Ivan Todorov
Académie bulgare
des sciences

Physique mathématique

Mes parents étaient tous deux philologues (de même que mon frère Tzvetan), je n'ai donc pu bénéficier dans mon enfance du contact précoce avec les sciences exactes. J'ai acquis à la place le goût de l'histoire des sciences et du dialogue avec les sciences humaines.

Il est toujours fascinant de découvrir qu'une même loi mathématique peut gouverner des phénomènes apparemment sans rapports. Les exemples fournis par Felix Klein d'harmonie pré-établie entre les mathématiques (un exercice de pure pensée) et les phénomènes de la Nature sont encore plus impressionnants. Que les sons de la musique soient régis par les nombres était un sujet majeur pour Pythagore et son école, fondateurs des mathématiques comme science. Voici un autre exemple du même genre, plus récent (et moins connu). Après des années d'études acharnées, prolongeant les travaux tant théoriques qu'expérimentaux de nombreux autres physiciens, Max Planck écrivit en 1900 sa formule de la distribution de l'énergie de la radiation d'un corps noir, qui marquait le début de la théorie quantique. Mais personne ne semblait avoir remarqué que le développement à basse fréquence (ou haute

température) de la formule de Planck engendre les nombres de Bernoulli. Jacob Bernoulli (1654-1705) a introduit ses nombres dans le contexte de la théorie des probabilités. Au XIXe siècle, on les relia aux formes modulaires qui sont à la base de la théorie analytique des nombres. Les coefficients entiers dans la série de Fourier de telles formes, qui jouent un rôle majeur en théorie des nombres, apparaissent comme des multiplicités dans l'interprétation qui en est faite en mécanique statistique.

Mon jeune collaborateur N.M. Nikolov et moi-même avons mis en évidence (dans un article qui fut terminé lors de mon dernier séjour à l'IHÉS, à la suite d'une stimulante discussion avec Maxim Kontsevitch) que l'unique forme modulaire normalisée de dimension quatre reproduit la distribution d'énergie dans un espace-temps compactifié conforme.

Je me remémore avec plaisir un article de Ya. Stanev et moi-même, commencé à l'IHÉS (grâce à l'aide d'un autre visiteur, B. B. Venkov), dans lequel le groupe de Galois pour les racines de l'unité était utilisé pour résoudre le problème de Schwarz (monodromie finie) pour l'équation de Knizhnik-Zamolodchikov, fournissant un nouveau lien entre la théorie des nombres et, cette fois, les modèles de la théorie des champs conforme.

Le légendaire Alexandre Grothendieck (à qui l'IHÉS doit l'essentiel de sa gloire des années soixante) raconte dans *Récoltes et semailles* quel puissant stimulant fut, dans son approche abstraite de la géométrie algébrique, le désir de trouver une base commune à la géométrie du continuum et à la discrète « géométrie des nombres ». Alain Connes fournit lui aussi une vision unificatrice du discret et du continu – dans le cadre de la géométrie non-commutative. Je garde un souvenir très vif des séminaires de Dirk Kreimer sur son approche de la renormalisation par les algèbres de Hopf, où les discussions (souvent prolongées à table) révélaient un lien étroit avec l'algèbre de Hopf introduite par Connes et Moscovici dans l'étude du théorème de l'indice transverse en géométrie non-commutative. La communication visionnaire de Pierre Cartier lors du 40e anniversaire de l'IHÉS, où il rêvait à l'unification des idées de Grothendieck, Connes-Kreimer et Kontsevitch, semble plus proche de la réalité aujourd'hui qu'il y a dix ans.

Ivan Todorov