



Slava Rychkov et ses collaborateurs viennent de résoudre un problème posé par la conjecture de Parisi-Sourlas depuis plus de 40 ans

Slava Rychkov et ses collaborateurs, Apratim Kaviraj et Emilio Trevisani, ont récemment publié une série de quatre articles répondant à une question qui intrigue les physiciens depuis plus de quatre décennies. Ils font ainsi enfin la lumière sur le rôle joué par le désordre dans certains modèles fondamentaux de la physique statistique, tels que le modèle d'Ising en champ aléatoire et le modèle des polymères ramifiés.

Les systèmes réels sont intrinsèquement désordonnés. Même dans les solides cristallins les plus purs, des défauts constitués d'irrégularités et d'impuretés apparaissant à des endroits aléatoires influencent les propriétés du matériau d'une manière que nous n'avons pas encore totalement comprise. Pour tenir compte du rôle que le désordre peut jouer dans les systèmes réels, les physiciens ajoutent de petits termes supplémentaires de désordre à des modèles bien connus et étudient comment cela affecte leur comportement.

L'un des modèles les mieux connus en physique statistique est celui d'Ising. Le modèle d'Ising en champ aléatoire (*random field Ising model*, RFIM) est obtenu en ajoutant à chaque site du réseau dans le modèle d'Ising pur, un champ magnétique d'intensité et de direction aléatoires, mais constant dans le temps. Bien qu'il ait été considéré comme l'un des moyens les plus simples de rendre compte du désordre, la compréhension du modèle d'Ising en champ aléatoire a posé de nombreux défis.

La question que Rychkov, Kaviraj et Trevisani se sont attachés à résoudre concerne la conjecture Parisi-Sourlas, que les physiciens Giorgio Parisi, professeur à l'université Sapienza de Rome, et Nicolas Sourlas, collègue de Slava Rychkov à l'École normale supérieure, ont formulée à la fin des années 1970 pour relier le RFIM au modèle d'Ising pur.

En faisant valoir que les points fixes d'un système désordonné sont caractérisés par des propriétés supersymétriques, Parisi et Sourlas ont pu montrer qu'il se produisait ce qu'on appelle une « réduction dimensionnelle » : les exposants critiques du cas désordonné en dimension d étaient les mêmes que ceux de son correspondant pur (c'est-à-dire non désordonné) en $d-2$.

Bien qu'elle ait pu expliquer une série de résultats exacts et numériques obtenus sur ce modèle, la conjecture a montré au moins autant de limites, car certaines de ses implications, comme par exemple l'absence de transition de phase pour le RFIM en $d=3$, sont clairement fausses.

Slava Rychkov a commencé à s'intéresser plus spécifiquement à ce sujet en 2017, à l'occasion d'une conférence sur les systèmes désordonnés organisée à l'université La Sapienza de Rome. Cela faisait alors plusieurs décennies que la communauté des physiciens travaillant sur les verres de spin ne parvenait pas à comprendre la conjecture.

Fasciné par le débat de longue haleine suscité par la conjecture de Parisi-Sourlas, le professeur Rychkov a fait équipe avec Apratim Kaviraj et Emilio Trevisani, qui travaillaient alors comme post-doctorants à l'École normale supérieure de Paris, pour s'attaquer à cette question. Après plus de quatre ans de travail et de calculs, ils ont récemment publié quatre articles qui promettent de donner une réponse à cette énigme vieille de quarante ans.

Pour y arriver, ils ont divisé le problème en plusieurs sous-problèmes, qu'ils ont résolus séparément. Dans un premier article publié en décembre 2019, ils ont utilisé des méthodes de bootstrap conforme pour prouver que l'existence de points fixes supersymétriques implique une réduction dimensionnelle [1].

L'idée pour résoudre la deuxième partie du problème a été fournie par un article publié en 1985 par le physicien John Cardy, actuellement professeur émérite à l'université d'Oxford et professeur à l'université de Californie, à Berkeley. Dans cet article, Cardy obtient la supersymétrie et la réduction dimensionnelle pour le RFIM en négligeant les termes non pertinents à haute dimension. Dans un deuxième article [2], par une série de calculs complexes et subtils, Rychkov et ses collaborateurs identifient deux perturbations qui ne peuvent être négligées en dessous d'une certaine dimension critique $d_c \approx 4,5$, invalidant ainsi l'hypothèse de Parisi-Sourlas selon laquelle les points fixes du RFIM sont caractérisés par des propriétés supersymétriques à $d < d_c$. Dans un troisième article

[3], Kaviraj et Trevisani ont étendu leur raisonnement au cas des polymères ramifiés et ont pu expliquer pourquoi la conjecture semble tenir en toutes dimensions pour cette classe de systèmes. Un quatrième article [4] de Rychkov, Kaviraj et Trevisani résume leurs résultats et offre une image plus large.

Ces quatre articles ont été publiés dans Journal of High Energy Physics et Physical Review Letters, et ont été accueillis favorablement par la communauté des physiciens.

Giorgio Parisi a commenté : « *Slava Rychkov et ses collaborateurs ont fait un travail magnifique en comprenant plus en détails l'origine de la supersymétrie dite "Parisi-Sourlas" et les raisons de son succès et de son échec. C'est un pas en avant important dans ce problème très difficile qui a retenu mon attention pendant plus de quarante ans.* »

John Cardy a ajouté : « *Ce travail est celui que j'aurais dû essayer de mener il y a des années, mais à l'époque la tâche semblait trop ardue - avec tant de termes différents à prendre en compte. Je suis heureux qu'il semble aboutir à un scénario plausible* ».

Edouard Brézin, physicien et professeur émérite de l'École normale supérieure, a déclaré : « *Après plus de quarante ans de perplexité, l'énigme qui consiste à savoir quand et pourquoi la supersymétrie implique une réduction dimensionnelle est enfin résolue. Les superbes arguments supersymétriques (SUSY) de Parisi-Sourlas, appliqués au modèle d'Ising en champ aléatoire, ne fonctionnaient pas en trois dimensions, alors qu'ils semblaient bien résoudre le modèle des polymères ramifiés dans lequel Parisi et Sourlas avaient trouvé une SUSY et une réduction dimensionnelle similaires. Rychkov et ses collaborateurs ont découvert l'origine du problème. La présence d'un opérateur de rupture de SUSY, qui devient pertinent près de cinq dimensions, explique pourquoi la réduction dimensionnelle échoue pour le RFIM en quatre ou trois dimensions. En outre, les mêmes auteurs ont montré que le problème des polymères ramifiés est exempt de toute rupture SUSY pertinente.* »

S'ils ont raison, Slava Rychkov et ses collaborateurs pourraient avoir enfin trouvé les conditions dans lesquelles la conjecture de Parisi-Sourlas est valide, répondant ainsi à une question à laquelle les physiciens se heurtent depuis 40 ans.

[1] A. Kaviraj, S. Rychkov and E. Trevisani, *Random field Ising model and Parisi-Sourlas supersymmetry. Part I. Supersymmetric CFT*, *JHEP* **04** (2020) 090 [[arXiv:1912.01617](https://arxiv.org/abs/1912.01617)]

[2] A. Kaviraj, S. Rychkov, and E. Trevisani, *Random Field Ising Model and Parisi-Sourlas Supersymmetry II. Renormalization Group*, *JHEP* **03** (2021) 219 [[arXiv:2009.10087v3](https://arxiv.org/abs/2009.10087v3)]

[3] A. Kaviraj and E. Trevisani, *Random Field ϕ^3 Model and Parisi-Sourlas Supersymmetry*, [[arXiv:2203.12629](https://arxiv.org/abs/2203.12629)]

[4] A. Kaviraj, S. Rychkov and E. Trevisani, *Parisi-Sourlas Supersymmetry in Random Field Models*, *Phys. Rev. Lett.* **129**, 045701 [[arXiv:2112.06942](https://arxiv.org/abs/2112.06942)]

[Slava Rychkov](#) est professeur permanent à l'IHES depuis 2017. Jusqu'en 2021, il était également titulaire de la chaire MHI-ENS en physique des hautes énergies au département de physique de l'École normale supérieure.

[Apratim Kaviraj](#) est actuellement chercheur postdoctoral au synchrotron DESY, à Hambourg.

[Emilio Trevisani](#) est actuellement chercheur postdoctoral au CPHT - Centre de Physique Théorique, Institut Polytechnique de Paris.

[L'Institut des Hautes Études Scientifiques \(IHES\)](#)

Membre fondateur de l'Université Paris-Saclay, l'IHES est un centre de recherche privé consacré aux mathématiques, à la physique théorique et à toutes les disciplines qui s'y rattachent. Fondation privée reconnue d'utilité publique, l'Institut a un nombre restreint de professeurs permanents, mathématiciens et physiciens théoriciens, et accueille environ 200 visiteurs par an venus du monde entier pour des séjours de recherche. Liberté de recherche, indépendance et interdisciplinarité sont les valeurs fondamentales de l'IHES.

IHES Press Contact: Claire Lenz • claire.lenz@ihes.fr • 33 1 60 92 66 67 • 33 6 07 42 53 73

IHES • Le Bois-Marie • 35, route de Chartres • F-91440 Bures-sur-Yvette, France

L'Université Paris-Saclay

L'Université Paris-Saclay regroupe dix composantes universitaires, quatre grandes écoles, l'Institut des Hautes Etudes Scientifiques, deux universités membres-associées et des laboratoires partagés avec de grands organismes de recherches.

Composée de 48 000 étudiants, 8 100 enseignants-chercheurs et 8 500 personnels techniques et administratifs, elle propose une offre de formations complète et variée de la Licence au Doctorat, ainsi que des diplômes d'ingénieurs, reconnus de qualité grâce à la réputation et à l'engagement de son corps enseignant.

Située au sud de Paris, sur un vaste territoire (de Paris à Orsay, en passant par Évry et Versailles), l'Université Paris-Saclay bénéficie d'une position géographique et socio-économique stratégique que sa visibilité internationale contribue à renforcer. Université de pointe, à dominante scientifique et fortement reconnue en mathématiques et en physique et également dans les domaines des sciences biologiques et médicales, de l'agriculture, de l'ingénierie, en lien avec des sciences humaines et sociales fortement soutenues, l'Université Paris-Saclay opère dans un environnement naturel classé, proche de Paris, et au cœur d'un tissu économique dynamique.