

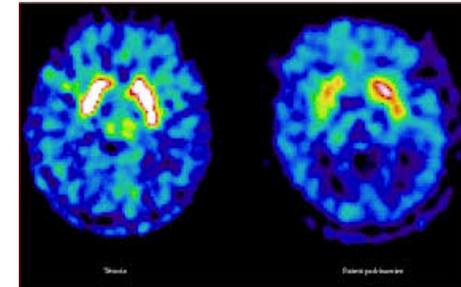
# TROUBLANTS TROUS NOIRS

Thibault DAMOUR  
IHES

# EINSTEIN et LA VIE QUOTIDIENNE



- **LASER** (Einstein 1917 : « principe du laser ») :  
CD, DVD, chirurgie, industrie, ...
- **EFFET PHOTOÉLECTRIQUE** (Einstein 1905, loi de l'effet photo électrique) :  
Portes automatiques, ...
- **TOMOGRAPHIE PAR ÉMISSION DE POSITRONS** :  
 $e^+ + e^- \rightarrow 2 \gamma$ ,  $E = mc^2$  (Einstein 1905)
- **GPS** : Relativité Restreinte : - 5 ns/minute, cad - 1.5 m/mn  
Relativité Générale : 32 ns/minute, cad + 10 m/mn  
(Einstein 1915)
- **électrons dans les tubes cathodiques TV** :  
 $v \sim 1/3 c$  (Relativité Restreinte - Einstein 1905)
- **TECHNOLOGIE QUANTIQUE OMNIPRÉSENTE** :



Contribution fondamentales d'Einstein à la physique quantique .

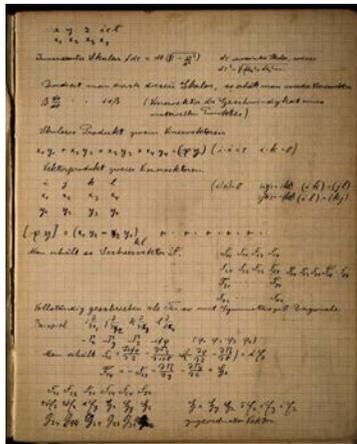
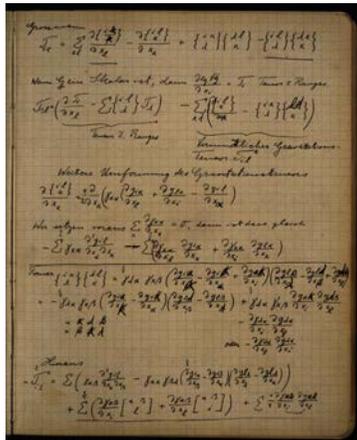
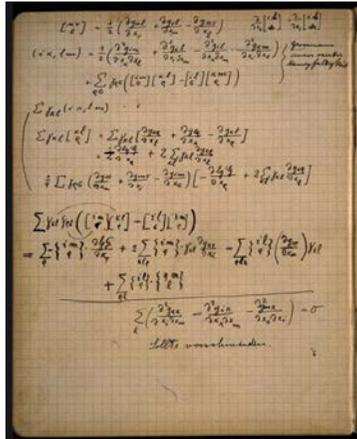
1905, 1906, 1909, 1911, 1917, 1935 (cf Max Born : « Même si Einstein ... »).

En particulier : Einstein Podolsky Rosen → **intrication quantique** → sera peut être à la base de nombreuses nouvelles applications de la physique quantique

.....

Fabrication du fromage : Mouvement Brownien de particules colloïdales  
(Einstein 1905)

# Novembre 1915



14. Dezember  
1915  
Nr. 50  
28. Jahrgang

Berliner

Einzelpreis  
des Heftes  
25 Pfg.

# Illustrierte Zeitung

Verlag Ullstein & Co, Berlin SW 68



Eine neue Größe der Weltgeschichte: Albert Einstein, dessen Forschungen eine völlige Umwälzung unserer Raumvorstellung bedeutet, und den Entdeckern eines Kopernikus, Kepler und Newton gleichwertig sind.

844 Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse vom 25. November 1915

## Die Feldgleichungen der Gravitation.

VON A. EINSTEIN.

In zwei vor kurzem erschienenen Mitteilungen<sup>1</sup> habe ich gezeigt, wie man zu Feldgleichungen der Gravitation gelangen kann, die dem Postulat allgemeiner Relativität entsprechen, d. h. die in ihrer allgemeinen Fassung beliebigen Substitutionen der Raumzeitvariablen gegenüber kovariant sind.

Der Entwicklungsgang war dabei folgender. Zunächst fand ich Gleichungen, welche die Newtonsche Theorie als Näherung enthalten und beliebigen Substitutionen von der Determinante 1 gegenüber kovariant waren. Hierauf fand ich, daß diesen Gleichungen allgemein kovariante entsprechen, falls der Skalar des Energietensors der »Materie« verschwindet. Das Koordinatensystem war dann nach der einfachen Regel zu spezialisieren, daß  $\sqrt{-g}$  zu 1 gemacht wird, wodurch die Gleichungen der Theorie eine eminente Vereinfachung erfahren. Dabei mußte aber, wie erwähnt, die Hypothese eingeführt werden, daß der Skalar des Energietensors der Materie verschwinde.

Neuerdings finde ich nun, daß man ohne Hypothese über den Energietensor der Materie auskommen kann, wenn man den Energietensor der Materie in etwas anderer Weise in die Feldgleichungen einsetzt, als dies in meinen beiden früheren Mitteilungen geschehen ist. Die Feldgleichungen für das Vakuum, auf welche ich die Erklärung der Perihelbewegung des Merkur gegründet habe, bleiben von dieser Modifikation unberührt. Ich gebe hier nochmals die ganze Betrachtung, damit der Leser nicht genötigt ist, die früheren Mitteilungen unausgesetzt heranzuziehen.

Aus der bekannten RICHMANNSCHEN Kovariante vierten Ranges leitet man folgende Kovariante zweiten Ranges ab:

$$G_{im} = R_{im} + S_{im} \quad (1)$$

$$R_{im} = -\sum_l \frac{\partial}{\partial x_l} \left\{ \begin{matrix} im \\ l \end{matrix} \right\} + \sum_l \left\{ \begin{matrix} il \\ p \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} mp \\ l \end{matrix} \right\} \quad (1a)$$

$$S_{im} = \sum_l \frac{\partial}{\partial x_m} \left\{ \begin{matrix} il \\ l \end{matrix} \right\} - \sum_l \left\{ \begin{matrix} im \\ p \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} pl \\ l \end{matrix} \right\} \quad (1b)$$

<sup>1</sup> Sitzungsber. XLIV. S. 778 und XLVI. S. 799, 1915.

# AN DIE KULTURWELT!

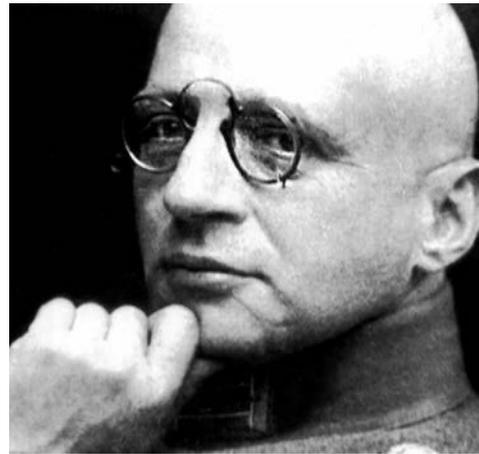
Wir als Vertreter deutscher Wissenschaft und Kunst erleben vor der gesamten Kulturwelt Protest gegen die Lügen und Verleumdungen, mit denen unsere Feinde Deutschlands reine Sache in dem ihm aufgezwungenen schweren Daseinskampfe zu beschmutzen trachten. Der offene Mund der Ereignisse hat die Ausbreitung erschütterter deutscher Niederlagen widerlegt. Um so eifriger arbeitet man jetzt mit Entstellungen und Verdächtigungen. Gegen sie erleben wir laut unsere Stimme. Sie soll die Verkünder der Wahrheit sein.

**Es ist nicht wahr,** daß Deutschland diesen Krieg verschuldet hat. Weder das Volk hat ihn gewollt noch die Regierung noch der Kaiser. Von deutscher Seite ist das Äußerste geschehen, ihn abzuwenden. Dafür liegen der Welt die urkundlichen Beweise vor. Oft genug hat Wilhelm II. in den 26 Jahren seiner Regierung sich als Schirmherr des Weltfriedens erwiesen; oft genug haben selbst unsere Gegner dies anerkannt. Ja, dieser nämliche Kaiser, den sie jetzt einen Atilla zu nennen wagen, ist jahrzehntlang wegen seiner unerschütterlichen Friedensliebe von ihnen verspottet worden. Erst als eine schon lange an den Grenzen lauernde Übermacht von drei Seiten über unser Volk herfiel, hat es sich erheben wie ein Mann.

**Es ist nicht wahr,** daß wir freventlich die Neutralität Belgiens verletzt haben. Nachweislich waren Frankreich und England zu ihrer Verletzung entschlossen. Nachweislich war Belgien damit einverstanden. Selbstverletzung wäre es gewesen, ihnen nicht zuzurufen.

**Es ist nicht wahr,** daß eines einzigen belgischen Bürgers Leben und Eigentum von unseren Soldaten angestraft worden ist, ohne daß die bitterste Notwehr es gelost. Denn wieder und immer wieder, allen Mahnungen zum Trotz, hat die Bevölkerung sie aus dem Hinterhalt beschossen, Verwundete verstümmelt, Ärzte bei der Ausübung ihres Samariterwerkes ermordet. Man kann nicht nichtleistungsfähiger fälschen, als wenn man die Verbrechen dieser Menschheider verschweigt, um sie gerechte Strafe, die sie erlitten haben, den Deutschen zum Verbrechen zu machen.

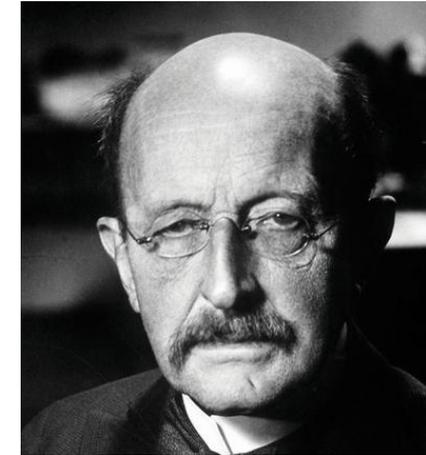
**Es ist nicht wahr,** daß unsere Truppen brutal gegen Löwen gewüthet haben. An einer massiven Eisenwandschaft, die sie im Quartier heimtücklich überfiel, haben sie durch Beschädigung eines Teils der Stadt schweren Herzens Vergeltung üben müssen. Der größte Teil von Löwen ist erhalten geblieben. Das belgische Rathaus steht gänzlich unversehrt. Mit Selbstaufopferung haben unsere Soldaten es vor den Flammen bewahrt. — Sollten in diesem furchtbaren Kriege Kunstwerke zerstört



Fritz Haber



Walter Nernst



Max Planck

# 1914-1915



# 22 décembre 1915



Karl Schwarzschild

wobei die Hilfsgröße

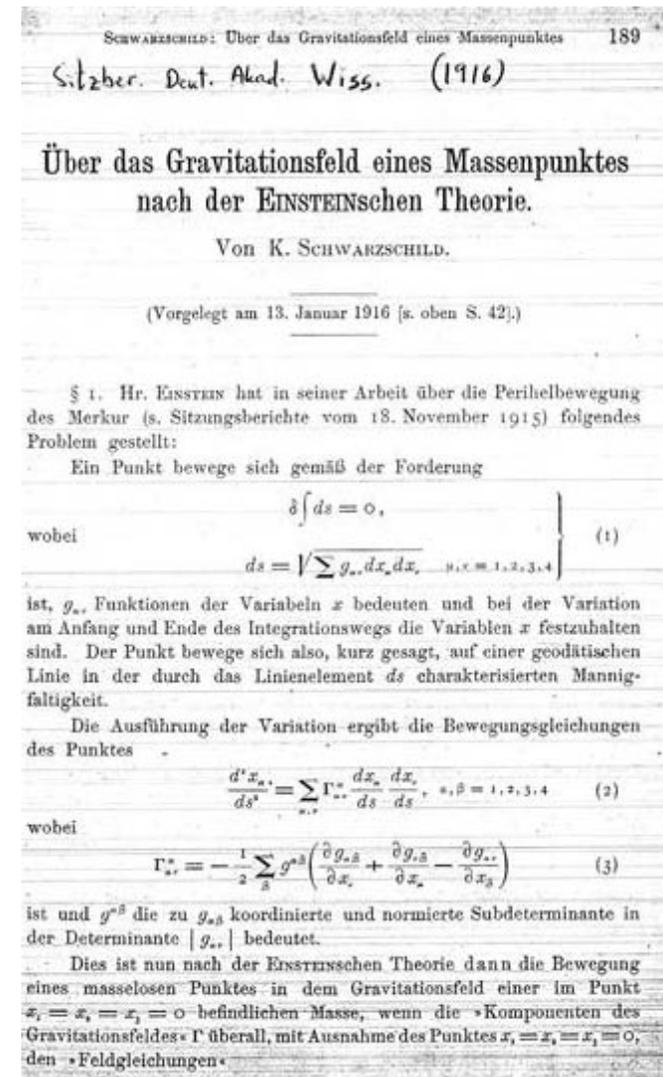
$$R = (3x_1 + \rho)^{\frac{1}{3}} = (r^3 + \alpha^3)^{\frac{1}{3}}$$

eingeführt ist.

Setzt man diese Werte der Funktionen  $f$  im Ausdruck (9) des Linienelements ein und kehrt zugleich zu gewöhnlichen Polarkoordinaten zurück, so ergibt sich das Linienelement, welches die strenge Lösung des EINSTEINschen Problems bildet:

$$ds^2 = (1 - \alpha/R)dt^2 - \frac{dR^2}{1 - \alpha/R} - R^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\phi^2), \quad R = (r^3 + \alpha^3)^{\frac{1}{3}}. \quad (14)$$

Dasselbe enthält die eine Konstante  $\alpha$ , welche von der Größe der im Nullpunkt befindlichen Masse abhängt.



# L'histoire accidentée des trous noirs

- Décembre 1915 : solution exacte trouvée par **Karl Schwarzschild** (= bouclier noir !)

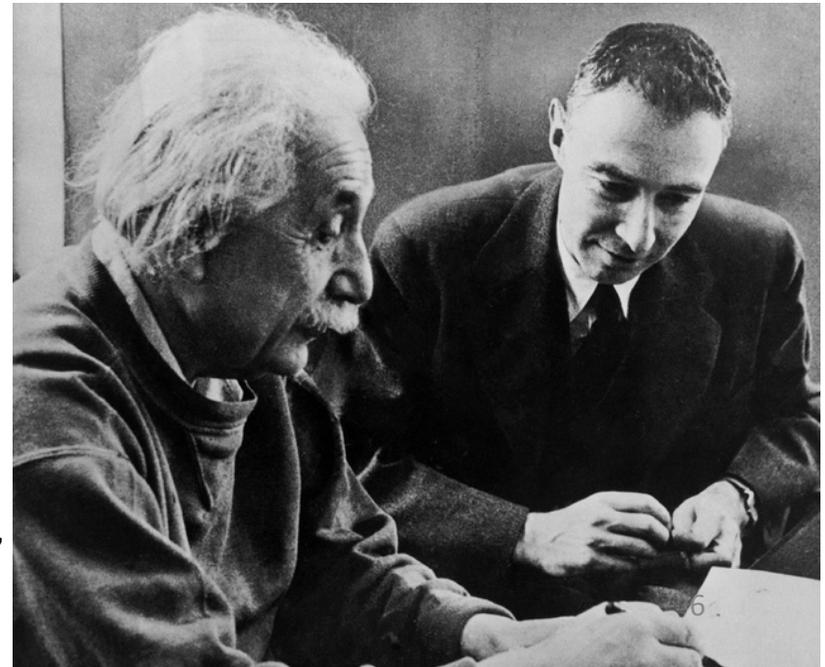
$$ds^2 = - \left( 1 - \frac{R_g}{r} \right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{1 - R_g/r} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

- « Rayon gravitationnel » :  $R_g = \frac{2GM}{c^2}$

$$\text{Soleil } R_g^{\odot} \simeq 3 \text{ km} \quad ; \quad \text{Terre } R_g^{\oplus} \simeq 1 \text{ cm}$$

- ? Condenser la masse du Soleil dans:  $R_g^{\odot} \simeq 3 \text{ km} \rightarrow$  densité  $\simeq 2 \times 10^{16} \text{ g/cm}^3$  !  
La masse d'une montagne dans chaque dé à coudre ; cent fois plus grand que la densité nucléaire

- Une conséquence de la théorie de la Relativité Générale qui est restée **voilée** pendant longtemps
- Concept inventé par **Oppenheimer et Snyder** en juillet 1939
- Pris au sérieux, et développé seulement à partir de 1967-1969 par Doroshkevich-Zel'dovich-Novikov, Israel, Wheeler, Penrose, ...



# Précurseurs et résistances conceptuelles au trou noir

- 1784 Michell, étoiles invisibles
- 1796 Laplace, corps obscurs
- 1920 A Anderson : « *if the mass of the sun were contracted ... shrouded in darkness... »*
- 1921 O. Lodge : « *a sufficiently massive and concentrated body would be able to retain light and prevent its escaping. »*
- 1922 discussions Hadamard-Einstein

\* \* \* \* \*

- Landau 1932 « *... do not show any such ridiculous tendencies... »*
- Eddington 1935 : « *I think there should be a law Nature to prevent a star from behaving in this absurd way. »*
- Einstein mai 1939 : « *The « Schwarzschild singularity » does not appear for the reason that matter cannot be concentrated arbitrarily. »*
- Wheeler 1958 : « *[the Oppenheimer-Snyder proposal] does not give an acceptable answer to the fate of a system of A-nucleons under gravitational forces. »*



# Naissance vie et mort des étoiles

Long processus de compréhension :

- 1920-1939 Source d'énergie des étoiles :

$$E = m c^2$$

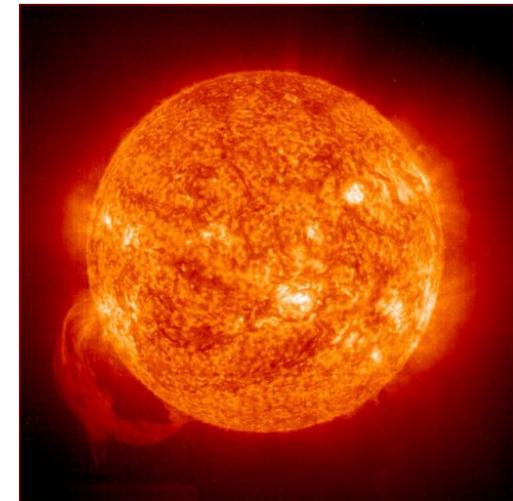
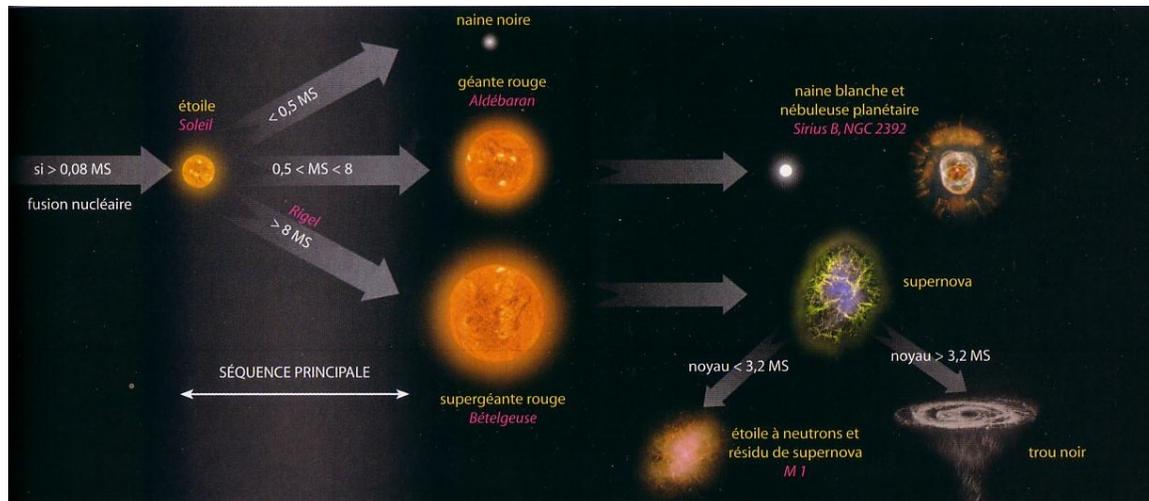
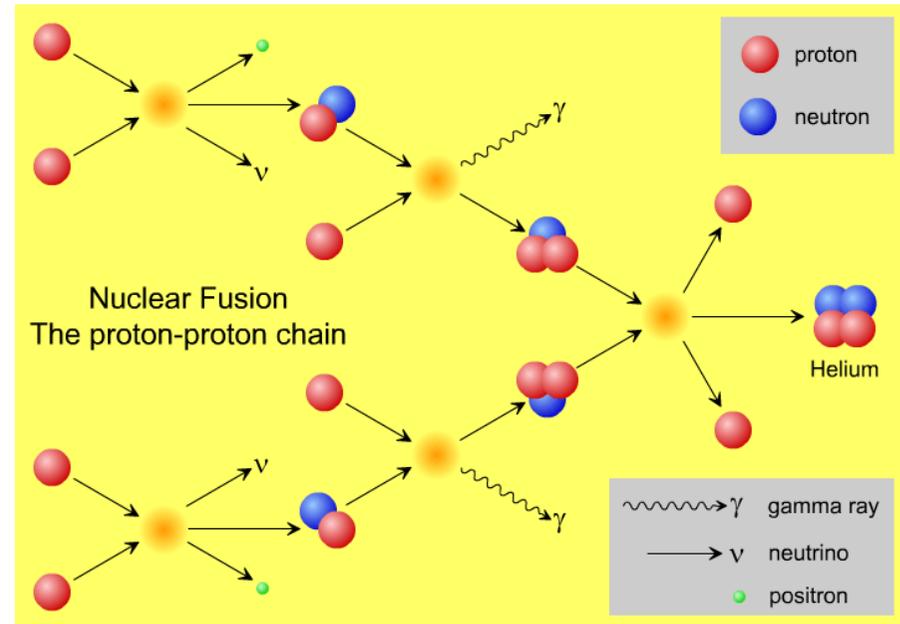
fusion nucléaire (Eddington, Bethe)

- 1932 Découverte du neutron (Chadwick)

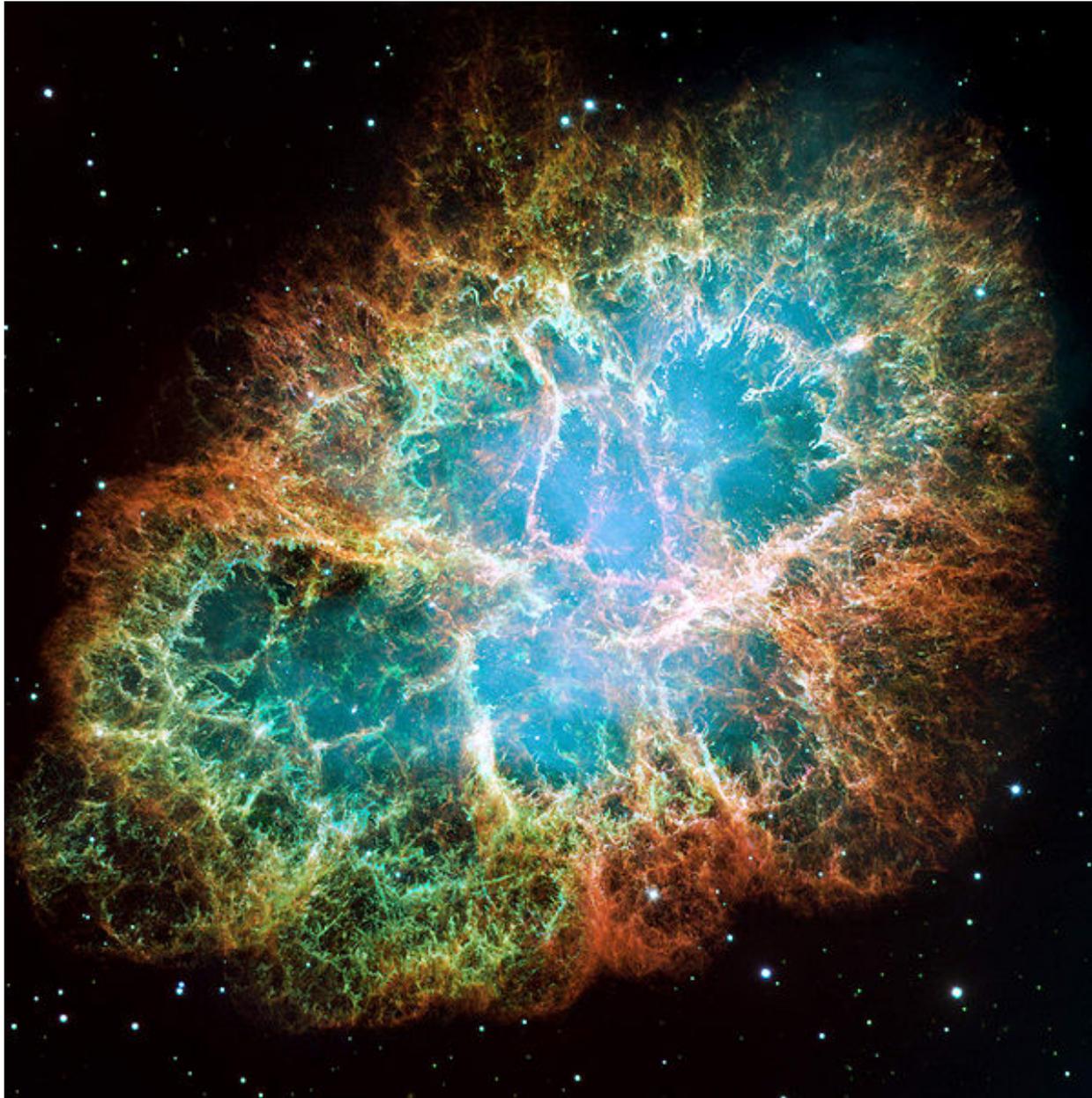
Physique nucléaire

Carburant nucléaire limité

- Etats finals possibles des étoiles : supernovae, étoiles mortes (naines blanches, étoiles à neutrons, trous noirs)



# Supernovae : supernova du crabe (4 juillet 1054)

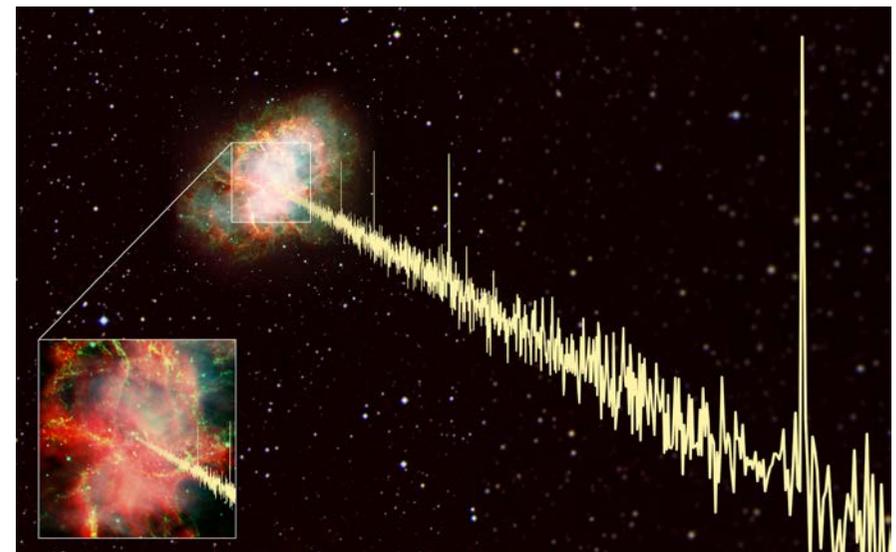
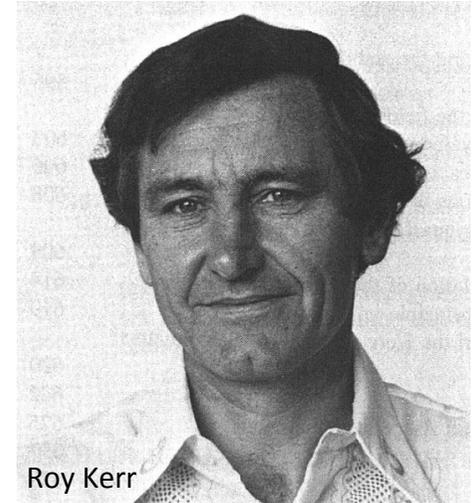


# Développements théoriques et découvertes observationnelles qui ont permis l'émergence du concept (1)

- 1910 « Naines blanches »: densité :  $M_{\odot}$  dans  $R_{\oplus} \rightarrow 10^6 \text{ g/cm}^2$
- 1926 **Relativité Restreinte + Mécanique Quantique + Principe d'Exclusion**  $\rightarrow$  théorie de la matière relativiste fermionique froide (Fowler 1926)
- 1929-35 **masse limite** des naines blanches (Chandrasekhar, Landau)
- 1934 Concept d'étoiles à neutrons ([Landau], Baade-Zwicky) densité d'une étoile à neutrons :  $M_{\odot}$  dans 10 km  $\rightarrow$  densité  $\sim 10^{14} \text{ g/cm}^3 \sim \rho_{\text{nucl}}$
- 1939 Oppenheimer-Volkoff : étoiles à neutrons en Relativité Générale : **masse limite** des étoiles à neutrons
- **juillet 1939 Oppenheimer-Snyder** : les étoiles trop massives pour « finir leur vie » en étoiles à neutrons, s'effondrent sur elles-mêmes, jusqu'à ce que la lumière émise par l'étoile ne parvienne alors plus à l'extérieur  $R_* < R_g$  ;

# Développements théoriques et découvertes observationnelles qui ont permis l'émergence du concept (2)

- 1963 **Quasars** → Existence de trous noirs supermassifs ?
- 1963 solution exacte de **Roy Kerr** (généralisant Schwarzschild)
- 1967 **Pulsars**
- 1968 Pulsar du Crabe : existence des étoiles à neutrons
- 1968 le nom « black hole » est inventé (Wheeler)
- 1969 vision spatio-temporelle globale du trou noir (Penrose)
- 1970 sources X binaires → existence de trous noirs de  $\sim 10M_{\odot}$
- 1973 [1963] sursauts gamma



# Définition d'un trou noir

Définition naïve :

Vitesse de libération  $\geq$  vitesse de la lumière

rayon

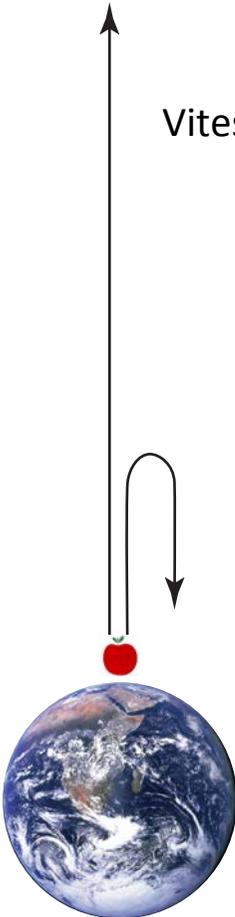
masse

$$R \leq R_g \equiv \frac{2GM}{c^2}$$

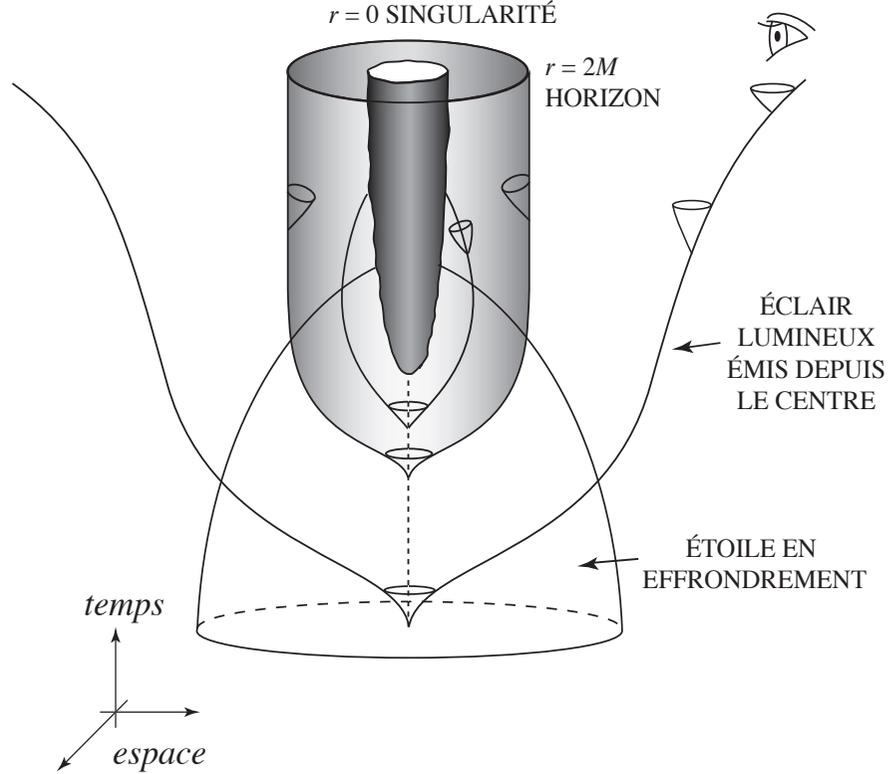
constante de la gravitation

$$F = G \frac{m_1, m_2}{r^2}$$

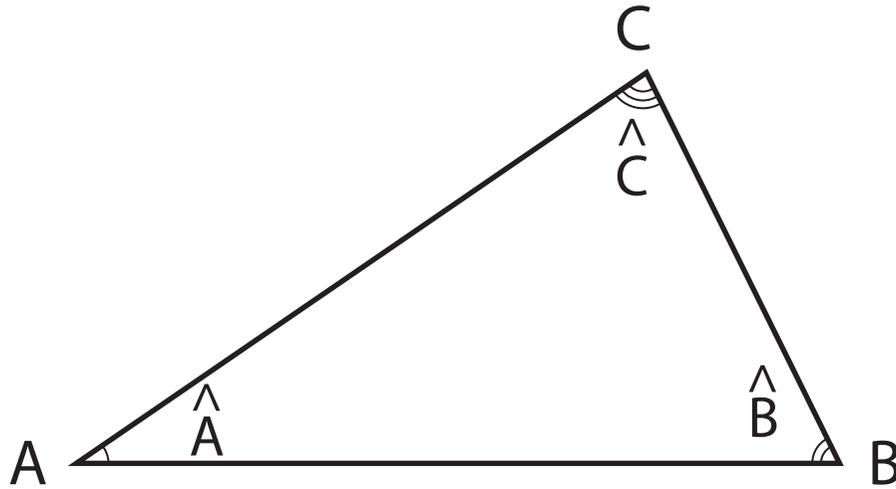
vitesse de la lumière



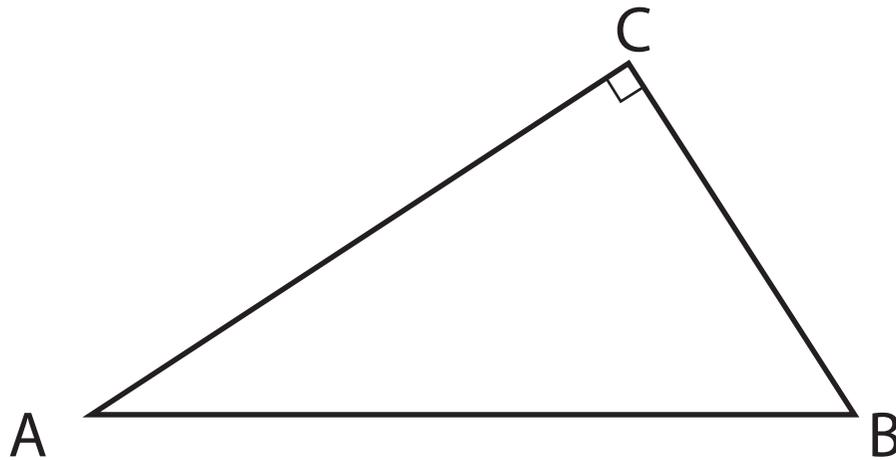
Vraie définition : diagramme d'espace-temps



## Espace « plat » (Euclide)



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 2 \text{ droits} = \pi$$

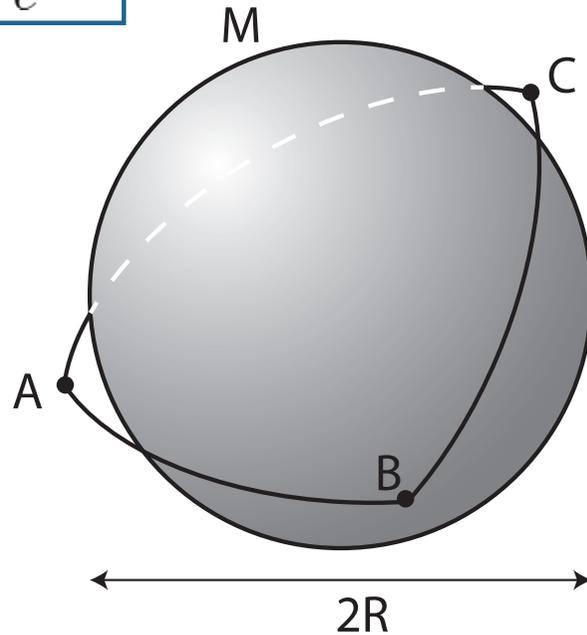


$$AB^2 = AC^2 + CB^2$$

# Einstein : espace élastique, déformé par la matière-énergie

Planète, étoile, étoile morte...

$$R_g \equiv \frac{2GM}{c^2}$$



Facteur d'agrandissement des angles

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} \simeq \pi \left( 1 + \frac{R_g}{R} \right)$$

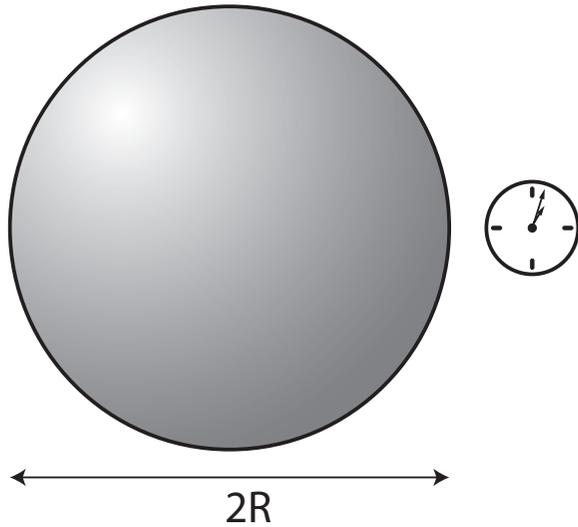
Terre :  $1 + \frac{1 \text{ cm}}{6400 \text{ km}} \simeq 1.000\,000\,001 \simeq 1 + 10^{-9}$

Soleil :  $1 + \frac{3 \text{ km}}{700000 \text{ km}} \simeq 1 + 10^{-6}$

Etoile à neutrons :  $1 + \frac{4 \text{ km}}{10 \text{ km}} \simeq 1.4$       40 %

Trou noir :  $\simeq 1 + 1$       100 %

# Einstein : temps élastique, déformé par la matière-énergie



Facteur de ralentissement du temps

$$T_{\text{surface}} = \sqrt{1 - \frac{R_g}{R}} \quad T_{\text{loin}} \quad \text{clock icon}$$

Terre :  $\simeq 1 - 10^{-9}$

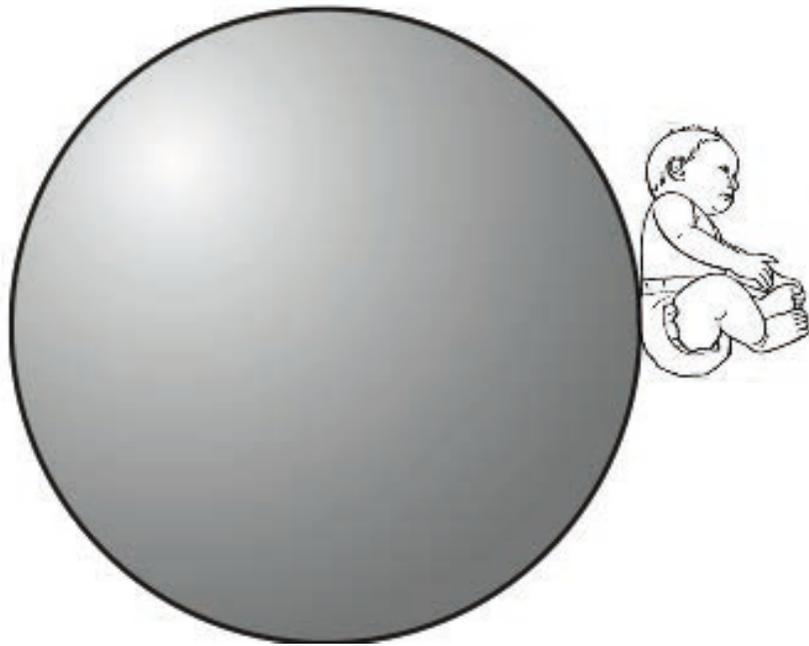
Soleil:  $\simeq 1 - 10^{-6}$

Etoile à neutrons:  $\simeq \sqrt{1 - 0.4} = 0.77$  - 23 %

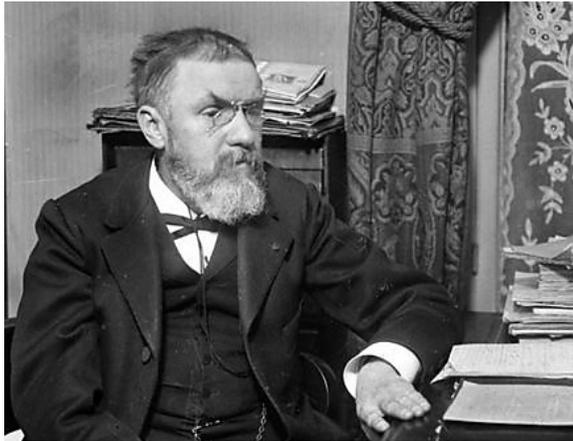
Trou noir :  $= \sqrt{1 - 1} = 0$  - 100 %

# Jumeaux et trou noir

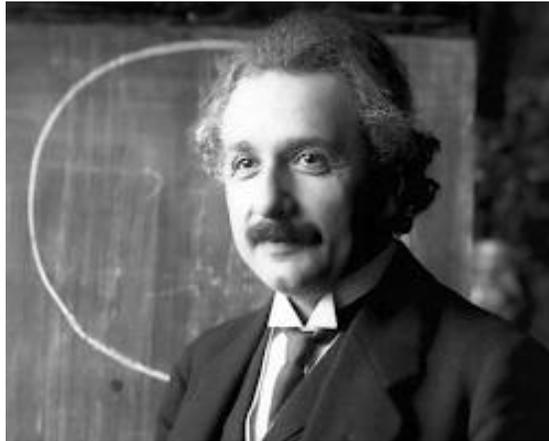
Temps gelé à la surface du trou noir



# Le bloc Espace-Temps einsteinien



H. Poincaré

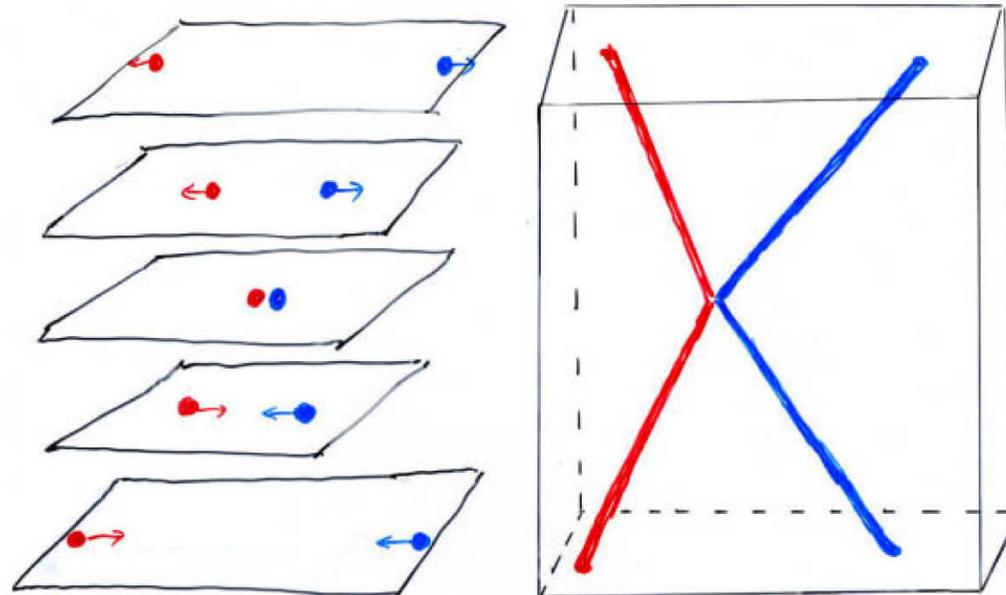


A. Einstein

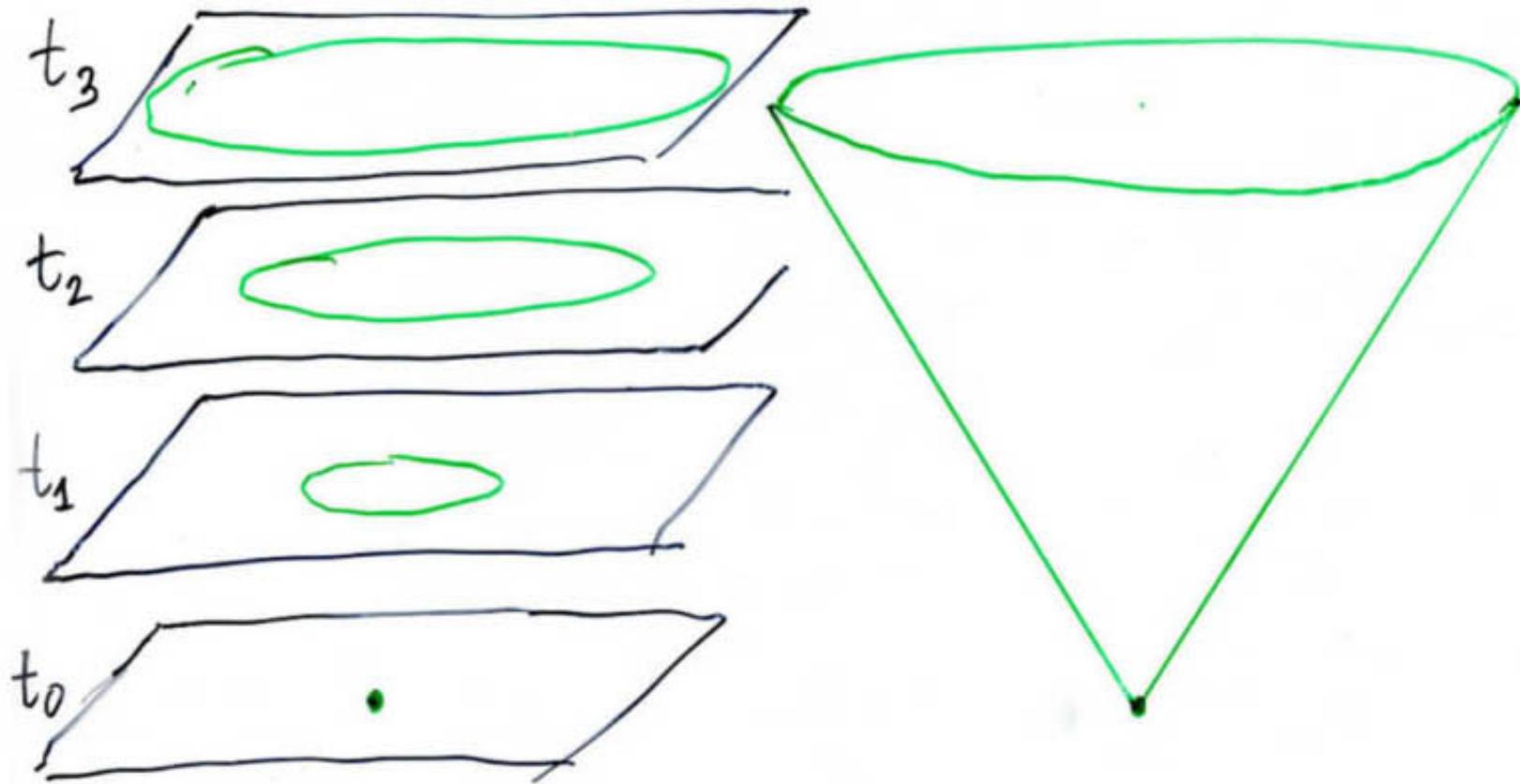


H. Minkowski

ESPACE + TEMPS  $\rightarrow$  ESPACE-TEMPS

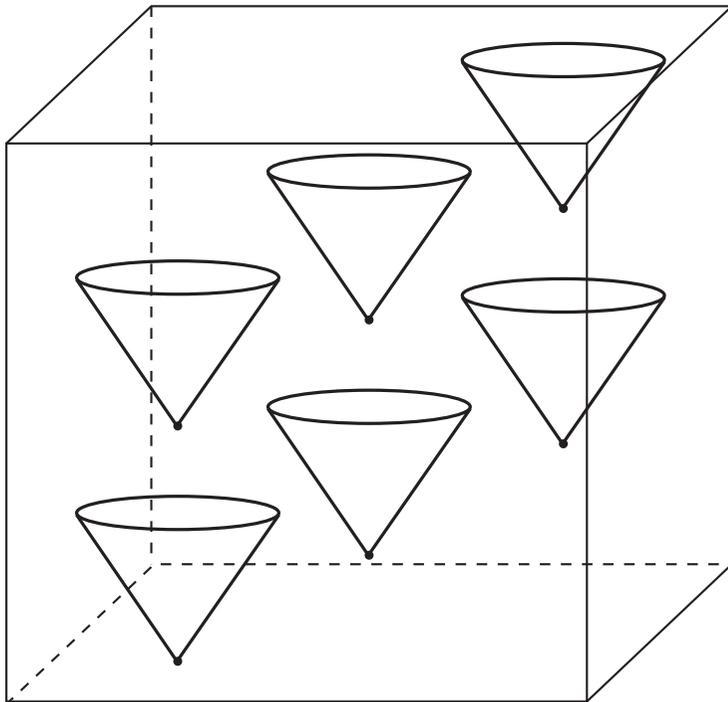


# Le cône de lumière

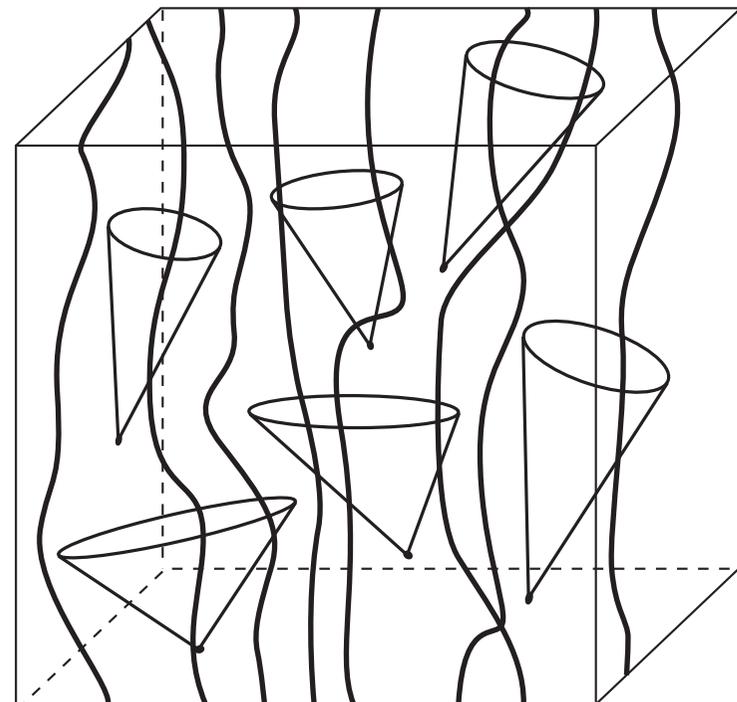


# Espace-Temps élastique de la Relativité Générale

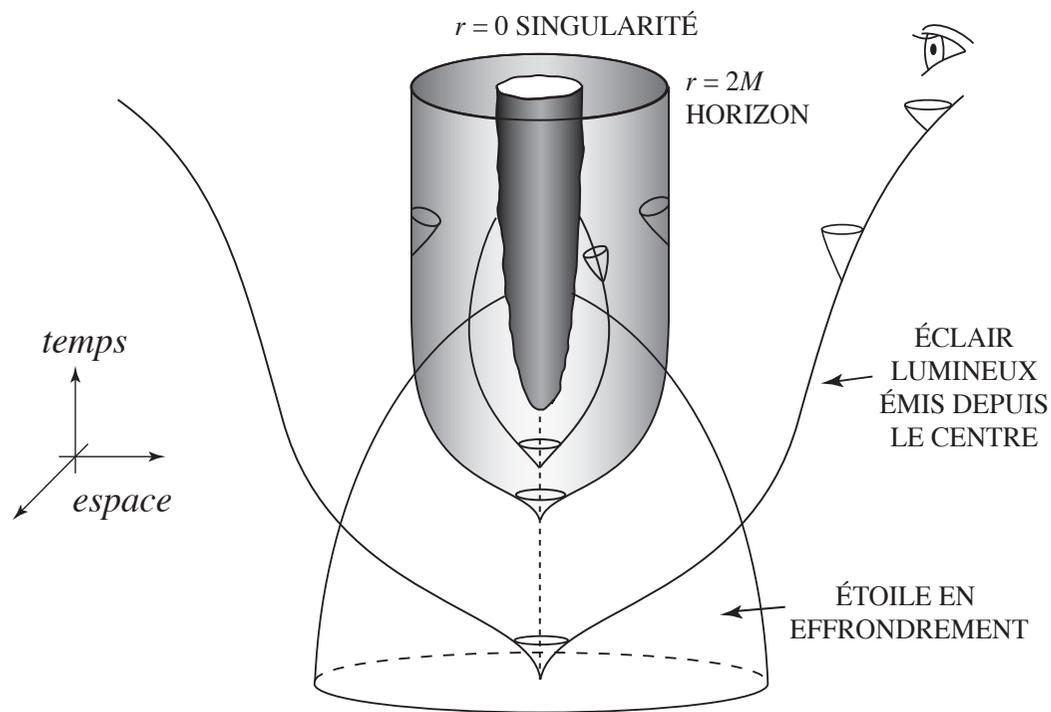
Relativité Restreinte



Relativité Générale



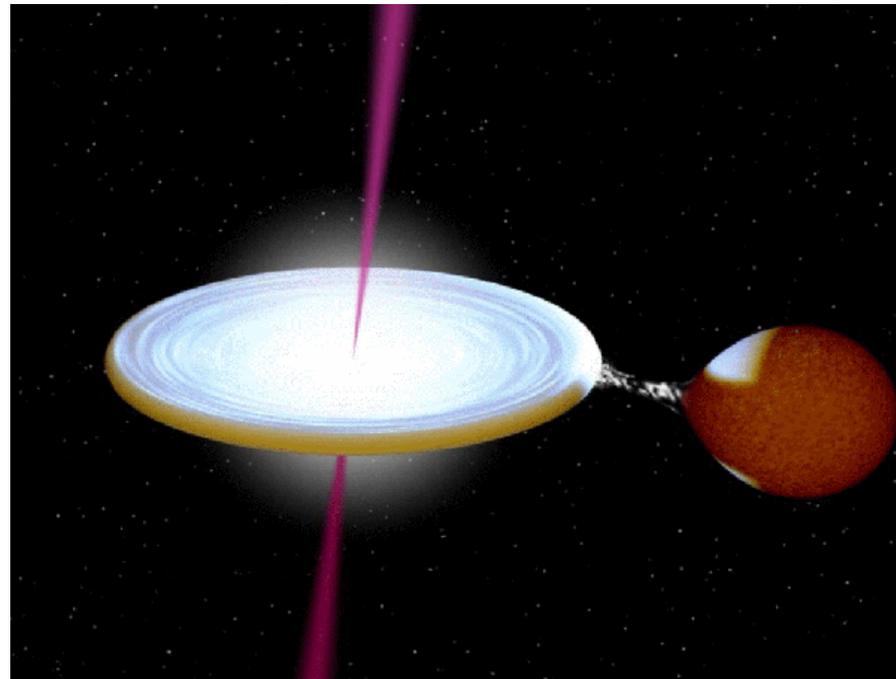
# Effondrement d'une étoile et formation d'un trou noir



- rien ne peut sortir de l'intérieur du trou noir (zone grisée) : ni lumière, ni matière, ni information
- la surface du trou noir (ou "horizon") est une bulle de lumière qui, localement, se déplace vers l'extérieur à la vitesse de la lumière, mais qui, globalement fait du "sur-place"
- le développement temporel de la région intérieure est limité et se termine par un bord d'espace-temps (gris foncé) où l'espace-temps cesse d'exister : un "big crunch" où la toile espace-temps se déchire

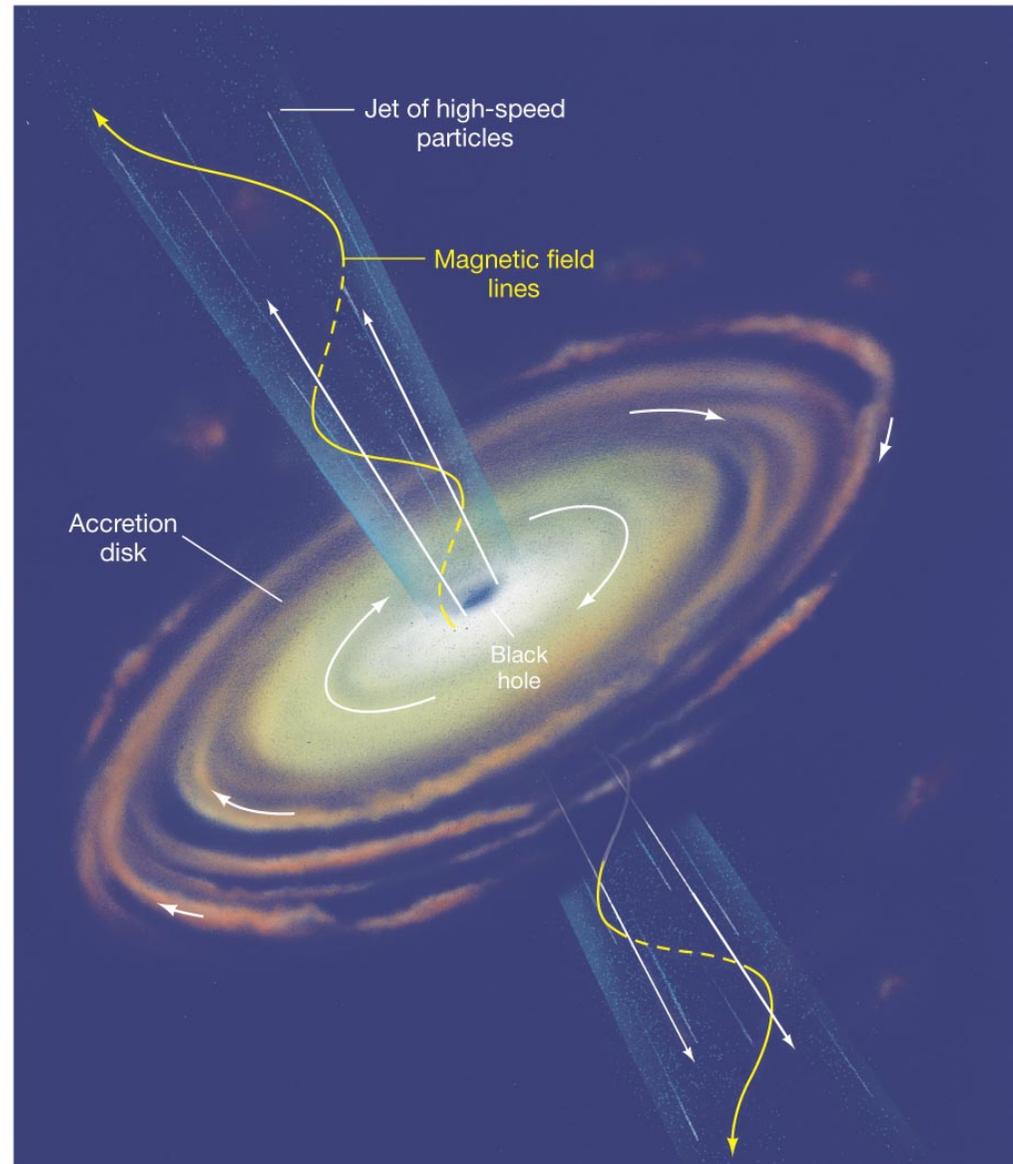
# Les trous noirs en astrophysique (1)

- Les étoiles évoluent en brûlant leur carburant nucléaire. Il existe des étoiles très massives (dix fois, ou même cent fois plus massives que le Soleil), alors que la masse des états finals possibles (naines blanches, étoiles à neutron) est limité à  $\simeq 3M_{\odot}$ . Donc, les générations passées et présentes d'étoiles doivent former des trous noirs (plus massifs que le Soleil).
- Les sources X binaires dans notre Galaxie fournissent une douzaine de candidats trous noirs: systèmes binaires fait d'une étoile ordinaire cannibalisée par un compagnon massif.
- Le trou noir reste noir, mais il est entouré d'un **disque de gaz très chaud**, qui est attiré par le puits de potentiel gravitationnel et orbite autour du trou noir avant de finir par tomber dedans.



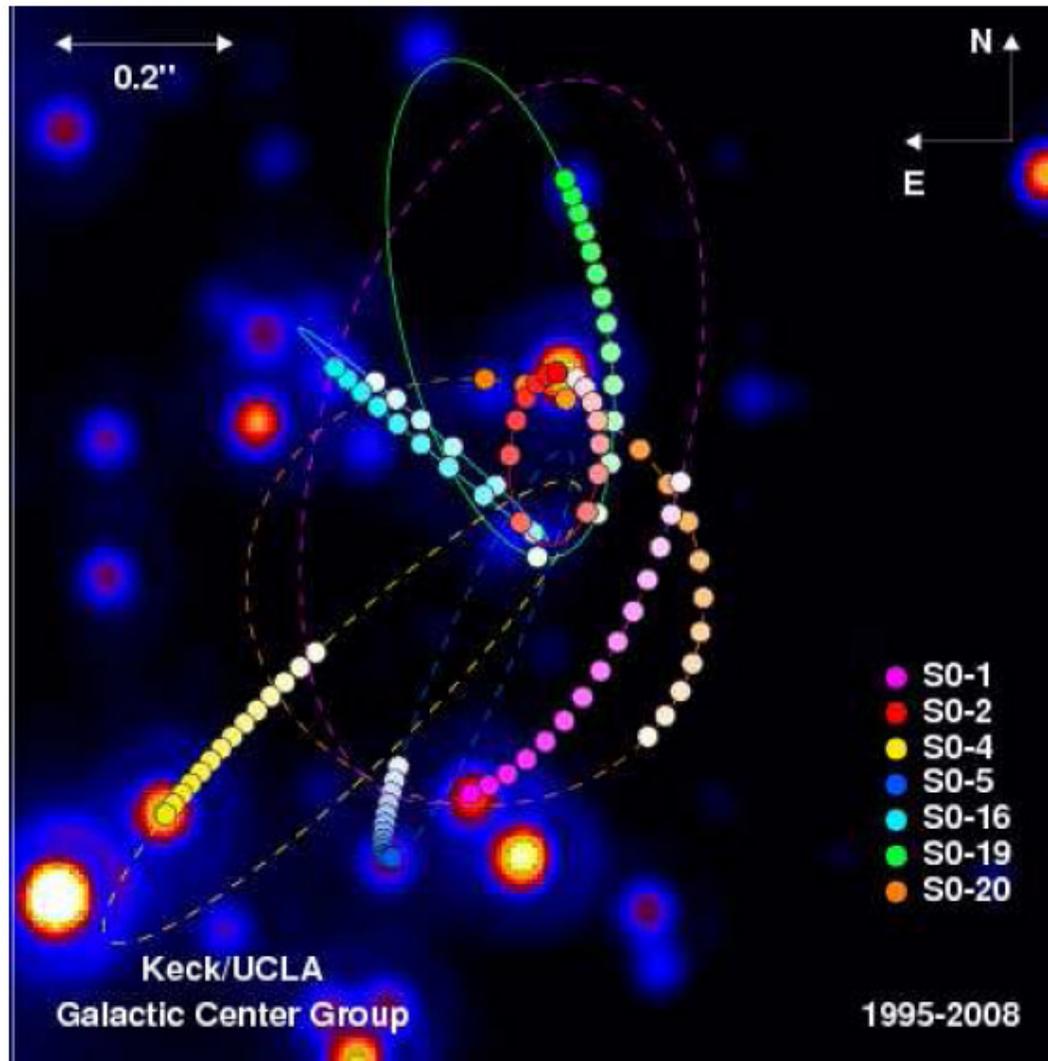
## Les trous noirs en astrophysique (2)

- L'existence de sources très intenses d'ondes électromagnétiques situées au centre de nombreuses galaxies suggère l'existence de trous noirs supermassifs accrétant de la matière dans leurs puits de potentiel gravitationnels

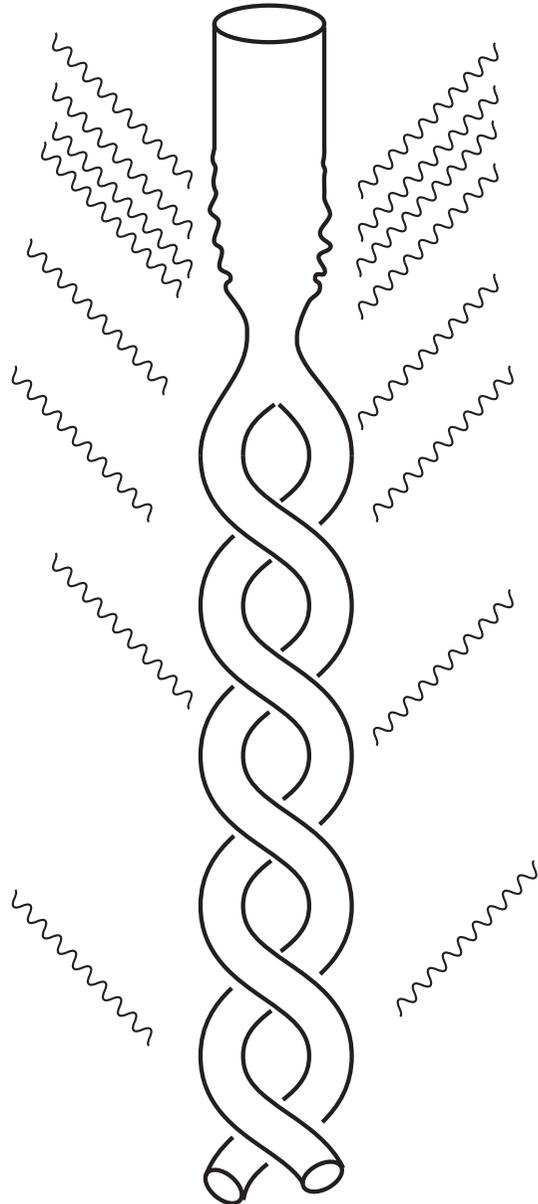


## Les trous noirs en astrophysique (3)

- Il y a de très fortes preuves indirectes de l'existence d'un trou noir de quatre millions de masses solaires au centre de notre Galaxie (Genzel)



# Trous noirs et ondes gravitationnelles



- La preuve ultime de l'existence de trous noirs sera sans doute apportée par l'observation prochaine des ondes de déformation de la géométrie de l'espace (ou "ondes gravitationnelles") engendrée par des systèmes binaires de trous noirs, évoluant jusqu'à leur coalescence finale. Dans cette coalescence, les deux trous noirs fusionnent pour former un trou noir plus gros.

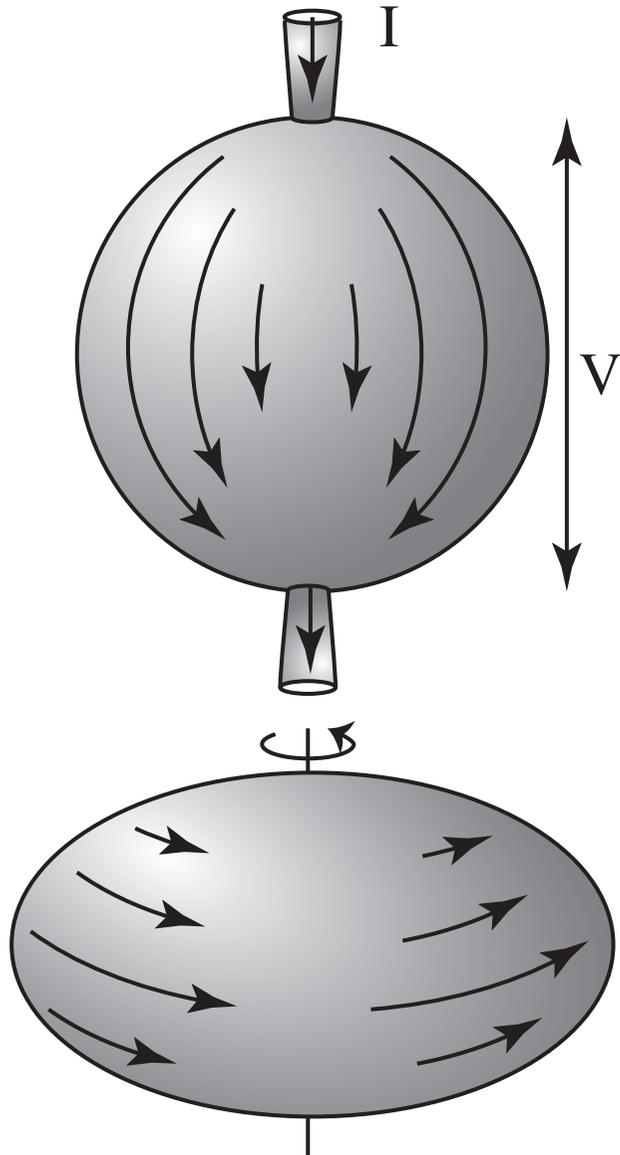
# Energétique des trous noirs

- Bien qu'un trou noir soit fait seulement d'espace vide, on peut le considérer comme un objet physique localisé dans l'espace et persistant dans le temps, et représenté par un **tube** d'espace-temps (= horizon = surface du trou noir)
- Un trou noir possède une masse, une énergie, une impulsion, un moment cinétique, une charge électrique.

Les trous noirs sont les plus grands réservoirs d'énergie libre de l'univers. Ils peuvent stocker jusqu'à 29% de leur énergie de masse ( $E = Mc^2$ ) sous forme d'énergie cinétique de rotation, potentiellement extractible (Christodoulou-Ruffini)



# Propriétés thermodynamiques, électriques et hydrodynamiques des trous noirs



- Analogie du second principe de la thermodynamique : *irréversibilité*, l'aire de l'horizon ne peut qu'augmenter (Christodoulou-Ruffini, Hawking)

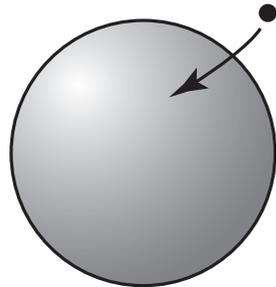
- Analogie du premier principe de la thermodynamique (Bardeen-Carter-Hawking)

- Surface du trou noir analogue à une surface métallique conductrice de l'électricité : loi d'Ohm  $V = RI$   
 $R \sim 30 \text{ Ohm}$  (Damour, Znajek)

résistivité surfacique  $377 \text{ Ohm}$  (Damour)

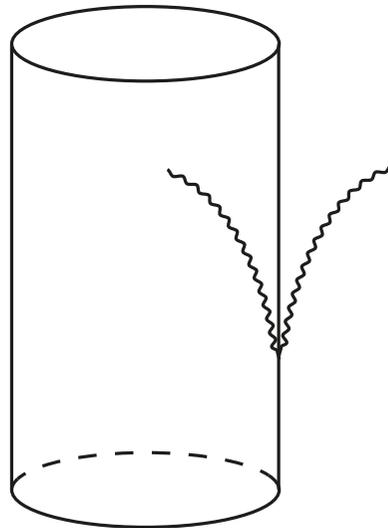
- Surface du trou noir analogue à un fluide visqueux (Hartle-Hawking) satisfaisant une équation de Navier-Stokes avec une viscosité égale  $\eta = \frac{1}{16\pi}$  (Damour)

# Propriétés quantiques d'un trou noir



Propriétés quantiques d'un trou noir

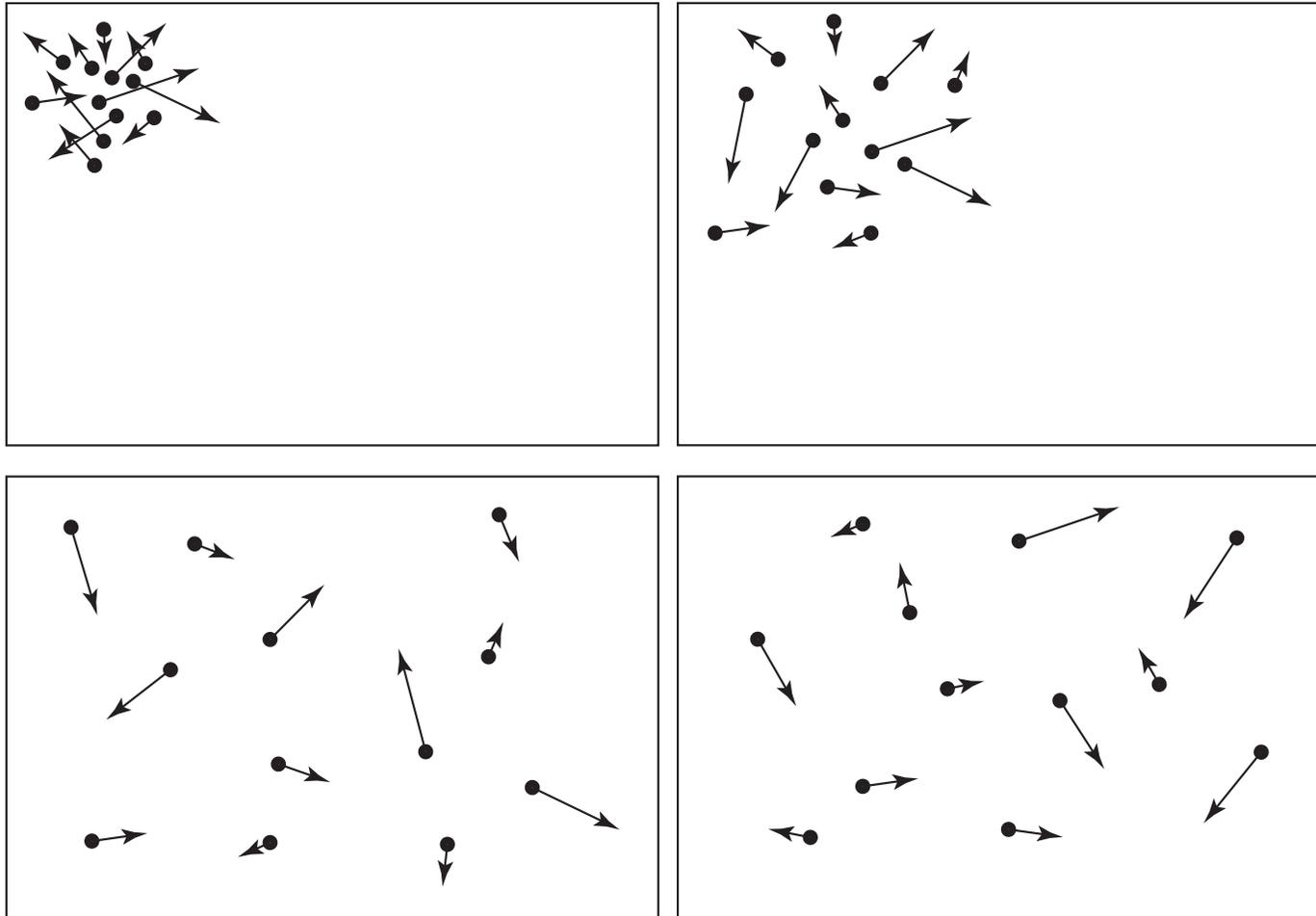
Perte d'un bit d'information quand une particule est absorbée par un trou noir; Bekenstein suggère une entropie proportionnelle à l'aire du trou noir.



Hawking trouve qu'en théorie quantique les trous noirs émettent un rayonnement continu, comme un corps "chaud" à une température non nulle. Cela confirme la pertinence de l'entropie d'un trou noir

$$S_{BH} = \frac{1}{4} \frac{c^3 A}{\hbar G}$$

# Entropie, désordre et (manque d') information



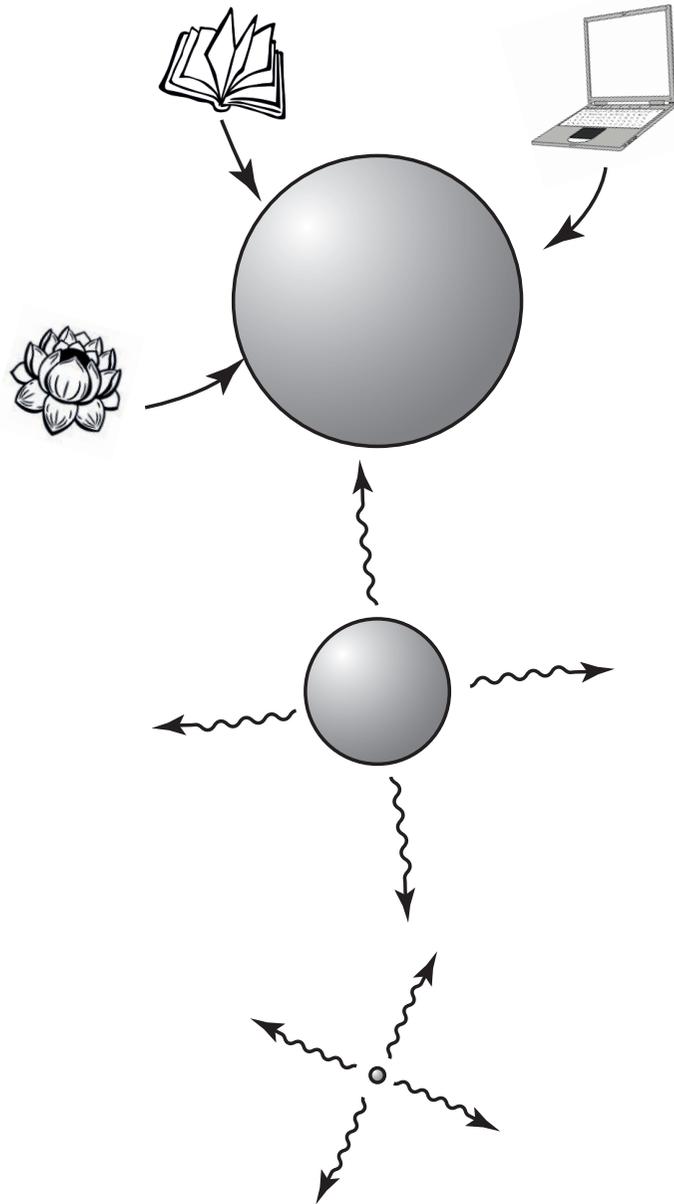
Nombre de configuration microscopiques possibles (à  $V$  et  $E$  fixés) :  $N$

Boltzmann (1877) : Entropie  $S = \log N$

[ $\log N \simeq 2.3$  (# chiffres de  $N - 1$ )

e.g  $N = 123\,456\,789 = 1.23456789 \times 10^8 \longrightarrow \log N \simeq 2.3 \times 8$ ]

## Questions ouvertes



- Quels sont les états quantiques microscopiques d'un trou noir ? La théorie des cordes répond partiellement à la question (Bowick-Smolín-Wijewardhana, Susskind, Sen, Strominger-Vafa, Callan-Maldacena, Breckenridge-..., Witten, Horowitz-Polchinski, Damour-Veneziano, ..., t'Hooft, ..., Mathur, Denef, Pioline, Bena-Warner, ...)
- Qu'advient-il de l'information tombée dans un trou noir quand le trou noir s'évapore ? (Hawking, Page, ...)
- Quel est le rôle des trous noirs en physique des particules ? (t'Hooft, ...)

# Conclusions

- Les trous noirs sont la prédiction la plus fascinante de la théorie de la Relativité Générale d'Einstein; le concept a mis longtemps à être appréhendé, accepté et reconnu.
- Ils existent probablement dans l'univers réel, avec des masses pouvant aller de  $10^{-5}g$  à  $10^{10}M_{\odot} \sim 10^{43}g$
- Leurs propriétés mathématiques, et en physique non-quantique, sont relativement bien comprises (avec des zones d'ombre restantes)
- Leurs propriétés et leur rôle en physique quantique restent encore en partie mystérieux.