
LAURENT SCHWARTZ (1915-2002) ET LE COLLOQUE D'ANALYSE HARMONIQUE DE NANCY, 15-22 JUIN 1947.

par

Anne-Sandrine Paumier

Résumé. — Juste après la fin de la guerre, dès 1945, la Fondation Rockefeller va chercher à jouer un rôle dans la reconstruction de la science en France. Son aide va être versée au C.N.R.S., sous la forme de deux bourses : l'une destinée à l'achat de matériel scientifique, et l'autre à l'organisation de colloques. Le premier colloque de mathématiques qui a lieu dans ce cadre est celui d'analyse harmonique de Nancy, en juin 1947. C'est lors de ce colloque que Schwartz va exposer pour la première fois ses distributions sphériques (aujourd'hui connues sous le nom de distributions tempérées). Cet article montre comment le colloque participe à la vie collective des mathématiciens, et examine en quoi ce colloque en particulier est important pour les mathématiques et la carrière de Laurent Schwartz.

Introduction

Alors que l'on fête le centenaire de la naissance de Laurent Schwartz (1915-2002)⁽¹⁾, revenons sur un événement peu connu, qui a néanmoins joué un rôle important dans

Mots clefs. — Laurent Schwartz, le colloque d'analyse harmonique de Nancy 15-22 juin 1947, distributions sphériques, internationalisation.

Je remercie Caroline Ehrhardt pour ses relectures de mon texte, ainsi que pour ses précieux conseils. Je remercie aussi Claudine Schwartz de m'avoir donné l'autorisation de reproduire la photographie de Laurent Schwartz au tableau, ainsi qu'Olivier Azzola, archiviste de l'École Polytechnique, de me l'avoir transmise en haute définition. Cette photographie a pu être datée et localisée grâce aux recherches de Michaël Barany. Enfin, je remercie Jesper Lützen, responsable de The Archive, Institute for Mathematical Science, University of Copenhagen, de m'avoir scanné et autorisé à reproduire la correspondance entre Laurent Schwartz et Børge Jessen.

⁽¹⁾Mentionnons une exposition à l'École Polytechnique, présentée sur Images des Mathématiques <http://images.math.cnrs.fr/Laurent-Schwartz-1915-2002> ou encore la journée du Centenaire de Laurent Schwartz du 3 novembre 2015, organisée par Bertrand Remy, CMLS et Frédéric Brechenmacher, LinX : <https://indico.math.cnrs.fr/event/828/>.

la vie et la carrière de Schwartz : le colloque d'Analyse Harmonique qui a eu lieu à Nancy du 15 au 22 juin 1947⁽²⁾.

Événement pour la vie mathématique après la guerre, ce colloque est le premier d'une longue série de colloques internationaux du Centre National de la Recherche Scientifique (C.N.R.S.) organisé en mathématiques. Il traduit la manière dont les mathématiciens ont saisi l'opportunité de réunir un petit nombre de spécialistes d'analyse harmonique, français et étrangers, dans une université de province dynamique, celle de Nancy, sur un sujet précis.

Événement pour l'analyse harmonique, c'est lors de ce colloque que Schwartz expose pour la première fois ses « distributions sphériques » (aujourd'hui connues sous le nom de distributions tempérées), et apporte sa contribution en théorie des distributions à l'analyse de Fourier.

Événement enfin pour Schwartz, ce colloque marque l'internationalisation de sa théorie des distributions et de sa carrière. C'est en effet à partir de ce moment là qu'il fera de nombreux voyages à l'occasion desquels il pourra exposer et faire connaître ses travaux.

1. Une initiative pour reconstruire la science en France après guerre : les colloques internationaux du C.N.R.S.

Dès la fin de la guerre, la Fondation Rockefeller cherche à jouer un rôle dans la science française⁽³⁾. Il s'agit de restaurer les contacts scientifiques, à l'intérieur et avec l'extérieur de la France, de fournir des équipements cruciaux, et de former le personnel scientifique. Deux bourses vont alors être attribuées au Centre National de la Recherche Scientifique, l'une de \$250,000 pour l'équipement des laboratoires et l'autre de \$100,000 pour l'organisation de conférences. Cette deuxième bourse, celle qui nous intéresse ici, vise le premier des besoins recensés, à savoir la restauration de contacts scientifiques, à l'intérieur de la France et avec l'extérieur. L'objet de la bourse est donc d'aider le C.N.R.S. à faire venir en France des scientifiques de haut-niveau à des colloques. Ces conférences, petites et informelles, réunissent un nombre restreint de scientifiques ; elles doivent avoir lieu dans différents lieux en France et durer assez longtemps pour avoir le temps d'accomplir un vrai travail. Elles sont perçues comme étant le moyen de relancer des programmes scientifiques en France,

⁽²⁾L'essentiel de cet article provient de la thèse de l'auteur [15], dont on peut consulter la bibliographie pour des références précises sur les éléments présentés ici.

⁽³⁾On se rappelle que la Fondation Rockefeller a déjà joué un rôle pour les mathématiques et la physique françaises, en participant à la création de l'Institut Henri Poincaré en 1928 (voir [23]). En ce qui concerne le rôle joué par la Fondation Rockefeller dans les années d'après-guerre en France, nous nous appuyons en partie sur l'étude de [26]. Le projet de la Fondation Rockefeller s'insère par ailleurs dans un cadre politique global, pour lequel on pourra consulter notamment [12].

en incitant les scientifiques français à réorienter leur recherche afin de mieux l'inclure dans les développements internationaux récents.

Institutionnalisation d'une certaine forme de colloque. — C'est au tout jeune C.N.R.S., alors considéré comme prédominant en France, que la Fondation Rockefeller confie l'organisation de ces colloques. Très concrètement, les fonds Rockefeller servent à financer les séjours et voyages des étrangers, étant ainsi fidèles à l'objectif initial de relancer les contacts entre scientifiques français et étrangers. Les colloques sont publiés par le C.N.R.S. dans une collection dédiée.

Géographies. — Si les bourses de la Fondation Rockefeller ont pour but une restauration de la communauté scientifique française telle qu'elle existait avant la guerre, elles procèdent pour cela à une modification de la manière dont les individus interagissent entre eux, induisent une meilleure visibilité des universités de province en France⁽⁴⁾ et de la science française sur la scène internationale.

En terme de géographies, les colloques se positionnent donc à deux échelles. À l'échelle nationale tout d'abord, la volonté de favoriser les universités de province permet l'organisation d'entre un tiers et la moitié des colloques à l'extérieur de Paris. À l'échelle internationale ensuite, puisque les colloques sont l'occasion pour les Français d'inviter des scientifiques étrangers à venir connaître leurs travaux, et donc de relancer les contacts scientifiques interrompus pendant la guerre. Ils ont aussi eu pour conséquence, comme le relève un rapport de la Fondation Rockefeller en 1952, de développer les voyages scientifiques ultérieurs des scientifiques français. C'est le cas pour Laurent Schwartz, pour qui nous pouvons parler d'internationalisation de sa carrière et de ses mathématiques après 1947, ainsi que nous le verrons plus loin.

Spécialisation. — Un troisième enjeu relatif à l'organisation de ces colloques est celui de la spécialisation, c'est-à-dire de l'organisation de colloques sur des sujets précis, sur lesquels travaillent déjà quelques scientifiques français mais dont les recherches ont à gagner d'une confrontation internationale. Les conférences portent sur de nombreux sujets [26, p. 13], des mathématiques à la biologie. Elles attirent d'éminents scientifiques⁽⁵⁾. L'accent mis sur la spécialisation est aussi précisé par le petit nombre de participants souhaités, autour de quelques experts dont un français et des jeunes.

L'analyse plus précise d'un colloque, celui d'Analyse Harmonique de 1947, va permettre de voir comment le C.N.R.S. a mis en œuvre ces différents aspects dans la réalisation concrète des colloques, ainsi que les conséquences qu'un tel colloque a pu avoir sur la vie mathématique de Schwartz. Mais avant cela, nous allons définir

⁽⁴⁾En ce qui concerne la volonté d'organiser des colloques dans des universités de province, on constate que c'est bien le cas pour 20 des 55 colloques. Il y a ainsi 5 colloques à Lyon, 4 à Strasbourg, 3 à Nancy, 2 à Alger et Marseille, et 1 à Toulouse, Montpellier, Bordeaux et Grenoble. Tous les autres ont lieu à Paris (dont 1 à Gif-sur-Yvette).

⁽⁵⁾Remarquons que le côté informel n'est pas toujours respecté néanmoins; certaines conférences attirant tous les prix Nobel de la discipline par exemple.

plus précisément l'objet « colloque » ou « congrès », et son investissement par les mathématiciens.

2. Colloques et mathématiciens

Des premiers congrès scientifiques aux congrès spécialisés en mathématiques. — Le premier Congrès International des Mathématiciens a lieu à Zurich en 1897⁽⁶⁾. Il s'agit d'une conférence très large, qui s'inscrit dans l'internationalisation des mathématiques [14], mais qui n'est pas véritablement comparable aux colloques internationaux du C.N.R.S. que l'on présente ici.

À l'inverse, l'unité du colloque international du C.N.R.S. n'est pas disciplinaire mais institutionnelle et financière (Rockefeller, C.N.R.S.). Elle se trouve aussi dans le lieu (national, France notamment province). La régularité n'est pas précisée, mais un certain nombre de colloques ont lieu chaque année. Il s'agit donc d'un type particulier de rencontre scientifique, dont la similitude avec d'autres initiatives, telles que les « Conférences internationales de sciences mathématiques organisées à l'université de Genève » (1933-1938) ou encore les Colloques du Centre Belge de Recherches Mathématiques (à partir de 1949), indique qu'il prend forme au milieu du XX^{ème} siècle.

Les mathématiciens se saisissent des colloques internationaux du C.N.R.S.. — Les colloques internationaux du C.N.R.S. ont fait une large part aux mathématiques : parmi les 55 colloques financés en partie par la Fondation Rockefeller, on en compte 12 sur les mathématiques (physique théorique incluse). Schwartz a ainsi participé au colloque d'analyse harmonique (Nancy, 15-22 juin 1947), d'algèbre et théorie des nombres (Paris, 25 septembre-1er octobre 1949) et de géométrie différentielle (Strasbourg, 26 mai-1er juin 1953). On peut encore mentionner le colloque de topologie algébrique (Paris, 26 juin-2 juillet 1947) ou encore celui sur le calcul des probabilités et ses applications (Lyon, 28 juin-3 juillet 1948). Tous ont respecté le « cahier des charges » de la Fondation décrit ci-dessus et ont été publiés par le C.N.R.S..

Les mathématiciens ont très rapidement saisi l'occasion d'organiser de tels colloques, notamment les bourbakistes, dont l'entreprise est en plein essor après la guerre. Si André Weil, outre-Atlantique, ne paraît guère enchanté par cette idée, il en discute néanmoins fréquemment avec Henri Cartan dans ses lettres, qu'il s'agisse du choix du thème ou des orateurs⁽⁷⁾.

La publication de chacun de ces colloques donne lieu à une évocation enthousiaste de l'événement dans l'introduction qui précède les textes des exposés scientifiques. De la forme convenue de tels discours transparaît un enthousiasme suscité par la forme

⁽⁶⁾Rappelons que les congrès internationaux de scientifiques apparaissent progressivement au cours du XIX^{ème} siècle, faisant suite à la création de sociétés scientifiques, et se spécialisent peu à peu.

⁽⁷⁾[3, p. 143-144, 202, 213]

particulière du colloque. Dans le cas du colloque d'analyse harmonique, nous allons confronter cette vision enchantée avec les faits : quelles rencontres ont été permises par ce colloque ? Quelles réalisations en ont découlé ?

3. Le colloque d'Analyse Harmonique, Nancy 15-22 juin 1947

Nous décrivons ici, le plus précisément possible, l'organisation du colloque d'Analyse Harmonique et son déroulement. Nous cherchons à confronter ce colloque à la forme particulière proposée par la Fondation Rockefeller, et plus généralement, à comprendre l'importance du colloque dans la vie collective des mathématiciens, c'est-à-dire comme lieu de structuration de la communauté, comme espace important pour faire des mathématiques et être mathématicien.

3.1. Pourquoi un colloque d'analyse harmonique à Nancy en 1947 ?—

Prévoir un colloque : réunir des mathématiciens ou bien choisir un thème ?— Ainsi que son nom l'indique, le sujet du colloque est l'Analyse Harmonique. Mais que caractérise cette dénomination ? Dans les souvenirs de Norbert Wiener, « la majeure partie de la rencontre tourne autour de [s]es idées »⁽⁸⁾. Dans une certaine mesure, et malgré le côté narcissique de cette citation, cela semble être en partie le cas. Une grande majorité des exposés porte sur des généralisations de la transformation de Fourier ; l'exposé de Schwartz propose ainsi une généralisation « d'un théorème bien connu de Paley-Wiener » dans le cadre de la théorie des distributions, que l'on va énoncer plus loin.

Néanmoins, une autre explication est apportée par deux témoins : celle de la volonté de réunir un certain nombre de personnes, ayant des intérêts proches, plutôt que de définir le thème a priori. Ainsi Henri Cartan crédite-t-il Jean Delsarte, alors Doyen de la *Faculté des Sciences de Nancy*, d'avoir voulu « mieux faire connaître à l'extérieur ses jeunes collègues Schwartz et Godement »⁽⁹⁾. Szolem Mandelbrojt quant à lui, en tant que président, se rappelle avoir pensé que « la découverte des distributions par Schwartz (...) méritait qu'on la fasse connaître à des mathématiciens comme Harald Bohr, Norbert Wiener, Carleman, Plancherel et plusieurs autres créateurs internationaux non moins importants »⁽¹⁰⁾. Ce dernier va même plus loin, jugeant que c'est plutôt la réunion de tous les participants qui crée le thème autour de l'analyse harmonique :

⁽⁸⁾ « As a matter of fact, much of the meeting was to deal with my ideas. » [25, p. 317]

⁽⁹⁾ [8, p. 25-26]

⁽¹⁰⁾ Archives de l'Académie des Sciences, Dossier biographique Laurent Schwartz, Comité Secret du 4 novembre 1974. Rapport sur les travaux de M. Laurent Schwartz (né en 1915). Professeur à l'Ecole Polytechnique. Par S. Mandelbrojt

Les différentes branches de l'Analyse que nous avons cherché à approfondir étaient, il est vrai, assez disparates. [...] "Analyse Harmonique" convenait certainement à l'ensemble des faits exposés, mais on avait parfois l'impression qu'on chercherait un nom à donner à un ensemble de recherches qu'on désirait voir exposer, plutôt que de rassembler des découvertes qu'on pouvait exposer sous le vocable d'Analyse Harmonique. [10]

Les différents participants travaillent effectivement sur des sujets très proches, et leurs recherches s'entremêlent. En 1946, soit un an avant le colloque, les travaux en analyse harmonique de Cartan et la thèse de Godement se raccordent aux travaux de Wiener, Beurling et Carleman⁽¹¹⁾. Lors du colloque, les exposés de Cartan et Godement se suivent, et présentent la transformation de Fourier et l'analyse harmoniques sur les groupes abéliens localement compacts respectivement. Les communications de Beurling et Carleman font quant à elles intervenir les fonctions analytiques.

Ce qui est important ici, c'est que c'est le cadre du colloque lui-même qui crée la communauté, qui prend un thème comme sujet de recherche. On voit une interaction forte entre le savoir mathématique et l'organisation collective. Organiser un colloque semble donc, à première vue, commencer par réunir des gens et cette réunion définit le thème. Mais après coup, l'énoncé du thème prend toute sa signification, et Delsarte peut ainsi écrire au Recteur que le colloque « portait sur l'Analyse Harmonique qui est une des parties de l'Analyse mathématiques moderne ayant le plus d'importance, tant au point de vue de la philosophie générale, qu'au point de vue des applications, lesquelles sont innombrables et d'une grande conséquence (Calcul des Probabilités, Statistique, Radiotechnique, Théorie des Ondes, Physique Moderne, Physique atomique) »⁽¹²⁾.

Un colloque conforme aux spécifications de la Fondation Rockefeller. — Il s'agit d'un petit colloque réunissant dix-huit « participants [...] marquants » (invités, dont les frais sont remboursés)⁽¹³⁾, des « assistants » (qui assistent au colloque sur invitation) et des « jeunes chercheurs et étudiants déjà spécialisés » (que l'on encourage à venir, mais dont l'autorisation de poser des questions doit être accordée par le président de séance)⁽¹⁴⁾.

⁽¹¹⁾Voir par exemple [3, Lettre de Cartan à Weil du 19 juillet 1946, p. 116-117], qui replace dans ce cadre les travaux de Godement.

⁽¹²⁾Archives départementales de Nancy, liasse W 1018/96, versée par le Rectorat de l'Académie de Nancy-Metz.

⁽¹³⁾La majorité de ces « participants » donnent des exposés. On peut néanmoins noter la présence dans cette liste du Professeur Linden, attaché culturel Adjoint des U.S.A. à Londres, ainsi que celle de Raphaël Salem du MIT.

⁽¹⁴⁾La terminologie utilisée est celle préconisée par la brochure pour l'organisation, Archives de l'Institut Élie Cartan, Nancy, Lettre du 22 juillet 1955 accompagnant les règlements des Colloques internationaux du CNRS, IEC1, 5504. Pour la liste, voir le compte-rendu scientifique envoyé par Delsarte au recteur, Archives départementales de Meurthe et Moselle, liasse W 1018/96.

Les mathématiciens laissent une place importante aux jeunes chercheurs, qui exposent eux aussi leurs travaux et ne viennent pas simplement écouter le colloque. En effet, parmi les participants français, André Blanc-Lapierre⁽¹⁵⁾, Laurent Schwartz et Roger Godement sont tous les trois des mathématiciens relativement jeunes (nés en 1915 pour les deux premiers, 1921 pour Godement ; et ayant soutenu leurs thèses en 1945, 1942 et 1946 respectivement). En cela, le choix des orateurs (ils le sont presque tous) rejoint à peu près le projet de la bourse Rockefeller, qui mentionne une quinzaine de participants, avec quelques jeunes dans l'audience. Il est difficile de reconstituer l'audience de ce colloque, en plus des participants qui donnent des exposés. Mentionnons enfin que Deny y a participé, étant mentionné comme secrétaire des conférences avec Schwartz.

Précisons les pays d'origine des participants. Trois d'entre eux viennent des Etats-Unis – seul Norbert Wiener donne un exposé. Quatre participants viennent d'Europe du Nord : Carleman et Beurling de Suède, Bohr et Jessen du Danemark. Ostrowski et Plancherel viennent de Suisse et Loève d'Angleterre. Les neuf autres participants viennent de Paris ou de Nancy. Il s'agit bien d'un colloque international, dont la moitié des participants sont français.

Le colloque a par ailleurs lieu à Nancy, dans une université de province, donc la préconisation d'organiser des colloques partout en France est bien respectée, et se fait l'écho de la préoccupation du C.N.R.S. pour les Facultés de province⁽¹⁶⁾.

On peut ainsi répondre à la question posée dans le titre, à savoir : pourquoi un colloque d'analyse harmonique à Nancy en 1947 ? À l'origine se trouve la volonté de faire connaître les travaux de jeunes mathématiciens ainsi que Nancy. Delsarte regroupe pour cela des mathématiciens travaillant dans les mêmes domaines, les thèmes des exposés se réunissent autour de l'analyse harmonique. On comprend ici les différents niveaux de la spécialisation, à savoir autour d'un thème et d'un petit nombre de participants, et de la géographie, une participation internationale dans une université de province, qui sont représentés ici.

3.2. Comment ? L'organisation d'un colloque en pratique. —

⁽¹⁵⁾Ce dernier donne un exposé sur « L'analyse harmonique des fonctions aléatoires stationnaires. », suivi par Paul Lévy qui parle sur le même sujet. Michel Loève donne lui aussi un exposé en théorie des probabilités.

⁽¹⁶⁾Les mathématiques à Nancy sont vivantes à cette date, grâce à Delsarte, qui y est depuis 1927 [1]. Il fait venir à Nancy Paul Dubreil (1933-1937), puis Jean Leray (1936-1947) et Dieudonné (1937-46 et 1948-52) ; puis Schwartz (1945-52), Godement (1946-55) ; et, un peu plus tard, Serre (1954-56), Jacques-Louis Lions (1954-64). Nancy est aussi un haut-lieu de Bourbaki, ainsi que le décrit [4] : le secrétariat de Bourbaki y est entre 1935 et 1968, des réunions Bourbaki y ont lieu, de nombreux membres y passent.

Préparation matérielle et mathématique du colloque. — Le colloque est organisé dans ses moindres détails. Ainsi Schwartz écrit-il à Jessen le 6 juin 1947, juste avant sa venue au colloque :

Cher Monsieur,

Pour l'organisation du colloque d'analyse harmonique de Nancy il nous serait nécessaire de savoir quelle chambre vous désirez que nous réservions. Nous pensons vous réserver une chambre avec salle de bains au "grand Hôtel" place Stanislas. Sauf contr'ordre de votre part c'est ce que nous ferons ; naturellement nous préférerions avoir une réponse de votre part. Nous voudrions aussi savoir à quel moment vous pensez arriver afin de pouvoir venir vous chercher à la gare. Le colloque commence le lundi 16 Juin au matin, au Palais de l'Académie place Carnot.

Je vous prie, cher Monsieur de croire à mes sentiments les plus respectueux.

Laurent Schwartz

Maître de conférences à la faculté des Sciences

2 Rue de la Graffe

Nancy FRANCE

P.S. Je vous ai envoyé quelques tirages à part. L'article des Annales de Grenoble sert de point de départ à la conférence que je ferai au Colloque⁽¹⁷⁾.

Les détails matériels, tout aussi bien que mathématiques, sont très présents. Notons surtout que Schwartz a envoyé des tirages à part de son premier article sur les distributions, permettant ainsi aux participants d'en prendre connaissance avant le colloque.

3.2.1. Déroulement et atmosphère. — Les participants donnent le récit de l'atmosphère du colloque ; les détails rapportés montrent que les contacts sont facilités à chaque moment. Norbert Wiener se souvient de son hôtel comme étant le « quartier général des visiteurs étrangers »⁽¹⁸⁾ lors du colloque.

Dans le programme détaillé du colloque⁽¹⁹⁾, outre les horaires et titres des exposés des différents participants, on trouve de multiples informations pratiques, qui nous permettent de reconstituer quelques uns des moments partagés pendant ce colloque.

On apprend ainsi qu'il y a entre une et trois conférences par demi-journée, le plus souvent deux. Schwartz dispose quant à lui de toute la matinée du jeudi 19 juin pour exposer sa « Théorie des distributions et transformation de Fourier ». Outre

⁽¹⁷⁾Børge Jessen Papers, The Archive, Institute for Mathematical Sciences, University of Copenhagen.

⁽¹⁸⁾« The hotel at which I stayed was the headquarters for the foreign visitors. There was Harld Bohr, from Denmark ; Carleman, from Sweden ; Ostrowski, from Basel, and dear old Papa Plancherel from the Zurich Federal Institute of technology. Jessen was there from Denmark and Beurling from Sweden, both of them belonged to a younger generation. » [25, p. 317].

⁽¹⁹⁾Archives départementales de Meurthe et Moselle, liasse W 1018/96.

les exposés, est prévue le premier jour, lundi 16 juin, une réunion d'organisation pour parler de l'emploi du temps et des questions financières. Schwartz et Deny sont secrétaires des conférences.

Le document précise aussi le « déjeuner commun » et le thé « à 16h30, dans la salle des Conférences », qui ont lieu chaque jour du Colloque. Il est aussi fait mention des « Festivités » proposées, comme le « banquet » le mercredi soir, la « soirée » chez le Doyen Delsarte le vendredi soir et le « thé » offert par le Recteur Donzelot le samedi après-midi. Quelques visites de la ville de Nancy et restaurants sont aussi recommandés. Enfin, on peut penser que Schwartz a, lui aussi, participé à l'organisation de ce colloque, car ses coordonnées font partie, avec celle de Mandelbrojt et Delsarte, des « adresses et n° s de téléphone utiles ».

3.3. Comprendre le « succès » : le cas de l'exposé de Schwartz. — En guise de préface à l'édition des actes du colloque, on peut lire les mots suivants :

Un colloque international sur l'Analyse Harmonique s'est tenu à Nancy en juin 1947. Il a été organisé par le Centre National de la Recherche Scientifique avec le Concours de la Fondation Rockefeller. Outre les participants actifs dont les Mémoires suivent, de nombreux auditeurs ont constamment suivi les conférences et les discussions. Ce colloque a donné lieu à de nombreux contacts personnels entre ses participants, français et étrangers. Les idées fécondes nées de ces contacts sont à l'origine de quelques travaux importants parus depuis, ou en train de paraître. [9]

Une telle analyse lyrique du colloque n'a guère de signification si on la lit seule. Nous allons néanmoins essayer de comprendre, du point de vue de Schwartz, quels ont pu être les différents succès de ce colloque. Nous présentons, dans un premier temps, l'exposé de Schwartz, en insistant sur les mathématiques qu'il a présentées et sur l'intérêt partagé de ses résultats afin de comprendre quelles interactions mathématiques ont pu avoir lieu lors de ce colloque. Examiner plus en détail la contribution de Schwartz permet aussi de voir à la fois comment elle s'insère dans les développements récents internationaux en analyse harmonique mais aussi comment elle contribue au renouveau de la recherche française (en l'occurrence en s'intégrant dans le cadre de sa théorie des distributions).

3.3.1. Les distributions sphériques. — C'est à l'occasion de ce colloque que Schwartz expose pour la première fois la définition de ses « distributions sphériques », qui deviennent à partir de 1951 les « distributions tempérées ».

La question de la transformation de Fourier des distributions est présente dès 1945 [17], le premier article dans lequel Schwartz définit sa théorie des distributions. On pourrait parler d'une première tentative pour définir la transformée de Fourier d'une distribution ; qui reste néanmoins assez « bancal » par manque de symétrie et

de stabilité : une distribution quelconque n'a pas nécessairement de transformée de Fourier, et si elle en a, on n'a pas de formule naturelle d'inversion.

Dans le dernier paragraphe, intitulé « Structure topologique dans l'espace des distributions » Schwartz définit une notion de convergence au sens des distributions :

Des distributions T_i convergent vers 0 si, quelle que soit φ , les $T_i(\varphi)$ convergent vers 0, et cela uniformément par rapport à tout ensemble de fonctions φ à noyaux contenus dans un compact fixe, et bornées dans leur ensemble ainsi que chacune de leurs dérivées.

Cette topologie, « la plus intéressante » selon Schwartz, permet de « se débarrasser de toutes les difficultés inhérentes habituellement à la dérivation ». Il donne un premier théorème, suivant lequel la convergence de fonctions continues, uniforme sur les compacts, implique la convergence des distributions (que définissent ces fonctions). Cela montre que sa notion de convergence est bien compatible avec la convergence usuelle des fonctions :

Théorème 1. Si des fonctions continues f_i convergent vers une fonction continue f , uniformément sur tout compact, les distributions f_i convergent vers la distribution f .

Son deuxième théorème affirme que

La dérivation est une opération linéaire continue. Autrement dit si des distributions T_i convergent vers T , les DT_i convergent vers DT , D étant un symbole de dérivation quelconque

Une fois donnée et explicitée cette topologie sur l'espace des distributions, Schwartz donne quelques exemples autour de la série et de l'intégrale de Fourier. Un premier exemple simple de convergence dans l'espace des distributions est le suivant :

Théorème. Quelque soit le nombre réel α , les fonctions $t^\alpha e^{itx}$ convergent vers 0 pour $t \rightarrow \pm\infty$

Schwartz remarque que « cet exemple est d'autant plus curieux que pour $\alpha > 0$, les modules, $|t|^\alpha$, de ces fonctions convergent vers $+\infty$ ». Il nous en donne la démonstration, qui se sert des théorèmes énoncés précédemment. En effet, si n est un entier $> \alpha$, les fonctions $\frac{1}{i^n} t^\alpha e^{itx}$ convergent uniformément vers 0. Or les fonctions étudiées en sont les dérivées, à un facteur près. En appliquant le théorème sur la continuité de l'opération de dérivation, nos fonctions convergent donc vers 0, dans l'espace des distributions.

Schwartz cherche à donner des analogues de ce théorème dans le cadre de la série de Fourier puis de l'intégrale de Fourier. Pour la série de Fourier, cela donne l'énoncé suivant (Schwartz n'énonce pas de théorème, mais le décrit dans le texte) :

La série de Fourier $\sum a_n e^{inx}$ est convergente, dès que $|a_n| = O(|n|^\alpha)$, α réel > 0

Cela permet d'en déduire la convergence de la série de Fourier d'une distribution périodique. On peut en effet calculer les coefficients de Fourier d'une telle distribution : $a_n e^{inx} = \frac{1}{2\pi} T * e_n$. Et, quitte à considérer qu'il s'agit de la dérivée p -ème ($p > |\alpha|$) d'une série qui converge ($\sum \frac{1}{n^p} a_n e^{inx}$), on peut comme précédemment appliquer les théorèmes énoncés pour conclure que la série de Fourier converge au sens des distributions.

Schwartz dit ensuite que les résultats sont analogues avec l'intégrale de Fourier. Le résultat est le suivant :

L'intégrale de Fourier converge dès que $f(x) = O(x^a)$

C'est-à-dire que $\int_{-A}^B e^{itx} f(x) dx$ converge vers une limite dans l'espace des distributions de la variable t , quand A et $B \rightarrow +\infty$. La démonstration est similaire à celle pour les séries de Fourier.

Néanmoins, Schwartz écrit qu'« il existe une formule de réciprocité, mais [qu'] elle est plus compliquée que dans le cas où $f(x)$ est sommable ». C'est donc un premier problème. Schwartz conclut en disant que l'on peut être amené à considérer, plus généralement, les transformées de Fourier de toutes les distributions, « quels que soient leur irrégularité et leur comportement à l'infini ». Néanmoins, pour cela, il est précisé qu'on « est obligé d'introduire une nouvelle famille de distributions d'un maniement nettement plus compliqué et moins intuitif. » Il donne l'exemple de la transformée de Fourier de e^x qui est « une masse +1 au point d'abscisse imaginaire $-i$ » (qui n'est pas une distribution, car « dans le cadre des distributions introduites jusqu'ici, les points réels seuls interviennent »). Schwartz promet « un mémoire sur les fonctions moyenne-périodiques où ces diverses notions sont avantageuses ».

On voit donc ici, et c'est confirmé par l'article suivant de Schwartz, qu'il n'a pas encore trouvé le bon point de vue pour la transformée de Fourier.

En 1947, à Nancy, il va exposer ses distributions, pour la première fois devant un public international. Il a fait envoyer un tiré à part de son article aux participants, ainsi que nous l'avons lu dans sa lettre à Jessen. Il n'est pas le seul à présenter un exposé parlant de transformées de Fourier généralisées. Nous allons présenter l'exposé publié de Schwartz [20], qui paraît en 1949⁽²⁰⁾.

Les deux problèmes rencontrés dans l'article de 1945, à savoir l'absence de formule de réciprocité simple pour le cas des fonctions $f(x) = O(x^a)$ qui ont une transformée de Fourier au sens des distributions, et la non-stabilité de l'espace des distributions général par transformation de Fourier, vont être résolus.

Le discours de Schwartz a changé, car il écrit qu'« il n'est pas possible de définir la transformée de Fourier d'une distribution quelconque. Il faut changer les notions utilisées. » [20, p. 2]

⁽²⁰⁾Pour une version plus détaillée, voir [19].

Il introduit donc l'espace (\mathcal{S}) qui est l'ensemble des fonctions $\theta(x_1, x_2, \dots, x_n)$, indéfiniment dérivables, tendant vers zéro à l'infini plus vite que toute puissance de $\frac{1}{r}$ ($r^2 = x_1^2 + \dots + x_n^2$), ainsi que chacune de leurs dérivées. On remarque que (\mathcal{D}) est inclus dans (\mathcal{S}) . La convergence sur (\mathcal{S}) , compatible avec la convergence sur (\mathcal{D}) , est définie ainsi :

Des $\theta_j \in \mathcal{S}$ convergent vers zéro dans (\mathcal{S}) si toute dérivée des θ_j , après multiplication par tout polynôme, converge uniformément vers zéro.

Il peut alors définir (\mathcal{S}') comme étant l'espace des distributions donné par les formes linéaires continues sur (\mathcal{S}) . Cet espace ainsi défini est « le domaine naturel de la transformation de Fourier et de l'analyse harmonique. ». Schwartz appelle ces distributions les « distributions sphériques » (car pour qu'une distribution de (\mathcal{D}') , distribution sur \mathbb{R}^n , appartienne à (\mathcal{S}') , il faut et il suffit qu'elle soit prolongeable en une distribution sur la sphère).

Avec trois formules, Schwartz peut définir la transformation de Fourier pour une fonction α dans (\mathcal{S}') :

$$F(a) = \alpha(y_1, y_2, \dots, y_n) = \int \int \dots \int a(x_1, x_2, \dots, x_n) \exp[-2i\pi(x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n)] dx_1 \dots dx_n$$

donner la formule de réciprocity :

$$\bar{F}(\alpha) = a(y_1, y_2, \dots, y_n) = \int \int \dots \int \alpha(x_1, x_2, \dots, x_n) \exp[+2i\pi(x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n)] dx_1 \dots dx_n$$

et la formule de Parseval, si $F(a) = \alpha$, $F(b) = \beta$:

$$\int \int \dots \int a(x_1, \dots, x_n) \bar{b}(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n = \int \int \dots \int \alpha(y_1, \dots, y_n) \bar{\beta}(y_1, \dots, y_n) dy_1 \dots dy_n$$

qui permet de définir la transformation de Fourier dans (\mathcal{S}') : si U est une distribution sphérique, on définit sa transformée de Fourier $V = F(U)$ à l'aide de la formule de Parseval : $U(\bar{a}) = V(\bar{\alpha})$ où $\alpha = F(a)$. On a F isomorphisme de (\mathcal{S}') sur lui-même ; f et \bar{F} sont deux isomorphismes réciproque.

3.3.2. Un intérêt partagé. — L'une des raisons pour lesquelles les distributions de Schwartz ont connu un si grand succès lors de ce colloque tient à l'intérêt partagé de nombre de ses participants pour les mathématiques en question. Norbert Wiener écrit ainsi avoir pu intégrer son travail dans ce colloque qui fut un succès [25, p. 318]⁽²¹⁾.

C'est l'exposé de Carleman, intitulé « Sur l'application de la théorie des fonctions analytiques dans la théorie des transformées de Fourier » [7], dans lequel il parle des

⁽²¹⁾À propos de Schwartz en particulier, il précise : « Schwartz was active along lines very similar to my own. He had generalized still further the field which I had already treated in my *Acta* paper on generalized harmonic analysis. He reduced it to that highly abstract basis which is characteristic of all the work of the Bourbaki school to which he belonged. » [25, p. 318]

paires de fonctions⁽²²⁾, qui est le plus proche de celui de Schwartz. Les distributions sphériques de Schwartz se rapprochent aussi des travaux de Bochner, dont Schwartz cite un ouvrage : *Vorlesungen über Fouriersche Integrale* [5]⁽²³⁾.

Cette discussion sur l'exposé de Schwartz et son introduction des distributions tempérées permet de montrer l'intérêt partagé des thématiques du colloque d'analyse harmonique, autour de généralisation de la transformée de Fourier ; ce qui en justifie l'organisation choisie. Si les distributions tempérées sont un apport majeur de Schwartz à la théorie des distributions, le colloque d'analyse harmonique à l'occasion duquel il les expose est un événement important dans la diffusion de sa théorie. Nous allons présenter maintenant quelques conséquences immédiates de ce colloque, à la fois sur la carrière et les mathématiques de Schwartz.

4. Un tremplin pour Schwartz et sa théorie des distributions.

4.1. De nouvelles questions mathématiques. — L'intérêt de Schwartz pour le colloque d'analyse harmonique ne se limite pas à ses distributions tempérées. Les discussions entre les participants du colloque ont donné lieu à la publication par Schwartz d'une note aux *Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences* portant sur la synthèse spectrale l'année suivante [18], suivie d'un article en 1951 [21]. Cette note répond à deux problèmes duaux, de Wiener et Beurling, qui étaient tous les deux présents au colloque. Schwartz donne une preuve par les distributions et une preuve élémentaire de la réponse négative qu'il apporte à ces deux problèmes.

Puis Whitney publie un article en 1948, intitulé « On ideals of differentiable functions » dans lequel il répond à la question de Schwartz. [24]. Il précise dans son introduction (p. 635) :

⁽²²⁾Récemment, faisant suite à deux questions ouvertes de Lützen [13], Kiselman [11] démontre que les paires de fonctions introduites par Carleman ne représentent pas toujours des distributions et que les transformées de Fourier des distributions tempérées, prises aux sens de Carleman et Schwartz, sont égales .

⁽²³⁾Bochner écrit une recension critique du traité *Théorie des distributions*, devenue célèbre, dans laquelle il conclut « It would not be easy to decide what the general innovations in the present work are, analytical or even conceptual (...) » [6, p. 85] Pour lui, les distributions de Schwartz ne vont pas tellement plus loin que son propre travail de 1932.

It was conjectured by Laurent Schwartz (personal communication)⁽²⁴⁾ that an ideal is determined by its set local ideals, provided that the ideal is closed (we use the topology described below). The main object of this paper is to prove this conjecture (see Theorem I). There is a rather obvious generalization of the theorem to the case where E^n is replaced by a manifold of class C^r .

Schwartz écrit la recension de cet article. Il a aussi exposé au séminaire Bourbaki sur les travaux de Whitney (« Les théorèmes de Whitney sur les fonctions différentiables », exposé n° 45, mars 1951). Lorsque Szolem Mandelbrojt présente un rapport sur les travaux de Schwartz à l'Académie des Sciences, il identifie les liens entre la thèse de Schwartz, ses travaux sur les fonctions moyenne-périodiques au résultat de synthèse harmonique qu'il obtient⁽²⁵⁾.

Dans les articles cités, on trouve de petits indices permettant de relier ces travaux au colloque d'analyse harmonique de 1947, à la rencontre et aux discussions qui ont été rendues possibles. C'est une première manière de comprendre une conséquence possible d'un tel colloque.

4.2. Premier voyage : internationalisation de la carrière et des distributions de Laurent Schwartz. — Pour Schwartz, outre la diffusion de ses distributions tempérées, qui participe plus largement à la réception de sa théorie des distributions, et l'étape sur la synthèse harmonique permise par sa réponse aux questions de Wiener et Beurling, l'une des conséquences principales de ce colloque a été l'internationalisation de sa carrière, qui renforce celle de la réception de sa théorie des distributions. Nous décrivons ici son premier voyage, qui est très directement lié aux mathématiciens qu'il a rencontrés en 1947.

Schwartz considère le « premier voyage universitaire d'envergure » [22, p. 309] qu'il fait au Danemark et en Suède à l'automne 1947 comme « une grande expérience et un grand événement dans [s]a vie », « autant que le colloque d'analyse harmonique »⁽²⁶⁾.

⁽²⁴⁾Cartan se rappelle de cette conversation entre Whitney et Schwartz :

C'est à la fin de ce colloque qu'eut lieu la première rencontre entre Schwartz et Whitney, venu en France pour participer à un colloque de topologie qui allait se tenir à Paris quelques jours plus tard. Schwartz voulait poser à Whitney un problème difficile relatif aux idéaux ponctuels de fonctions différentiables. Réponse de Whitney : « Je crois pourvoir la solution en un quart d'heure ». Il la trouva en effet, mais après plusieurs semaines. [8, p. 25-26]

⁽²⁵⁾Archives de l'Académie des Sciences, Dossier biographique Laurent Schwartz. Rapport sur les travaux de Laurent Schwartz. Professeur à l'Ecole Polytechnique (né en 1915) par M. S. Mandelbrojt. Comité secret du 21 janvier 1974.

⁽²⁶⁾Lettre de Schwartz à sa femme le 5 novembre 1947, de retour à Paris. Cette lettre est reproduite en partie dans un article de la *Gazette des mathématiciens* par Claudine Schwartz [16]. Claudine

Harald Bohr et Borge Jessen écrivent à Schwartz dès le 14 juillet 1947⁽²⁷⁾ afin de l'inviter à venir parler à Copenhague, concrétisant par là l'invitation informelle dont ils avaient discuté lors du colloque d'analyse harmonique de Nancy, en juin 1947. Il s'agit là d'une invitation conjointe des Instituts de Mathématiques de l'Université et de l'École Polytechnique de Copenhague, qui souhaitent entendre Schwartz présenter sa théorie des distributions, dont ils louent l'intérêt dans les mathématiques pures et appliquées. Ils y décrivent l'enthousiasme de tous :

all our colleagues [...] got enthusiastic about the possibility of seeing you here and of hearing some lectures of you on your extraordinary theory of distributions.

Bohr et Jessen ont été frappés à Nancy du don extraordinaire de simplicité et de clarté avec lequel expose Schwartz. Ils lui demandent néanmoins de proposer un premier exposé sans aucun prérequis pour un public hétérogène. Ils ont obtenu une bourse afin de payer ses frais de transport et de séjour. Schwartz accepte l'invitation avec plaisir, et se rend à Copenhague du 27 octobre au 2 novembre, où il donne trois conférences⁽²⁸⁾. Il est logé par Borge Jessen dans sa famille.

Schwartz est de plus invité par Lars Gårding à profiter de son voyage pour se rendre à Lund donner deux conférences, qu'il planifie les lundi et mardi 3 et 4 novembre 1947. Les exposés de Schwartz ont été préparés par Bohr, qui a beaucoup travaillé sur l'article de Schwartz [17] et a un peu enseigné les distributions, ainsi que le raconte Schwartz à sa femme⁽²⁹⁾.

Le séjour de Schwartz au Danemark est un grand succès. Les Danois sont enchantés, ainsi que cela transparaît dans les remerciements de Jessen à la fin du séjour de Schwartz :

Les auditeurs ont déjà par leurs applaudissements exprimé leur reconnaissance des merveilleuses conférences que nous avons écouté.

précise que Schwartz est resté quelque temps à Paris à son retour en France, alors que Marie-Hélène est à Nancy avec Marc-André, 4 ans, et Claudine, 3 mois. Il assiste en effet au congrès Bourbaki, « Congrès de Paris », qui a lieu à Paris du 8 au 11 novembre 1947.

⁽²⁷⁾Borge Jessen Papers, The Archive, Institute for Mathematical Sciences, University of Copenhagen.

⁽²⁸⁾Conformément aux demandes de Bohr et Jessen, il commence par des « Généralités sur la théorie des distributions », se bornant à « l'énoncé des principaux résultats, sans démonstration, et donne ensuite deux exposés plus poussés, l'un sur « Les produits de distributions et leurs applications » et l'autre sur la « Transformation de Fourier et Analyse harmonique ». Lettre de Schwartz à Jessen, 13 octobre 1947, Borge Jessen Papers, The Archive, Institute for Mathematical Sciences, University of Copenhagen.

⁽²⁹⁾Lettre du 5 novembre 1947, archives privées de la famille Schwartz : « J'ai eu une agréable surprise. Bohr avait tellement travaillé sur l'opuscule des annales de Grenoble qu'il en est jaunie (l'opuscule, pas Bohr) et il a fait dessus son cours à la Faculté et... aux professeurs des lycées. Les étudiants de l'université se sont passionnés pour le sujet et sont venus me parler en connaisseurs ».

Il me reste seulement d'exprimer à M.Schwartz les remerciements très cordiaux de la part de l'Ecole polytechnique et de l'Institut mathématique de l'Université d'avoir fait le long voyage pour venir nous expliquer son idée.

Cela vous avez fait avec un tel esprit et une telle ardeur que nous n'oublierons jamais vos conférences.

Vous avez obtenu que nous savons maintenant tous ce que c'est, une distribution, et que nous avons une impression très claire des nombreuses applications que l'on peut faire de ces êtres nouveaux dans l'analyse.

Naturellement il faut s'accoutumer à cette nouvelle technique pour pouvoir l'appliquer, mais de ce que vous avez dit –ainsi que de ce que vous n'avez pas dit– vous avez créé en nous une très grande curiosité d'en savoir plus, et nous attendrons avec le plus grand intérêt la publication finale de vos belles recherches.

Par l'amour avec lequel vous avez présenté votre sujet, et par toute votre personnalité ces conférences ont été une grande inspiration.

Encore mille fois merci.

Jessen reconnaît donc à Schwartz son talent d'orateur, qui va de pair avec les beaux objets mathématiques que sont les distributions.

Jessen précise ensuite qu'ils ont arrangé « une rencontre tout-à-fait informelle avec M.Schwartz à l'Institut mathématique de l'Université, Begdamnsvey 15, le samedi à 11 heures du matin ».

Schwartz écrit à sa femme que ses distributions connaissent un succès, exagéré selon lui, au Danemark⁽³⁰⁾ et commencent à être connues ailleurs :

Riesz⁽³¹⁾ en a entendu parler par Steinhaus et Stone en Amérique, Gårding en Suède, Bohr au Danemark ; un polonais de Copenhague en a entendu un exposé de Weyssenhoff à Cracovie !

A Lund, où il se rend juste après Copenhague en profitant de l'occasion, il est accueilli par Lars Gårding, Riesz, ainsi que les autres élèves de Riesz. Schwartz ne parlant pas anglais lors de ce premier voyage, il donne donc sa conférence en français, et Riesz résume et traduit toutes les 20 minutes en suédois. Riesz a aussi invité Schwartz chez lui, avec ses élèves, « à de somptueux repas, mais sans dames, et tout se passant plus en famille et plus simplement ». Les discussions se sont prolongées parfois jusqu'à deux heures du matin.

⁽³⁰⁾ « Mais je reste très troublé du succès excessif des distributions. Le succès au Danemark dépasse les bornes permises. Cela risque d'amener des déceptions plus tard ! Mon nouveau-né est beau et bien fait, il est sympathique et aura peut être un bel avenir, mais il faut le laisser grandir. Ce n'est tout de même pas Jésus-Christ, et les compliments des rois Mages venus de toute la terre m'inquiètent un peu ; s'il est plus tard crucifié ? »

⁽³¹⁾ Schwartz précise néanmoins que Riesz est beaucoup plus « raisonnable ».

11 novembre 1947

Mon cher Jessen,

aussitôt après mon arrivée à Paris, j'ai été rappelé par le Congrès Borelaki, et je n'ai pas trouvé même une minute pour vous écrire!

Mon voyage en Suède a été aussi très agréable. J'ai fait mes conférences en français, et toutes les 20 minutes environ, Marcel Piesz résumait en suédois; aussi la durée de l'une d'elle a-t-elle atteint 2 heures et demie! Quant aux discussions avec Piesz et des élèves (Gärching, Fremberg, Frostman, ...), elles se sont, comme vous me l'avez dit, prolongées fort tard (jusqu'à 2 heures du matin l'une d'elles). J'en ai d'ailleurs tiré grand profit. Même mon voyage de retour en France n'a pas été du temps perdu; dans le même train

étaient Lise Meitner Møller, Hevesy, qui se rendaient à Paris pour la commémoration de Rutherford et M^{lle} Morette; nous avons pu bien discuter sur certaines équations de la mécanique ondulatoire (difficiles à justifier!). Je reviens absolument enchanté de ce voyage. Enchanté du contact scientifique prolongé, aussi bien que du contact avec la vie et les mœurs danoises. Je vous ai dit que je faisais à peu près mon ^{premier} voyage à l'étranger; mais j'ai maintenant le désir de continuer! Et ma femme (à qui j'ai raconté par lettre mon séjour) regrette bien de ne pas avoir pu venir; nous espérons que les circonstances nous permettront bien un jour d'aller ensemble à Copenhague! Nous espérons aussi vous revoir en France! Mais comment pourrions nous vous recevoir de

pareille manière! Je souhaite que ma présence chez vous n'ait pas causé à votre femme trop de dérangements. Je reste à Paris encore quelques jours et ne rentre à ~~Paris que~~ Nancy que le 25 novembre; et je me mettrai à apprendre sérieusement l'anglais, car les expériences que j'ai tentées sur ce point à Copenhague n'ont pas été couronnées de succès!

Je vous remercie encore de la chaleur et de la sympathie que j'ai trouvées chez tous au Danemark et en particulier chez vous.

Mes sentiments les meilleurs.

Schwartz

Ce premier voyage a une grande importance, à la fois pour la diffusion et la réception de la théorie des distributions de Schwartz, mais aussi pour la conscience qu'il a de l'insertion de ses travaux sur une scène internationale. Cela réalise bien l'objectif préconisé par la Fondation Rockefeller, qui souhaite que les scientifiques français prennent l'habitude de voyager afin de partager leurs recherches.

L'importance de ce premier voyage et de ces nombreuses rencontres apparaît très clairement dans les dires de Schwartz. Et l'on voit bien que cela ne se limite pas à l'exposition de sa théorie, mais que les échanges, dîners, discussions prennent une place primordiale pour lui et donc dans ce qu'il retranscrit dans ses lettres.

Les premiers voyages de Schwartz sont également à l'image des participants de ce colloque d'analyse harmonique de 1947 : après l'Europe du Nord, il se rend en Angleterre, en Allemagne, en Amérique du Nord (Canada)⁽³²⁾, puis, un peu plus tard, aux États-Unis et en Amérique du Sud. Ils ont une grande importance dans la diffusion de la théorie des distributions de Schwartz et son adoption.

Conclusion

L'attribution de la médaille Fields à Schwartz pour sa théorie des distributions en 1950 marque sans doute l'aboutissement de l'histoire de ce colloque. Harald Bohr est le président du Comité Fields, c'est lui qui décerne la médaille et fait un discours à l'occasion du Congrès International des Mathématiciens de 1950 qui a lieu à Harvard. C'est le premier Congrès International après la guerre, qui revêt donc une importance particulière pour la communauté internationale des mathématiciens.

Or il semble que Schwartz ait fait forte impression lors de ses exposés, à Nancy lors du colloque d'Analyse Harmonique, ou encore lors de son séjour au Danemark⁽³³⁾.

Schwartz lui-même relie ces deux événements dans son souvenir, en se rappelant de Bohr à l'occasion de la parution de ses œuvres complètes : outre l'« exceptionnelle sympathie » qu'il avait pour lui, Bohr reste pour lui « lié [...] à [s]on premier colloque international, à [s]on premier voyage à l'étranger, et à la médaille Fields ! »⁽³⁴⁾

Le cas de Schwartz a donc réalisé les objectifs des colloques financés par la Fondation Rockefeller, qui ont ici lancé un jeune mathématicien français sur la scène

⁽³²⁾ Il y donne en particulier un cours sur les distributions, et y rencontre Dirac. Lors de ce voyage, Schwartz renonce à se rendre aux États-Unis, ainsi qu'à Mexico, parce qu'il n'a pu obtenir un visa à cause de ses engagements politiques antérieurs. L'histoire du visa de Schwartz mobilise un grand nombre de mathématiciens, français et américains.

⁽³³⁾ Voir ainsi Mandelbrojt : « Il est certain qu'ils furent tous fortement impressionnés par l'exposé de Schwartz. D'ailleurs, Bohr, n'était-il pas de la commission qui décerna en 1950 la médaille Fields à Laurent Schwartz pour sa théorie des distributions. » Archives de l'Académie des Sciences, Dossier biographique Laurent Schwartz. Comité Secret du 4 novembre 1974. Rapport sur les travaux de M. Laurent Schwartz (né en 1915). Professeur à l'École Polytechnique. Par S. Mandelbrojt

⁽³⁴⁾ Lettre de Schwartz à Jessen, 26 décembre 1953. Børge Jessen Papers, The Archive, Institute for Mathematical Sciences, University of Copenhagen.

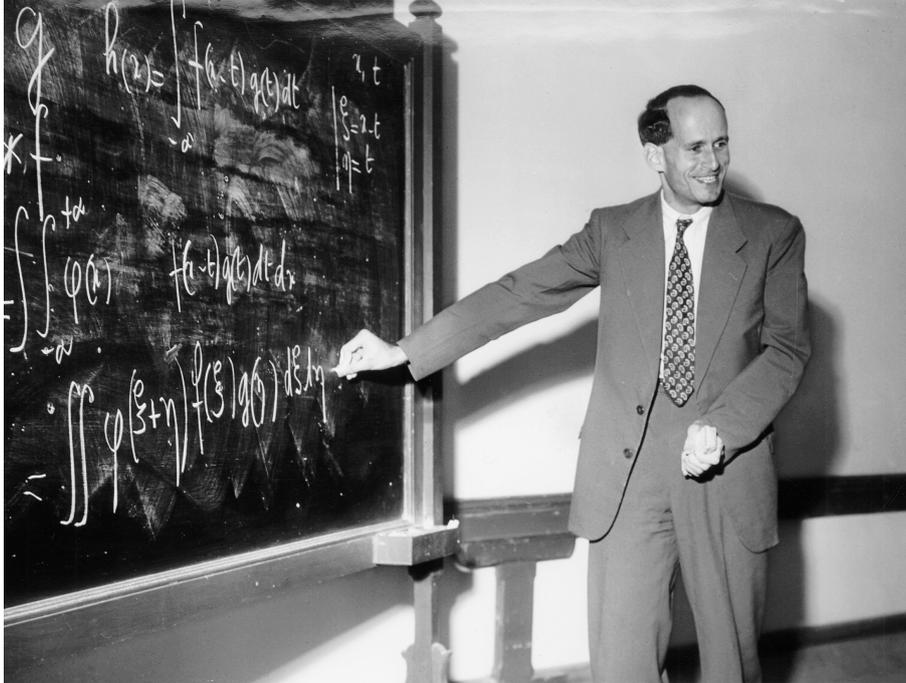


FIGURE 2. Laurent Schwartz, 5 octobre 1952, Montevideo, Uruguay.
©Archives familiales Laurent Schwartz

internationale, tout un faisant progresser un thème de recherche, ici l'analyse harmonique. L'expérience obtenue par Schwartz en terme d'organisation de la vie collective des mathématiciens et sa conception du colloque dans le début d'une carrière mathématique l'amènent à réinvestir les colloques ultérieurs auxquels il participe. Il y fait figure d'expert, et jouer un rôle actif pour que le colloque soit pour ses étudiants un tremplin comme celui de 1947 l'a été pour lui.

Références

- [1] *1903-2003 : Un siècle de mathématiques à Nancy* – Institut Elie Cartan, Nancy, 2003.
- [2] *Laurent Schwartz (1915-2002), Supplément au n° 98 de la Gazette des Mathématiciens* – Paris, Société Mathématique de France, 2003.
- [3] M. AUDIN – *Correspondance entre Henri Cartan et André Weil (1928-1991)*, Société Mathématique de France, 2011.
- [4] L. BEAULIEU – « Bourbaki à Nancy », in [1, p. 33-45], 2003.
- [5] S. BOCHNER – *Vorlesungen über Fouriersche Integrale*, Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft, 1932.
- [6] S. BOCHNER – « Review of *Théorie des distributions* by Laurent Schwartz [1950, 1951] », *Bulletin of the American Mathematical Society* **58**, (1952), p. 78–85.

- [7] T. CARLEMAN – « Sur l’application de la théorie des fonctions analytiques dans la théorie des transformées de fourier », in [9, p. 45-54], 1949.
- [8] H. CARTAN – « Quelques souvenirs d’une longue amitié », in [2, p.25-31], 2003.
- [9] C.N.R.S. (éd.) – *Analyse harmonique : Nancy, 15-22 juin 1947*, Colloques internationaux du Centre national de la recherche scientifique, XV, 1949.
- [10] C.N.R.S., S.M.F. (éd.) – *Équations aux dérivées partielles linéaires, orsay 1972*, Colloques internationaux du Centre national de la recherche scientifique, Asterisque 2-3, 1973.
- [11] C. O. KISELMAN – « Generalized Fourier transformations : the work of Bochner and Carleman viewed in the light of the theories of Schwartz and Sato », in *Microlocal analysis and complex Fourier analysis*, World Sci. Publ., River Edge, NJ, 2002, p. 166–185.
- [12] J. KRIGE – *American Hegemony and the Postwar Reconstruction of Science in Europe*, Cambridge : MIT Press, 2006.
- [13] J. LÜTZEN – *The Prehistory of the Theory of Distributions.*, Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences, Vol. 7. New York - Heidelberg - Berlin : Springer-Verlag. VIII, 1982.
- [14] K. H. PARSHALL & A. C. RICE (éds.) – *Mathematics Unbound : the Evolution of an International Mathematical Research Community 1800-1945*, American Mathematical Society, 2002.
- [15] A.-S. PAUMIER – « Laurent Schwartz (1915-2002) et la vie collective des mathématiciens », Thèse, Université Pierre et Marie Curie, juin 2014.
- [16] C. SCHWARTZ – « Autour des premiers travaux de Laurent Schwartz sur les distributions. », *Gazette des mathématiciens* **113** (2007), p. 113–118.
- [17] L. SCHWARTZ – « Généralisation de la notion de fonction, de derivation, de transformation de Fourier et applications mathématiques et physiques. », *Ann. Univ. Grenoble, Sect. Sci. Math. Phys., n. Ser.* **21** (1945), p. 57–74.
- [18] ———, « Sur une propriété de synthèse spectrale dans les groupes non compacts », *Comptes-Rendus de l’Académie des Sciences de Paris* **227** (1948), p. 424–426.
- [19] ———, « Théorie des distributions et transformation de Fourier », *Annales de l’Université de Grenoble* **23** (1948), p. 7–24.
- [20] ———, « Théorie des distributions et transformation de Fourier », in [9, p. 1-8], 1949.
- [21] ———, « Analyse et synthèse harmonique dans les espaces de distributions », *Canadian Journal of Mathematics* **3** (1951), p. 503–512.
- [22] ———, *Un mathématicien aux prises avec le siècle.*, Paris : Editions Odile Jacob, 1997.
- [23] R. SIEGMUND-SCHULTZE – *Rockefeller and the Internationalization of Mathematics Between the Two World Wars*, Birkhäuser, 2001.
- [24] H. WHITNEY – « On Ideals of Differentiable Functions », *American Journal of Mathematics* **70** (1948), no. 3, p. 635–658.
- [25] N. WIENER – *I am a mathematician : the later life of a prodigy : an autobiographical account of the mature years and career of Norbert Wiener and a continuation of the account of his childhood in Ex-prodigy*, M.I.T. Press, 1956.
- [26] D. T. ZALLEN – « The Rockefeller Foundation and French Research », *Cahiers pour l’histoire du CNRS* **5** (1989).

Anne-Sandrine PAUMIER

Institut des Hautes Études Scientifiques, 35 route de Chartres, 91440 Bures-sur-Yvette. Fondation Mathématique Jacques Hadamard. anne-sandrine.paumier@ens-lyon.org webusers.imj-prg.fr/~anne-sandrine.paumier/



Anne-Sandrine Paumier est post-doctorante à l'IHÉS. Elle a soutenu sa thèse en 2014 sur « Laurent Schwartz (1915-2002) et la vie collective des mathématiciens ». Ses travaux portent sur l'histoire des mathématiques au XX^{ème} siècle. Elle travaille actuellement sur l'histoire de l'IHÉS et ses voisins mathématiciens, ainsi qu'à la création d'un Fonds Grothendieck.

ANNE-SANDRINE PAUMIER, Institut des Hautes Études
Scientifiques, 35 route de Chartres, 91440 Bures-sur-
Yvette, Fondation Mathématique Jacques Hadamard.
E-mail : anne-sandrine.paumier@ens-lyon.org
Url : <http://webusers.imj-prg.fr/~anne-sandrine.paumier/>