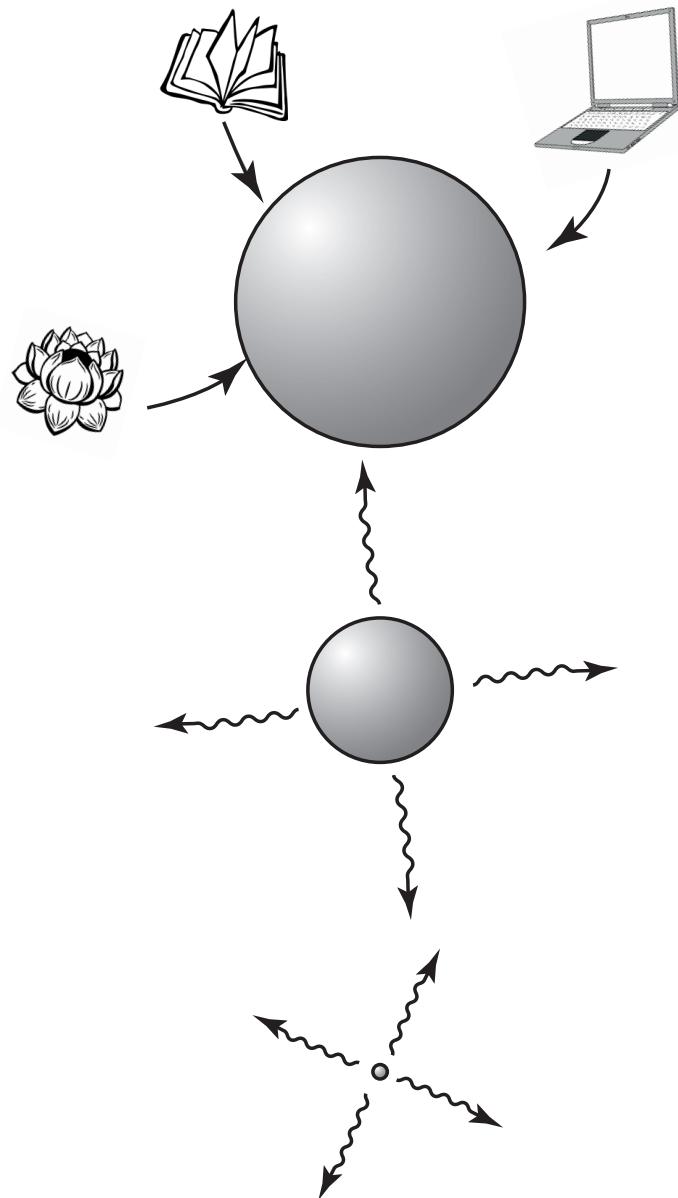
Nombre de configuration microscopiques possibles (à V et E fixés) : N

Boltzmann (1877) : Entropie $S = \log N$

[$\log N \simeq 2.3$ (# chiffres de $N - 1$)

e.g $N = 123\ 456\ 789 = 1.23456789 \times 10^8 \longrightarrow \log N \simeq 2.3 \times 8$]

Questions ouvertes



- Quels sont les états quantiques microscopiques d'un trou noir ? La théorie des cordes répond partiellement à la question (Bowick-Smolin-Wijewardhana, Susskind, Sen, Strominger-Vafa, Callan-Maldacena, Breckenridge-..., Witten, Horowitz-Polchinski, Damour-Veneziano, ..., t'Hooft, ..., Mathur, Denef, Pioline, Bena-Warner, ...)
- Qu'adviert-il de l'information tombée dans un trou noir quand le trou noir s'évapore ? (Hawking, Page, ...)
- Quel est le rôle des trous noirs en physique des particules ? (t'Hooft, ...)

Conclusions

- Les trous noirs sont la prédition la plus fascinante de la théorie de la Relativité Générale d'Einstein; le concept a mis longtemps à être appréhendé, accepté et reconnu.
- Ils existent probablement dans l'univers réel, avec des masses pouvant aller de $10^{-5}g$ à $10^{10}M_{\odot} \sim 10^{43}g$
- Leurs propriétés mathématiques, et en physique non-quantique, sont relativement bien comprises (avec des zones d'ombre restantes)
- Leurs propriétés et leur rôle en physique quantique restent encore en partie mystérieux.