De la science comme classification à la classification comme pratique scientifique

François Lê * & Anne-Sandrine Paumier †

Octobre 2015

Résumé

Dans cet article introductif, plusieurs pistes de réflexion sur le sujet de la classification sont présentées. En partant de déclarations de Henri Poincaré assimilant science et classification, nous proposons d'aborder la question classificatoire en nous concentrant sur la pratique des scientifiques. Deux exemples mathématiques sont ensuite examinés — le premier se rapporte à des points de vue de membres du groupe Bourbaki, tandis que le second a trait à des travaux classificatoires de surfaces dites « cubiques » datant du XIX^{e} siècle —, invitant notamment à considérer avec attention les relations interdisciplinaires pouvant exister autour des questions de classification.

Introduction

> Maintenant, qu'est-ce que la science ? Je l'ai expliqué au § précédent, c'est avant tout une classification, une façon de rapprocher des faits que les apparences séparaient, bien qu'ils fussent liés par quelque parenté naturelle et cachée. (Poincaré 1905, p. 265-266)

Par ces mots issus de son essai philosophique *La Valeur de la Science*, Henri Poincaré assimile sans détour science et classification, la première consistant comme la seconde à révéler les relations existant entre des faits donnés. « On dira que la science n'est qu'une classification », insiste-t-il quelques lignes plus loin [1], entérinant cette idée d'identité d'essence entre science et classification.

Si forte et réfléchie que puisse apparaître cette position de Poincaré, il faut noter cependant que la question du lien entre science et classification n'est pas un thème faisant l'objet de longs développements dans *La Valeur de la Science*. Les passages que nous venons de citer y surviennent en effet au cours de la discussion finale sur l'objectivité de la science, et à part le paragraphe auquel fait référence notre citation introductive, la poignée d'autres

* ATER, Université d'Artois.

† Post-doctorante, Institut des Hautes Études Scientifiques, Fondation Mathématique Jacques Hadamard.

1. (Poincaré 1905, p. 271).

mentions de « classification » dans l'essai ne sont accompagnées d'aucun commentaire épistémologique général [2]. En fait, dans les autres grands écrits philosophiques de Poincaré que sont *La Science et l'hypothèse*, *Science et méthode* et les posthumes *Dernières pensées*, aucune discussion générale sur l'activité classificatoire et ses liens avec l'activité scientifique n'est pas non plus développée, les quelques occurrences du mot « classification » dans ces livres renvoyant le plus souvent à des situations mathématiques bien spécifiques [3].

Cette constatation nous invite à envisager que Poincaré a développé ses réflexions sur les liens profonds entre science et classification non par des considérations totalement décorrelées de son travail de recherche quotidien, mais plutôt à partir de travail-là. Car il ne faut pas oublier que Poincaré n'est pas seulement un philosophe ; c'est aussi un physicien et un mathématicien qui, au moment de la rédaction de *La Valeur de la Science*, a déjà largement fait ses preuves. Autrement dit, il semble prometteur d'explorer la question classificatoire à travers les productions de recherche scientifique afin de comprendre comment un savant tel que Poincaré en vient à lui donner autant d'importance [4]. Bien entendu, ces productions ne se résument pas à celles de Poincaré lui-même : ses diverses lectures, les enseignements qu'il a reçus ou les usages en place dans tel ou tel champ scientifique [5] sont autant de facteurs qui ont tout à fait pu participer à l'élaboration de sa conception de la science comme classification.

De fait, même en se restreignant au seul cas des mathématiques, force est de constater que les problèmes de classification ne manquent pas, quelle que soit l'époque considérée. Pour donner quelques exemples parmi bien d'autres, mentionnons les classifications des courbes et des problèmes de la géométrie par Pappus d'Alexandrie au IVᵉ siècle (puis par René Descartes au XVIIᵉ siècle), des équations du troisième degré par Omar Al-Khayyām au XIᵉ siècle, des courbes cubiques par Isaac Newton au XVIIᵉ siècle, des fonctions par Leonhard Euler XVIIIᵉ siècle, des formes quadratiques par Carl Friedrich Gauss et des nœuds par Peter Tait au XIXᵉ siècle, ou encore des algèbres à division par Abraham Adrian Albert au XXᵉ siècle. Toutes ces classifications ont déjà été prises en compte et analysées dans des travaux d'historiens des mathématiques, mais leurs descriptions ne sont pas, pour la plupart, le but premier des recherches dans lesquelles elles apparaissent [6]. Plus encore,

2. Voir (Poincaré 1905, p. 75, 131, 226, 261).

3. Par exemple, il est question de classification des problèmes de probabilité, (Poincaré 1902, p. 219), ou de classification de nombres et de fonctions transcendants (Poincaré 1908, p. 36). Dans *Dernières pensées*, le chapitre « Sur la logique de l'infini » s'ouvre sur un paragraphe présentant « ce que doit être une classification », (Poincaré 1913, p. 101). Ce paragraphe contient quelques réflexions sur la notion de classification mais aucun lien avec l'activité scientifique en général n'est évoqué.

4. Que plus généralement la philosophie de Poincaré s'inspire de son activité scientifique est un point qui a déjà été souligné et commenté. Voir (Rollet 1999) et les références qui y sont données, notamment p. 7.

5. Le problème de la classification s'étend bien entendu au delà des sciences telles que les mathématiques ou la physique. Voir par exemple les réflexions de Patrick Tort sur les enjeux classificatoires de la linguistique à l'anthropologie, en passant par la théorie de la connaissance, les sciences naturelles et la biogénétique, (Tort 1989).

6. Dans l'ordre de l'énumération précédente, voir (Herreman 2012 ; Rashed 2011 ; Boyer 1956 ;

il semble que l'activité classificatoire elle-même n'a pas encore été considérée comme objet d'étude à part entière en histoire des mathématiques.

Notre ambition ici est d'ouvrir la voie dans cette direction [7]. Pour cela, nous commençons par présenter deux exemples mettant en lumière un certain nombre de problèmes et de pistes de réflexion au sujet de la question classificatoire en mathématiques. Nous verrons en particulier que ces exemples invitent à aborder cette question en la décloisonnant justement des seules mathématiques par un regard interdisciplinaire.

Classification pour Bourbaki : une entreprise encyclopédiste, structuraliste ou naturaliste ?

Introduisons notre premier exemple par les commentaires de certains acteurs, membres de Bourbaki, sur leur pratique mathématique au sein de ce groupe, en citant plus particulièrement ce qu'ils écrivent sur la pratique de la classification en mathématiques [8]. Pour eux, Bourbaki est avant tout une entreprise de classification mathématique, comparable à « l'immense révolution introduite par Linné avec son *Systema naturae* », comme l'écrit Laurent Schwartz dans son autobiographie [9]. Si ce dernier y réaffirme cette position : « Bourbaki est le Linné des mathématiques [10] », il semble en fait que ce soit Jean Dieudonné qui, le premier, ait proposé une analogie entre l'entreprise de Bourbaki et celle des naturalistes, dans une description qu'il donne de l'activité de ce groupe dont il est un des membres fondateurs et très actif rédacteur [11]. Si Dieudonné explique avoir assouvi sa passion des encyclopédies avec Bourbaki, le traité de Bourbaki se distingue du projet d'une encyclopédie

Ferraro 2000 ; Epple 1999 ; Lemmermeyer 2007 ; Dumbaugh Fenster 2007).

7. Notons que la question de la classification des sciences et du savoir en général a déjà fait l'objet de nombreuses enquêtes historiques. Conscients des liens de cette question avec celle des classifications comme décrites dans le paragraphe précédent, nous souhaitons toutefois focaliser notre attention sur ces dernières. Outre l'article (Braverman 2015) au sujet de tels liens, voir le volume 115 (n° 1-2) de la *Revue de synthèse* de 1994 sur « La Classification des sciences », et plus récemment le numéro 40-41, « Les Branches du savoir dans l'Encyclopédie » (2008), des *Recherches sur Diderot et l'Encyclopédie*, le volume 104 (n° 3) de 2013 de la revue *Isis* consacré aux classifications actuelles en histoire des sciences, ainsi que (Grailles et al. 2015) à propos des liens entre classification, archives et bibliothèques.

8. Retenons deux aspects du fonctionnement de ce collectif de mathématiciens français, créé en 1935, auteur des *Éléments de mathématique*, et dont l'influence est majeure dans les années 1950-60. Une activité réservée aux seuls membres du groupe que sont les congrès internes réguliers d'une part, au cours desquels sont discutées les rédactions qui, à terme, sont intégrées dans le traité. Une activité publique d'autre part, à savoir l'organisation des séminaires Bourbaki, événement à l'Institut Henri Poincaré auquel viennent assister de nombreux mathématiciens de province. Sur Bourbaki, voir les travaux de Liliane Beaulieu, en particulier (Beaulieu 1989).

9. (Schwartz 1997, p. 162).

10. (Schwartz 1997, p. 163).

11. (Dieudonné 1969). Nous remercions Liliane Beaulieu d'avoir attiré notre attention sur ce texte, dans lequel Dieudonné raconte le fonctionnement interne de Bourbaki. Ce texte a été traduit en plusieurs langues, notamment en anglais (Dieudonné 1970). Dieudonné est celui qui s'exprime le plus, en son nom et en celui de Bourbaki, sur l'activité du groupe. Si ses conclusions sur le rôle de Bourbaki dans l'histoire des mathématiques sont critiquables, nous ne citons ici que certains aspects de la pratique mathématique de Bourbaki telle qu'il la relate.

car il « prend les mathématiques à leur début et donne des démonstrations complètes [12] ». Les questions de choix comme d'organisation dans le traité deviennent primordiales et aboutissent à des réflexions de nature classificatoire.

Que signifient alors les rapprochements entre Bourbaki et Linné explicitement mis en exergue par Dieudonné et Schwartz ? Très certainement, Bourbaki, par la voix de ses porte-paroles, construit sa propre image [13], en rupture de style avec les mathématiques qui le précèdent, et cherche par cette analogie à donner à ce mouvement l'ampleur en mathématiques de celui de Linné dans la classification des espèces vivantes [14].

Laissons-les néanmoins poursuivre l'analogie naturaliste. Dieudonné écrit ainsi :

> Je compare volontiers les vieilles divisions des mathématiques aux vieilles divisions des anciens zoologues, qui voyant qu'un dauphin ou un requin ou un thon, étaient, ma foi, des animaux très voisins, disaient : ce sont des poissons puisque tous vivent dans la mer et ont des formes voisines ; il a fallu un certain temps pour se rendre compte que les structures de ces animaux n'étaient pas du tout pareilles, et qu'il fallait les mettre dans des classifications très éloignées. Algèbre, Arithmétique, Géométrie et toutes ces vieilles balivernes sont tout à fait comparables : il faut regarder la structure de chaque théorie et les classer de cette façon là. Malgré tout, bien entendu, il ne faut pas longtemps pour se rendre compte que malgré cet effort vers l'isolement des structures, elles ont une manière de se mélanger très rapidement et de la façon la plus fructueuse. On peut dire que les grandes idées en mathématiques proviennent de rencontres de plusieurs structures très différentes. (Dieudonné 1969, p. 19)

On entrevoit chez Dieudonné un lien très fort entre la classification des mathématiques et la pratique mathématique de la classification. Plus précisément, la classification des mathématiques en différents domaines n'est pas ce qui doit prévaloir d'après lui, mais le traité — et plus généralement les mathématiques — doivent s'organiser autour des structures mathématiques, lesquelles découlent de la connaissance que l'on a des objets et notions mathématiques considérés.

Car ce qui est en jeu dans la classification selon Bourbaki, la clef de voûte des *Éléments*, c'est, ainsi qu'il l'écrit dans « L'architecture des mathématiques [15] », la notion de structure. Dans la méthode axiomatique qui est employée, ce sont ces structures, caractérisées par leurs axiomes, qui permettent de classifier les objets. « Pour définir un objet, on définit les axiomes qu'il doit vérifier, et non cet objet lui-même », écrit Schwartz [16]. Poursuivant la comparaison avec l'entreprise de Linné, Schwartz précise les degrés introduits par ce dernier : « Embranchements, classes, ordres, familles, genres, espèces, sous-espèces », et, de même que l'avait fait Dieudonné avant lui, se concentre sur l'exemple de la baleine, que le

12. Cette citation est tirée du « Mode d'emploi » des *Éléments*, (Bourbaki 1940, p. v). Au sujet de Dieudonné et des encyclopédies, voir (Dieudonné 1981, Tome I, p. 3).

13. Sur l'image et la mémoire que se construit Bourbaki, voir (Beaulieu 1998).

14. Sur Linné et la classification en sciences naturelles, voir par exemple (Hoquet 2005). Voir aussi (Duris 1998) sur le « culte de Linné en France et à l'étranger au XIXᵉ siècle ».

15. (Bourbaki 1948).

16. (Schwartz 1997, p. 159).

naturaliste suédois avait pour la première fois (en 1758) classé parmi les mammifères, traduisant ainsi le fait que sa structure en est plus proche qu'elle ne l'est des poissons. Schwartz analyse par comparaison la construction des théories mathématiques dont il écrit qu'elles procèdent plutôt par croisements que par lignées verticales. Il en donne pour exemple :

> Ainsi le lion : embranchement des vertébrés, classe des mammifères, ordre des carnivores, famille des félidés, genre *Panthera*, espèce *Panthera leo*. Le tigre partage cette classification jusqu'au genre *Panthera* mais appartient à l'espèce *Panthera tigris*. [...]
>
> Les théories mathématiques procèdent plutôt par croisements que par lignées verticales. Les espaces vectoriels topologiques sont à l'intersection de la catégorie des espaces vectoriels et de la catégorie des espaces topologiques. (Schwartz 1997, p. 162-163)

Pour expliquer cet exemple livré par Schwartz, nous en proposons une représentation graphique : une espèce comme le tigre se trouve en suivant une descendance verticale (figure 1), alors que la structure d'espace vectoriel topologique se trouve à l'intersection entre la structure d'espace vectoriel et de celle d'espace topologique (figure 2).

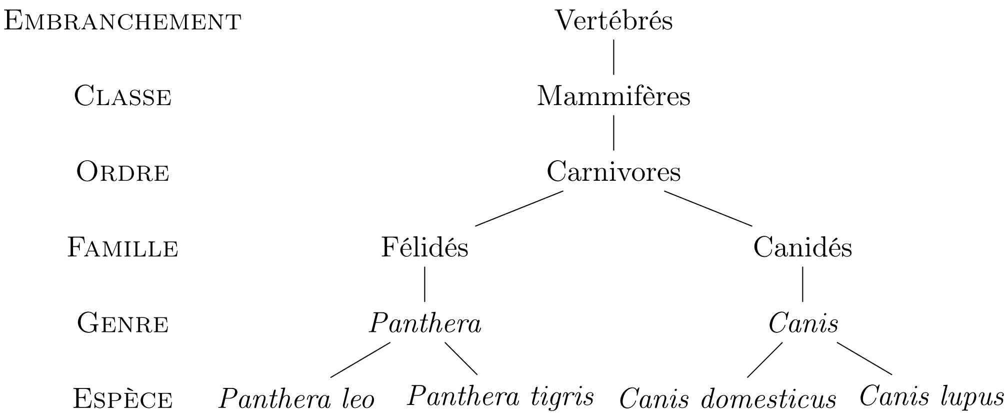

Figure 1 – Lignées verticales chez Linné, d'après Schwartz

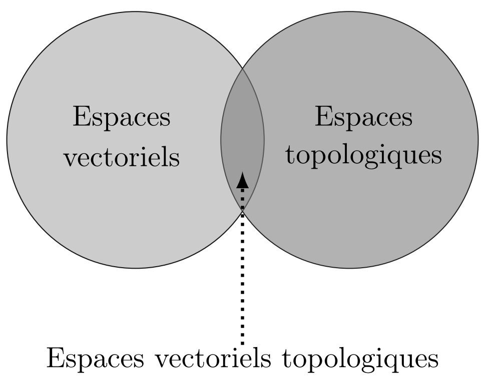

Figure 2 – Croisements de structures mathématiques, d'après Schwartz

Dans cette perspective, un résultat de classification en mathématique est une comparaison de différentes structures, dans laquelle sont identifiées deux structures isomorphes [17].

Les discours cités ici participent à l'image structuraliste des mathématiques donnée par Bourbaki, qui correspond à un contexte culturel particulier [18], et propagent l'idée que c'est lui qui a introduit les structures comme mode de pensée. Si, comme le montre Leo Corry, la notion formelle de structure ne joue finalement pas de rôle dans l'organisation du traité, pas plus que dans celle des mathématiques [19], il n'en est pas de même de l'impact qu'elles ont dans la conception et la pratique mathématique, notamment classificatoire, de ses différents membres en particulier.

Accompagnant la pratique de classification mathématique intervient aussi une pratique de dénomination [20], rendue nécessaire par la mise à plat des mathématiques à traiter dans les *Éléments* [21], qui chez Bourbaki a joué un rôle premier, sans pour autant que les acteurs établissent un lien explicite avec la classification. Dieudonné et Schwartz considèrent ainsi que Bourbaki a introduit un vocabulaire « éminemment simplificateur [22] ». Schwartz discute précisément le moment où le mathématicien introduit un nouveau mot, une nouvelle définition : c'est lorsque cette propriété revient « toujours ». « Naturellement tout mathématicien doit s'habituer à manipuler un grand nombre de mots nouveaux. Une partie de son travail consiste précisément à concevoir des mots nouveaux, et des notations nouvelles là où cela s'impose », nous explique-t-il [23]. Concernant cette pratique de la dénomination, Henri Cartan, autre membre fondateur de Bourbaki, se réfère à nouveau à une pratique scientifique, provenant d'une science expérimentale — la chimie — cette fois. Il écrit ainsi :

> Bourbaki estimait qu'il était nécessaire de modifier et de simplifier la terminologie afin d'être capable à traiter les mathématiques dans leur ensemble. Ce faisant, il se pliait à la maxime d'un chimiste Suédois d'Uppsala du 18ème siècle, du nom de Bergman. Lavoisier le cite ainsi : « Ne faites grâce à aucune dénomination impropre ; ceux qui savent entendront toujours ; ceux qui ne savent pas encore entendront plus tôt [24] ».

17. Voir la description de la méthode employée dans le « problèmes de classification » dans (Dieudonné 1987), où sont donnés plusieurs exemples de tels problèmes que l'on sait résoudre.

18. Sur différentes images du structuralisme en France, voir (Aubin 1997).

19. (Corry 2001, Chapter 7, p. 289-338).

20. L'importance de la dénomination vis-à-vis des questions taxinomiques a été discutée par Michel Foucault dans *Les Mots et les choses*, (Foucault 1966), l'élaboration d'une nomenclature adéquate étant présentée comme indissociable du processus classificatoire. Par ailleurs, voir (Rousseau et Morvan 2000) pour un travail interdisciplinaire sur cette question de dénomination en sciences. En particulier, faisant écho à ce que nous décrivons, ce volume contient un article sur « La création des noms mathématiques : l'exemple de Bourbaki. », (Cartier et Chemla 2000).

21. Après avoir expliqué comment Bourbaki a choisi les théorèmes à énoncer à partir de la notion de structure, Dieudonné écrit : « En particulier le choix des définitions, l'ordre suivant lequel sont exposés les sujets ont été décidés uniquement suivant un schéma logique et rationnel ; si cela ne s'accordait pas avec ce qu'on faisait avant, eh bien c'est que ce que l'on faisait avant qui était jeté par dessus bord, sans aucune espèce de ménagement même pour des traditions séculaires. [...] Donc B[ourbaki] a purement et simplement a aboli cette terminologie, comme beaucoup d'autres. Il en a aussi inventé beaucoup d'autres (...) ». (Dieudonné 1969, p. 18).

22. (Dieudonné 1969, p. 18-19), (Schwartz 1997, p. 163).

23. (Schwartz 1997, p. 165)

24. « Bourbaki considered it necessary to modify and simplify the terminology to be able to that mathematics as a whole. In doing so, he was following the maxim of an 18th century Swedish chemist of Uppsala

(Cartan 1979/80, p. 179)

Schwartz[25] poursuit cette réflexion, en indiquant que cela est une simplification qui s'accompagne d'une montée en abstraction.

La manière dont ils traitent l'analogie naturaliste traduit une certaine pratique de la classification au sein de Bourbaki, dont on peut certes remettre en cause l'influence sur la rédaction du traité, mais qui semble avoir un impact sur la pratique individuelle de ses membres. Dieudonné affirme ainsi que :

> [O]bligé d'apprendre sans cesse du nouveau et d'essayer de le repenser avec un esprit vierge, je fus amené, presque sans le vouloir, et tout en assouvissant à plaisir ma manie classificatrice, à travailler moi-même dans des parties de plus en plus étendues des mathématiques. (Dieudonné 1981, Tome I, p. 3)

Et effectivement, Dieudonné s'est intéressé à de très nombreuses parties des mathématiques : loin de se cantonner à l'analyse, il devient par exemple la plume de Grothendieck en collaborant à la rédaction de ses *Éléments de géométrie algébrique* à partir de 1959[26]. Dans le cas de Schwartz, qui était un collectionneur passionné de papillons, et qui décrit ses intérêts de jeunesse pour la botanique[27], il est plus difficile de savoir s'il existe un véritable lien entre sa pratique mathématique et sa pratique naturaliste. Il conserve en tout cas de sa formation bourbakiste une pratique méthodique d'identification des structures des objets sur lesquels il travaille[28]. Il écrit ainsi que « [s]on esprit mathématique, profondément classificateur, goûtait au plus haut point cette organisation qu['il n'a] jamais cessé de respecter. Les distributions s'étudient d'abord sur $\mathbf{R}^n$, puis sur n'importe quel espace affine de dimension finie, puis, sous forme de courants, sur n'importe quelle variété indéfiniment différentiable[29] » : dans sa recherche de généralisation de sa théorie des distributions, il se place dans le cadre des structures telles qu'elles ont été décrites plus haut. Le même objet, à savoir une forme différentielle continue sur un certain espace, peut se définir sur un espace avec une structure de moins en moins riche et de plus en plus générale ($\mathbf{R}^n$, espace affine de dimension finie, variété indéfiniment différentiable), et on lui donne alors un nom différent selon le cas (distribution, distribution-vectorielle, courant) .

Quelques éléments apparaissent ainsi à la lumière de ce premier exemple. Dans ce cas de l'entreprise Bourbaki, nous avons vu des références explicites comparant classification en mathématiques et en sciences naturelles. La portée de ces commentaires est néanmoins limitée du fait qu'il s'agit d'une analyse *a posteriori* faite par des acteurs qui sont en train de construire l'image de Bourbaki. De plus, si la notion de structure n'est finalement pas

named Bergman. Lavoisier quotes him as saying: "Ne faites grâce à aucune dénomination impropre ; ceux qui savent entendront toujours ; ceux qui ne savent pas encore entendront plus tôt". » Traduit de l'allemand (Cartan 1959).

25. (Schwartz 1997, p. 165-166)
26. Sur Dieudonné et son œuvre mathématique, voir (Dugac 1995).
27. (Schwartz 1997, p. 11-38).
28. Sur les rencontres mathématiques entre Bourbaki et Schwartz, voir (Paumier 2014).
29. (Schwartz 1997, p. 163).

centrale dans les mathématiques des *Éléments*, il en est de même de celle de classification. Si l'on regarde par exemple la manière dont y sont traités les corps finis, on peut lire en introduction qu'il s'agit d'une « classification des corps finis », mais rien dans le chapitre en question ne permet de reconnaître cette classification : ni commentaires, ni efforts d'organisation, si ce n'est quelques commentaires épars dans la note historique qui suit [30]. Néanmoins, cette réflexion sur la pratique de la classification mathématique semble avoir un impact sur la manière dont les membres de Bourbaki racontent leur pratique mathématique de manière plus générale.

Il semble désormais adéquat de se pencher sur un problème particulier de classification en mathématiques et d'examiner la manière dont des mathématiciens le traitent, afin d'en tirer des conséquences quant à la pratique classificatoire en mathématiques.

Classifications de surfaces cubiques

Nous utilisons pour cela l'exemple de surfaces particulières qui ont été intensément étudiées dans la seconde moitié du XIXe siècle. Il s'agit de surfaces pouvant être définies par une équation polynomiale de degré 3 en les coordonnées x, y, z de l'espace, comme par exemple $x^3 + y^2z + 3xyz + x^2 - 1 = 0$ ou $x^3 + ix^2y - z^3 + (2 - 3i)y^2 + x + z = 0$, le nombre i étant un nombre complexe tel que $i^2 = -1$. En raison de la valeur de ce degré, ces surfaces sont appelées « surfaces cubiques », « surfaces du troisième degré » ou encore, comme c'était plus souvent le cas au XIXe siècle, « surfaces du troisième ordre ». À cette époque, les mathématiciens prenaient en considération tout aussi bien des surfaces « réelles » que des surfaces « complexes », c'est-à-dire pouvant être définies par une équation à coefficients tous réels ou non, respectivement [31]. De plus, les coordonnées x, y, z étaient généralement vues comme des nombres complexes, que la surface soit réelle ou complexe. Enfin, rappelons que parmi les points d'une surface cubique, il peut exister des « points singuliers », aussi appelés « singularités » : si $F = 0$ est une équation d'une surface, ce sont les points de coordonnées (x, y, z) qui annulent à la fois F et sa différentielle première, c'est-à-dire que $F(x, y, z) = 0$ et $\mathrm{d}F_{(x,y,z)} = 0$.

Un résultat important, démontré en 1849 par les britanniques Arthur Cayley et George Salmon, est que toute surface cubique « lisse », c'est-à-dire n'ayant aucun point singulier, contient exactement vingt-sept droites [32]. Ces deux mathématiciens montrèrent en outre que ces vingt-sept droites sont contenues trois à trois dans un même plan. Ils dénombrèrent en tout quarante-cinq tels plans et les baptisèrent « plans tangents triples ». Notons que tout comme pour les surfaces cubiques, il est possible de faire la distinction entre droites

30. Les fascicules d'algèbre sont parus à partir de 1947. Nous citons ici une édition ultérieure regroupant plusieurs volumes : (Bourbaki 1970, p. xiii), (Bourbaki 1981, p. V.1, V.138) et la note historique (Bourbaki 1981, p. VII.69-VII.76).

31. Ainsi, des deux exemples précédents, le premier est une surface réelle tandis que le second est une surface complexe.

32. (Cayley 1849 ; Salmon 1849). Au sujet de l'histoire du théorème des vingt-sept droites, voir (Lê 2015).

et plans réels ou complexes selon qu'ils peuvent être définis par des équations à coefficients tous réels ou non ; dans le théorème de Cayley et Salmon, il est sous-entendu que parmi les vingt-sept droites, toutes ne sont pas réelles *a priori*, et de même pour les quarante-cinq plans tangents triples.

Une dizaine d'années après ces travaux de Cayley et de Salmon, le mathématicien suisse Ludwig Schläfli consacra aux surfaces cubiques deux articles dans lesquels il proposa deux classifications des surfaces du troisième ordre, (Schläfli 1858 ; Schläfli 1863). Dans celui de 1858, il s'agit d'une classification des surfaces cubiques réelles et lisses selon le nombre de droites réelles et le nombre de plans tangents triples réels qu'elles peuvent contenir. Le résultat auquel Schläfli aboutit est qu'il n'y a que cinq possibilités pour ces nombres, à savoir $(27, 45)$, $(15, 15)$, $(7, 5)$, $(3, 13)$ ou $(3, 7)$ [33]. Dans les termes de Schläfli, cela donne cinq « espèces » de surfaces lisses du troisième ordre [34].

L'article de Schläfli de 1863 est intitulé « On the Distribution of Surfaces of the Third Order into Species, in Reference to the Absence or Presence of Singular Points, and the Reality of Their Lines ». Comme ce titre l'indique, Schläfli y propose d'établir une classification des surfaces cubiques basée à la fois sur leurs points singuliers éventuels et sur la réalité des vingt-sept droites. En ce qui concerne les singularités, il s'agit de considérer non seulement leur existence éventuelle, mais aussi (dans l'affirmative) d'en établir une typologie. Schläfli discute ensuite, pour chacun des types de singularités trouvés, les possibilités de réalité des droites et des plans tangents triples. Ainsi, le premier cas considéré est celui des surfaces lisses, pour lequel Schläfli reprend le contenu de son article de 1858 ; les autres cas correspondent à différents types de singularités, comme par exemple les « nœuds propres » :

> Cette théorie [de la réalité ou non-réalité des droites sur une surface lisse du troisième ordre] est reproduite et développée dans le présent mémoire sous le titre « I. Surface cubique générale du troisième ordre et de la douzième classe [35] » ; mais la plus grande partie du mémoire se rapporte aux formes singulières qui sont ici complètement énumérées pour la première fois, et sont examinées sous les titres II, III, &c. jusqu'à XXII, par exemple « II. Surface cubique avec un nœud propre, et donc de la dixième classe » [...]. Chacune de ces familles est discutée [...] et est également [...] divisée en espèces selon la réalité ou la non réalité de ses droites et plans [36]. (Schläfli 1863, p. 193)

33. L'idée de la démonstration de Schläfli est la suivante. Il s'agit d'abord d'écrire l'équation d'une surface cubique lisse sous la forme $UVW - XYZ = 0$, où $U, V, \ldots, Z$ sont des fonctions linéaires en les coordonnées de l'espace. Les différentes possibilités pour les nombres de droites et de plans réels proviennent d'une discussion complète des cas de réalité des fonctions $U, \ldots, Z$.

34. Cet article de Schläfli a été publié en anglais, mais on lit dans son introduction que c'est Cayley qui l'a traduit dans cette langue (probablement depuis l'allemand). En anglais, il s'agit des cinq « species » de surfaces cubiques lisses. Notons que plusieurs mathématiciens ont par la suite utilisé la classification de Schläfli en utilisant encore le terme d'« espèces ». Voir par exemple (Cremona 1868, p. 116 ; Zeuthen 1875, p. 1). Cependant, comme dans (Sturm 1867, p. 281), on trouve aussi l'utilisation du terme allemand « Gattungen », que l'on traduit plutôt par « genres ».

35. La « classe » d'une surface (non nécessairement cubique) est le nombre de plans tangents qu'on peut mener depuis un point quelconque de l'espace.

36. « This theory [as regards the reality or non-reality of the lines on a general surface of the third order]

Expliquons brièvement comment est faite la distinction entre différents types de singularités. Si par exemple, le point de coordonnées $(0, 0, 0)$ est singulier, Schläfli montre que la surface auquel il appartient admet une équation de la forme $P(x, y, z) + Q(x, y, z) = 0$, où P et Q étant des polynômes homogènes de degrés respectifs 2 et 3. Lorsque P ne peut pas être factorisé en deux termes linéaires, le point singulier est appelé un « nœud propre ». Dans le cas contraire, Schläfli distingue les cas où les facteurs linéaires de P sont distincts ou non. Dans l'affirmative, il montre qu'il est possible de supposer que $P(x, y, z) = xy$; la singularité est alors appelée « nœud biplanaire » si de plus le coefficient devant z^3 dans Q est non nul. La discussion se poursuit ainsi en suivant une disjonction progressive de cas relative à des propriétés de P et Q, ce qui établit la classification.

L'ensemble de tous les cas de la classification est résumé par Schläfli sous la forme d'une liste comportant vingt-deux items correspondant aux vingt-deux familles de surfaces cubiques. Par exemple, pour les familles III à VI, on lit[37] :

> III. Surface cubique de la neuvième classe avec un nœud biplanaire. Espèces III. 1, 2, 3, 4.
>
> IV. Surface cubique de la huitième classe avec deux nœuds propres. Espèces IV. 1, 2, 3, 4, 5, 6.
>
> V. Surface cubique de la huitième classe avec un nœud biplanaire. Espèces V. 1, 2, 3, 4.
>
> VI. Surface cubique de la septième classe avec un nœud biplanaire et un nœud propre. Espèces VI. 1, 2. (Schläfli 1863, p. 193-194)

Remarquons que l'article de Schläfli se termine par une remarque écrite par Cayley (le traducteur, rappelons-le) : « Dr. Schläfli a omis de mentionner une forme spéciale de la surface réglée du troisième ordre qui s'est présentée d'elle-même à moi[38]. » Cayley met ainsi en évidence une lacune dans la classification de Schläfli provenant d'un oubli dans la disjonction des cas menée par ce dernier, et la complète en introduisant une nouvelle espèce de surface cubique — Cayley reprendra cette classification complétée dans un long mémoire sur les surfaces cubiques, (Cayley 1869) (voir la figure 3).

Cette intervention de Cayley met en évidence l'importance de la démonstration d'une classification en mathématiques, puisque la complétude de celle-ci est assurée par l'exhaustivité de la disjonction de différents cas autour de laquelle la preuve est construite. Une

is reproduced and developed in the present memoir under the heading, I. General cubic surface of the third order and twelfth class; but the greater part of the memoir relates to the singular forms which are here first completely enumerated, and are considered under the headings II., III., &c, down to XXII., viz. II. Cubic surface with a proper node, and therefore of the tenth class [...]. Each of these families is discussed [...] and it is further [...] divided into species according to the reality or non-reality of its lines and planes. »

37. « III. Cubic surface of the ninth class with a biplanar node. Species III. 1, 2, 3, 4. IV. Cubic surface of the eight class with two proper nodes. Species IV. 1, 2, 3, 4, 5, 6. V. Cubic surface of the eight class with a biplanar node. Species V. 1, 2, 3, 4. VI. Cubic surface of the seventh class with a biplanar and a proper node. Species VI. 1, 2. »

38. « Dr. Schläfli has omitted to notice a special form of the ruled surface of the third order which presented itself to me », (Schläfli 1863, p. 241).

	I $=12.$	II $=12-C_2$,	III $=12-B_3$,	IV $=12-2C_2$, V $=12-B_4$,	VI $=12-B_3-C_2$, VII $=12-B_5$,	VIII $=12-3C_2$, X $=12-B_4-C_2$, XI $=12-B_6$, XII $=12-U_6$,	IX $=12-2B_3$,	XIII $=12-B_3-2C_2$, XIV $=12-B_5-C_2$, XV $=12-U_7$,	XVI $=12-4C_2$, XVIII $=12-B_4-2C_2$, XIX $=12-B_6-C_2$,	XVII $=12-2B_3-C_2$, XX $=12-U_8$,	XXI $=12-3B_3$,	XXII $=S(1, 1)$, XXIII $=S(\overline{1}, 1)$.	
n	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	n
a	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	4	a
δ	0	1	0	2	1	3	0	2	4	1	0	0	δ
κ	6	6	7	6	7	6	8	7	6	8	9	3	κ
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	b
k	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	k
t	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	t
q	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	q
ρ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	ρ
j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	j
c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	c
h	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	h
r	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	r
σ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	σ
θ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	θ
χ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	χ
β	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	β
γ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	γ
i	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i
C	0	1	0	2	1	3	0	2	4	1	0	0	C
B	0	0	1	0	1	0	2	1	0	2	3	0	B
	I	II	III	IV V	VI VII	VIII X XI XII	IX	XIII XIV XV	XVI XVIII XIX	XVII XX	XXI	XXII XXIII	
n'	12	10	9	8	7	6	6	5	4	4	3	3	n'
a'	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	4	a'
δ'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	δ'
κ'	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	3	κ'
b'	27	15	9	7	3	3	0	1	3	0	0	1	b'
k'	216	60	18	12	3	0	0	0	0	0	0	0	k'
t'	45	15	6	3	0	1	0	0	1	0	0	0	t'
q'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	q'
ρ'	27	15	9	7	3	3	0	1	3	0	0	1	ρ'
j'	0	0	0	1	0	3	0	1	6	0	0	2	j'
c'	24	18	16	12	10	6	8	4	0	2	0	0	c'
h'	180	96	72	38	24	6	12	2	0	0	0	0	h'
r'	30	24	42	17	24	9	32	5	0	2	0	0	r'
σ'	12	12	12	10	9	6	8	4	0	2	0	0	σ'
θ'	0	0	16	0	8	0	16	0	0	0	0	0	θ'
χ'	0	0	0	0	1	0	0	2	0	2	0	0	χ'
β'	54	30	18	13	6	3	0	1	0	0	0	0	β'
γ'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	γ'
i'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	i'
C'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	C'
B'	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	3	0	B'

FIGURE 3 – Tableau des singularités donné dans (CAYLEY 1869, p. 235). Les colonnes représentent les vingt-trois espèces de surfaces cubiques, numérotées en chiffres romains. Les égalités tout en haut du tableau indiquent les singularités caractérisant chaque espèces (par exemple, la classe II est celle comportant un seul point conique simple C_2). Enfin, les lettres disposés à l'extérieur des colonnes désignent des nombres associés aux surfaces : n pour leur ordre, a pour l'ordre (générique) de leur cône circonscrit, δ pour le nombre d'arêtes doubles de ce cône, etc.

classification peut donc faire l'objet de corrections suite à une insuffisance de sa démonstration. Au-delà de l'omission éventuelle de cas, c'est aussi la façon de faire elle-même qui peut être remise en question. Par exemple, revenant en 1979 sur la classification des surfaces cubiques par leurs singularités, les mathématiciens James Williams Bruce et Charles Terence Clegg Wall commentent :

> La classification des surfaces cubiques (complexes et projectives) par leurs singularités ayant été donnée par Schläfli il y a plus d'un siècle, (Schläfli 1863), il est possible de mettre en doute le besoin d'y revenir. Nous avons cependant trouvé que la géométrie n'y était pas expliquée de façon particulièrement simple, de même que dans (Cayley 1869), et que la classification devient plus transparente par l'introduction de la terminologie et des techniques de la théorie moderne des singularités [39]. (Bruce et Wall 1979, p. 245)

Le réexamen de la classification de Schläfli (complétée par Cayley) ne concerne pas ici les divisions en lesquelles elle consistait ; il vise sa substance géométrique, à travers l'utilisation d'un outillage mathématique moderne pour sa démonstration — c'est dire que des techniques de preuve et des opinions disciplinaires personnelles et historiquement situées se retrouvent dans les questions classificatoires.

Cet ancrage historique des points de vue sur une classification peut se manifester de façon plus radicale, en agissant sur les critères classificatoires eux-mêmes. Ainsi, dans une publication de 1987, Horst Knörrer et Thomas Miller proposent de revenir sur les classifications de surfaces cubiques proposées par Schläfli, mais aussi par Felix Klein et par Carl Rodenberg : ces derniers avaient respectivement classifié les cubiques selon leur forme [40] et selon ce qu'on appelle « leur pentaèdre », (Klein 1873 ; Rodenberg 1879). Or, d'après H. Knörrer et T. Miller, « non seulement les concepts d'équivalence à la base de ces travaux, mais aussi les méthodes employées pour les classifications ne sont pas assez précisément formulées pour les standards d'aujourd'hui [41]. » En conséquence de ces remarques, les deux mathématiciens proposent une classification basée sur ce qu'ils appellent le « type topologique » des surfaces et qu'ils annoncent définir précisément. La classification est ainsi réévaluée en fonction des normes et des exigences du travail mathématique d'une époque de rédaction, allant jusqu'à entraîner une modification des critères mêmes du classement [42].

39. « Since the classification of (complex, projective) cubic surfaces by their singularities was given by Schläfli, (Schläfli 1863), over a century ago, the need for a further account may be questioned. We found, however, that the geometry was not particularly simply exposed there or in (Cayley 1869), and also that the classification is made more transparent by the introduction of terminology and techniques from modern singularity theory. »

40. Il s'agit ici de la forme d'une surface au sens de son aspect (*Gestalt* en allemand), *shape* en anglais.

41. « Allerdings sind sowohl die in diesen Arbeiten zugrundegelegten Äquivalenzbegriffe als auch die bei der Klassifikation verwendeten Methoden für heutige Standards nicht präzise genug formuliert. » (Knörrer et Miller 1987, p. 51).

42. On remarquera au passage que de mêmes objets (ici, les surfaces cubiques) peuvent être classifiées selon des critères *a priori* différents (singularités, forme, pentaèdre, type topologique). Remarquons que le problème du pluralisme taxinomique a récemment fait l'objet de commentaires philosophiques à partir de l'exemple de la classification des étoiles, (Ruphy 2013).

Revenons encore sur les travaux de Schläfli pour illustrer un dernier point. Nous avons pu constater que la classification de Schläfli donne lieu à des divisions successives des surfaces cubiques en familles et espèces, la « classe » de ces surfaces apparaissant en tant qu'une des caractéristiques de chaque famille. D'ailleurs, comme le laisse deviner l'extrait de classification cité précédemment, des surfaces cubiques ayant même classe peuvent apparaître dans des familles différentes. La classification des surfaces du troisième ordre se présente donc par classes, familles et espèces, en allant du plus général au plus particulier. À ce stade, on peut remarquer la proximité frappante du vocabulaire avec celui du modèle classique de classification du vivant (et en particulier du monde végétal) hérité de Linné impliquant classes, ordres, familles, genres et espèces (du plus général au plus particulier). Deux différences notables se présentent toutefois. La première est que dans la classification de Schläfli, la classe est une sous-division de l'ordre, ce qui est donc inversé par rapport au modèle classique. La seconde est qu'il n'y a pas d'utilisation par Schläfli d'une catégorie de genre, intermédiaire entre celles de famille et d'espèce [43].

Cette ressemblance lexicale, qui n'est pas une stricte analogie, pose à nouveau la question du rapport des mathématiques aux sciences naturelles. Car si dans l'exemple de l'entreprise classificatoire de Bourbaki, ce rapport était explicitement mis en avant par les auteurs eux-mêmes, le cas des surfaces cubiques montre des traces dont le lien aux sciences naturelles est le résultat de notre interprétation. On peut par conséquent se demander s'il s'agit ici d'un véritable emprunt au modèle de classification du vivant (avec éventuellement un véritable transfert de méthode), ou seulement d'un indice pointant vers une origine terminologique commune. Autrement dit, l'emploi des termes « classe », « ordre », « espèce » et « famille » n'est-il ici que le fruit d'usages en place hérités du passé, ou indique-t-il une réelle identité de démarche, voire plus généralement un point de vue épistémologique fort sur un lien entre mathématiques et sciences du vivant ?

Science(s) et classification(s)

Que ce soit par des commentaires explicites de la part de mathématiciens ou par des traces plus techniques et plus cachées, nous avons vu comment mathématiques et sciences naturelles peuvent être rapprochées à travers les questions classificatoires. Plus précisément, les liens que nous avons mis en évidence précédemment invitent à voir le modèle classique de Linné comme parangon pour les classifications mathématiques.

De ce point de vue, les objets mathématiques rejoignent « les associations végétales, les maladies, les connaissances humaines, mais aussi les œuvres d'art, les contes populaires, les langues, les émotions [qui] sont autant d'objets qu'on a tenté de classer *more botanico* », (Drouin 2008, p. 237). Les sciences naturelles, et en particulier la botanique,

43. Il existe plusieurs notions mathématique de « genre » pour les surfaces, mais aucune n'est discutée pour les surfaces cubiques par Schläfli. Dans l'exemple de la classification par Gauss des formes quadratiques cité précédemment, (Lemmermeyer 2007), ordre, classe et genre existent, mais l'ordre ne correspond pas non plus à celui des taxons du modèle classique.

apparaissent ainsi comme dénominateur commun à des problèmes de classification issus d'un large éventail de disciplines. Comme le souligne Jean-Marc Drouin, nul doute que d'autres domaines scientifiques que ceux dont dépendent les objets énumérés précédemment sont susceptibles d'être mis en relation avec les sciences naturelles.

Cette interdisciplinarité nous paraît essentielle dans la question historique de la classification, et il convient d'en analyser les modalités avec précision. Dans cette optique, plusieurs pistes de réflexion peuvent être ébauchées ici. Comme nous avons pu l'écrire précédemment, il s'agit d'abord d'examiner si, dans chaque exemple de classification, des transferts de méthode ou de démarche sont vraiment effectués depuis les sciences naturelles — des études historiques ont d'ailleurs montré que des transferts réciproques ont existé dans certains cas [44]. De plus, soulignons que des relations interdisciplinaires n'impliquant pas les sciences naturelles sont également à envisager, avec incidemment les mêmes questions relatives aux éventuels transferts [45]. Dans ces questions-là, il s'agit aussi d'étudier la résistance des objets et des disciplines aux ponts que leurs praticiens leur fabriquent, aux passages qu'ils tentent de créer et qu'ils décrivent ensuite. En particulier, il semble qu'il faille bien prendre en compte les spécificités de chaque discipline dans ces examens : par exemple, nous avons vu à quel point est importante, dans les problèmes classificatoires en mathématiques, la question de la démonstration, autour de laquelle s'articulent des enjeux d'exhaustivité, de compréhension des objets considérés et de points de vue disciplinaires [46]. Enfin, insistons sur le fait que les classifications et plus largement les activités classificatoires sont historiquement et socialement situées. En effet, si les méthodes et techniques de telle ou telle discipline, ses normes et ses exigences de travail sont évidemment soumises

44. Voir par exemple (Drouin 2008, p. 116-119) au sujet d'une intervention de calcul combinatoire dans les travaux de Linné, ou encore (Foucault 1966, p. 149) sur l'objectif de Michel Andanson de vouloir « traiter la Botanique comme une science rigoureusement mathématique, et qu'il serait loisible d'y poser des problèmes comme on fait en algèbre ou en géométrie », (Foucault 1966, p.149).

45. Citons par exemple le mathématicien Camille Jordan, lequel décrit une analogie classificatoire entre chimie et des travaux de son collègue Émile Mathieu : « Dans ses intéressants Mémoires sur la théorie des substitutions [...], M. Émile Mathieu a émis l'idée de répartir les groupes de substitutions en séries analogues à celles que les chimistes ont signalées parmi les composés organiques. » (Jordan 1868, p. 229).

46. Le cas de la classification des groupes finis simples est particulièrement intéressant vis-à-vis de la question de la démonstration d'une classification mathématique. En effet, le résultat de cette classification peut s'exprimer de façon très concise : « Tout groupe fini simple est isomorphe à l'un des groupes suivants : groupe cyclique d'ordre premier, groupe alterné, groupe fini simple de type Lie, ou l'un des vingt-six groupes finis simples sporadiques ». Sa démonstration a quant à elle été mise en doute ou retravaillée par plusieurs mathématiciens en raison de sa complexité — plus de 10 000 pages développées par une centaine d'auteurs entre 1955 et 1983, suivie d'une seconde génération de preuve jusqu'en 2005. Les enjeux classificatoires se situent donc ici véritablement autour de la preuve, mais se doublent par ailleurs d'un phénomène particulier : c'est le travail de démonstration lui-même, plus que le résultat classificatoire, qui permet aux mathématiciens de développer de nouvelles techniques autour des objets qu'ils classifient, et de mieux les connaître (voir par exemple (Solomon 1995, p. 239)). Dans ce cas là encore, on trouve une référence à Linné : « The classification of finite simple groups is an exercise in taxonomy. This is obvious to the expert and to the uninitiated alike. To be sure, the exercise is of colossal length, but length is a concomitant of taxonomy. Those of us who have been engaged in this work are the intellectual confreres of Linnaeus. Not surprisingly, I wonder if a future Darwin will conceptualize and unify our hard won theorems. [...] The Origin of Groups remains to be written, along lines foreign to those of Linnean outlook. » (Thompson 1984, p. 2), cité par (Steingart 2012, p. 190-191).

aux changements d'époques, de lieux et de personnes, les transferts et les résistances entre ces disciplines ainsi que les points de vue épistémologiques qui leurs sont attachés le sont tout autant [47].

Pour rendre compte de ces variations illustrant la richesse de la question historique de la classification, et en permettre en retour une analyse transversale, il apparaît donc fructueux de passer par des études de cas de classifications relevant de disciplines scientifiques variées, et diversement localisées dans le temps et les espaces. Ces réflexions ont donné lieu, en avril 2014, à une session du Congrès annuel de la Société française d'histoire des sciences et des techniques [48]. Le présent numéro des *Cahiers François Viète* en est une trace, puisqu'il est essentiellement constitué d'articles reprenant et développant les exposés des différents intervenants de cette session. Les contributions qui le forment sont autant d'études de cas dont chacune trouve sa pertinence en regard de la problématique de la classification. Mais pour les raisons décrites *supra*, nous pensons qu'au-delà de leurs pertinences locales, la mise en conjonction de ces études de cas contribuera à éclairer le sujet de la classification avec une intensité plus forte que leur simple addition.

Références

Abir-Am, Pnina, éd. (1998). *La Mise en mémoire de la science : pour une ethnographie historique des rites commémoratifs*. Amsterdam : Édition des archives contemporaines.

Aubin, David (1997). « The Whitering Immortality of Nicolas Bourbaki : A Cultural Connector at the Confluence of Mathematics, Structuralism, and the Oulipo in France ». In : *Science in Context* 10, p. 297–342.

Beaulieu, Liliane (1989). « Bourbaki : une histoire du groupe de mathématiciens français et de ses travaux (1934-1944) ». Thèse de doct. Université de Montréal.

— (1998). « Jeux d'esprit et jeux de mémoire chez N. Bourbaki ». In : *La Mise en mémoire de la science : pour une ethnographie historique des rites commémoratifs*. Sous la dir. de Pnina Abir-Am. Amsterdam : Édition des archives contemporaines, p. 75–123.

Bourbaki, Nicolas (1940). *Éléments de mathématique. Partie I. Les Structures fondamentales de l'analyse. Livre III. Topologie générale. Chapitres I et II.* Paris : Hermann.

— (1948). « L'Architecture des mathématiques ». In : *Les Grands courants de la pensée mathématique*. Marseille : Cahiers du Sud, p. 35–47.

— (1970). *Éléments de mathématique. Algèbre. Chapitres 1 à 3.* Paris : Hermann.

— (1981). *Éléments de mathématique. Algèbre. Chapitres 4 à 7.* Paris : Masson.

Boyer, Carl B. (1956). *History of Analytic Geometry*. New York : Scripta Mathematica.

47. Ainsi, on pourra remarquer que si la classification phylogénétique s'est développée au cours des années 1950-1960, c'est encore du système systématique (incarné par Linné) que les membres du groupes Bourbaki rapprochent leur entreprise.

48. Nous remercions à ce sujet toutes les instances (dont en particulier le GDR 3398 « Histoire des mathématiques ») nous ayant aidé à mettre en place cette session.

Braverman, Charles (2015). « La Classification scientifique chez Ampère : entre Bacon et les naturalistes ». In : *Revue philosophique de la France et de l'étranger* 140.3, p. 307–324.

Bruce, James Williams et Charles Terence Clegg Wall (1979). « On the Classification of Cubic Surfaces ». In : *Journal of the London Mathematical Society* 19.2, p. 245–256.

Cartan, Henri (1959). *Nicolas Bourbaki und die heutige Mathematik*. Cologne, Opladen : Westdeutscher Verlag.

— (1979/80). « Nicolas Bourbaki and Contemporary Mathematics ». In : *The Mathematical Intelligencer* 2.4, p. 175–180.

Cartier, Pierre et Karine Chemla (2000). « La création des noms mathématiques : l'exemple de Bourbaki ». In : *La Dénomination*. Sous la dir. de Dominique Rousseau et Michel Morvan. 1. Editions Odile Jacob, p. 153–170.

Cayley, Arthur (1849). « On the Triple Tangent Planes of Surfaces of Third Order ». In : *The Cambridge and Dublin Mathematical Journal* 4, p. 118–132.

— (1869). « A Memoir on Cubic Surfaces ». In : *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 159, p. 231–326.

Corry, Leo (2001). « Mathematical Structures from Hilbert to Bourbaki: The Evolution of an Image of Mathematics ». In : *Changing Images of Mathematics in History. From the French Revolution to the New Millenium*. Sous la dir. d'Amy Dahan et Umberto Bottazzini. London : Harwood Academic Publishers, p. 167–186.

Cremona, Luigi (1868). « Mémoire de géométrie pure sur les surfaces du troisième ordre ». In : *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 68, p. 1–133.

Dieudonné, Jean (1969). « Regards sur Bourbaki ». In : *Analele Universitatii Bucuresti – Matematica-Mecanica* 18.2, p. 13–25.

— (1970). « The Work of Nicolas Bourbaki ». In : *American Mathematical Monthly* 77, p. 134–145.

— (1981). *Choix d'œuvres mathématiques*. Paris : Hermann.

— (1987). *Pour l'honneur de l'esprit humain*. Les mathématiques aujourd'hui. Paris : Hachette.

Drouin, Jean-Marc (2008). *L'Herbier des philosophes*. Paris : Éditions du Seuil.

Dugac, Pierre (1995). *Jean Dieudonné. Mathématicien complet*. Sceaux : Jacques Gabay.

Dumbaugh Fenster, Della (2007). « Research in Algebra at the University of Chicago: Leonard Eugene Dickson and A. Adrian Albert ». In : *Episodes in the History of Modern Algebra (1800-1850)*. Sous la dir. de Jeremy Gray et Karen Hunger Parshall. Providence : American Mathematical Society – London Mathematical Society, p. 179–197.

Duris, Pascal (1998). « Sous la bannière linnéenne. Le culte de Linné en France et à l'étranger au XIXe siècle ». In : *La Mise en mémoire de la science : pour une ethnogra-*

phie historique des rites commémoratifs. Sous la dir. de Pnina ABIR-AM. Amsterdam : Édition des archives contemporaines, p. 251–263.

EPPLE, Moritz (1999). *Die Entstehung der Knotentheorie: Kontexte und Konstruktionen einer modernen mathematischen Theorie*. Wiesbaden : Vieweg.

FERRARO, Giovanni (2000). « Functions, Functional Relations, and the Laws of Continuity in Euler ». In : *Historia Mathematica* 27, p. 107–132.

FOUCAULT, Michel (1966). *Les Mots et les choses*. Paris : Gallimard.

GRAILLES, Bénédicte et al., éds. (2015). *Classer les archives et les bibliothèques : Mise en ordre et raisons classificatoires*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

HERREMAN, Alain (2012). « La Fonction inaugurale de *La Géométrie* de Descartes ». In : *Revue d'histoire des mathématiques* 18, p. 67–156.

HOQUET, Thierry, éd. (2005). *Les Fondements de la botanique : Linné et la classification des plantes*. Villefranche-de-Rouergue : Vuibert.

JORDAN, Camille (1868). « Sur deux nouvelles séries de groupes ». In : *Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences* 67, p. 229–233.

KLEIN, Felix (1873). « Ueber Flächen dritter Ordnung ». In : *Mathematische Annalen* 6, p. 551–581.

KNÖRRER, Horst et Thomas MILLER (1987). « Topologische Typen reeller kubischer Flächen ». In : *Mathematische Zeitschrift* 195, p. 51–67.

LÊ, François (2015). « Vingt-sept droites sur une surface cubique : rencontres entre groupes, équations et géométrie dans la deuxième moitié du XIXe siècle ». Thèse de doct. Paris : Université Pierre et Marie Curie.

LEMMERMEYER, Franz (2007). « The Development of the Principal Genus Theorem ». In : *The Shaping of Arithmetic after C. F. Gauss's Disquisitiones Arithmeticae*. Sous la dir. de Catherine GOLDSTEIN, Norbert SCHAPPACHER et Joachim SCHWERMER. Berlin : Springer, p. 527–561.

PAUMIER, Anne-Sandrine (2014). « Laurent Schwartz (1915-2002) et la vie collective des mathématiques ». Thèse de doct. Université Pierre et Marie Curie.

POINCARÉ, Henri (1902). *La Science et l'hypothèse*. Paris : Flammarion.

— (1905). *La Valeur de la Science*. Paris : Flammarion.

— (1908). *Science et méthode*. Paris : Flammarion.

— (1913). *Dernières pensées*. Paris : Flammarion.

RASHED, Roshdi (2011). *D'al-Khwarizmi à Descartes : études sur l'histoire des mathématiques classiques*. Paris : Hermann.

RODENBERG, Carl (1879). « Zur Classification der Flächen dritter Ordnung ». In : *Mathematische Annalen* 14, p. 46–110.

ROLLET, Laurent (1999). « Henri Poincaré, des mathématiques à la philosophie : étude du parcours intellectuel, social et politique d'un mathématicien au début du siècle ». Thèse de doct. Université Nancy II.

Rousseau, Dominique et Michel Morvan, éds. (2000). *Le Temps des savoirs* 1 : *La Dénomination.*

Ruphy, Stéphanie (2013). « La Classification des étoiles : un nouvel allié pour le pluralisme scientifique ». In : *Précis de philosophie de la physique.* Sous la dir. de Soazig Le Bihan. Paris : Vuibert, p. 274–294.

Salmon, George (1849). « On the Triple Tangent Planes to a Surface of the Third Order ». In : *The Cambridge and Dublin Mathematical Journal* 4, p. 252–260.

Schläfli, Ludwig (1858). « An Attempt to Determine the Twenty-seven Lines upon a Surface of the Third Order and to Divide such Surfaces into Species in Reference to the Reality of the Lines upon the Surface ». In : *The Quarterly Journal of Mathematics* 2, p. 55–65, 110–120.

— (1863). « On the Distribution of Surfaces of the Third Order into Species, in Reference to the Absence or Presence of Singular Points, and the Reality of Their Lines ». In : *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 153, p. 193–241.

Schwartz, Laurent (1997). *Un mathématicien aux prises avec le siècle.* Paris : Éditions Odile Jacob.

Solomon, Ron (1995). « On Finite Simple Groups and their Classification ». In : *Notices of the American Mathematical Society* 42.2, p. 231–239.

Steingart, Alma (2012). « A Group Theory of Group Theory: Collaborative Mathematics and the Uninvention of a 1000-page Proof ». In : *Social Studies of Science* 42.2, p. 185–213.

Sturm, Rudolf (1867). *Synthetische Untersuchungen über Flächen dritter Ordnung.* Leipzig : Teubner.

Thompson, John G. (1984). « Finite Non-solvable Groups ». In : *Group Theory: Essays For Philip Hall.* Sous la dir. de Karl W. Gruenberg et James E. Roseblade. Boston : Academic Press, p. 1–12.

Tort, Patrick (1989). *La Raison classificatoire.* Alençon : Aubier.

Zeuthen, Hieronymus (1875). « Études des propriétés de situation des surfaces cubiques ». In : *Mathematische Annalen* 8, p. 1–30.