SUR LA RELATION ENTRE CHARGES ET SPIN

F. LURÇAT

Institut de Physique, Faculté des Sciences, Lille

L. MICHEL

Physique Théorique et Hautes Energies, Orsay

(présenté par F. LURÇAT)

L'existence de particules de spin demi-entier, dont le vecteur d'état se transforme selon une représentation "à une phase près" du groupe de Lorentz inhomogène et non selon une représentation vraie, est généralement expliquée ainsi : comme $\varphi >$ et $e^{i\alpha}|\varphi >$ représentent le même état, il n'y a aucune raison pour exiger des représentations vraies.

Cette explication, cependant, laisse de côté un fait remarquable : il existe des particules qui se transforment selon une représentation vraie (photons et mésons). Par contre, les particules de spin demi-entier sont toutes des baryons ou des leptons. Plus précisément, soient b et l les charges baryonique et leptonique d'un état, j son moment cinétique : l'expérience montre qu'on a la relation :

$$(-1)^{2j} = (-1)^{b+l} \tag{1}$$

Nous proposons l'explication suivante de l'existence d'une relation de ce type. On sait qu'à toute règle de supersélection correspond un opérateur qui commute avec l'ensemble des observables ; tout vecteur d'état est vecteur propre de cet opérateur ; deux vecteurs d'état correspondant à des valeurs propres différentes sont séparés par la règle de supersélection. D'autre part, les seules règles de sélection <u>indépendantes</u> actuellement connues sont celles concernant les charges électrique (q), baryonique et leptonique. Nous supposerons donc que : <u>tout opérateur qui commute avec l'ensemble des observables est une fonction des opérateurs Q, B, L.</u> Par suite, l'opérateur unitaire qui réalise une transformation de Lorentz est défini, non seulement à "une phase près", mais à un opérateur unitaire près, de la forme :

$$\exp\,[if\,(Q,\ B,\ L)]$$

f étant une fonction réelle. Nous ne considèrerons que les fonctions linéaires, donc les opérateurs unitaires de la forme :

$$\exp\left[i\,(\alpha_o + \alpha_q Q + \alpha_b B + \alpha_l L)\right]$$

Ces opérateurs forment un groupe que nous appellerons <u>groupe de jauge</u> $\mathfrak{A}$. Les angles α_o, α_q, α_b, α_l correspondent respectivement : pour α_o, à la "phase arbitraire" qui intervient dans la définition de tout vecteur d'état ; pour α_q, α_b, α_l, aux transformations de jauge de première espèce relatives aux charges électrique, baryonique et leptonique. Les opérateurs unitaires qui réalisent les transformations de Lorentz forment donc une représentation du groupe de Lorentz $\mathcal{L}_o$ "à une jauge près" ; ceci revient à dire qu'ils forment une représentation d'une extension de $\mathcal{L}_o$ par $\mathfrak{A}$, c'est-à-dire d'un groupe $\mathcal{E}$ dont $\mathfrak{A}$ est sous-groupe invariant, le quotient $\mathcal{E}/\mathfrak{A}$ étant isomorphe à $\mathcal{L}_o$. (Remarquons que $\mathcal{L}_o$ désigne ici le groupe de Lorentz inhomogène <u>connexe</u>, c'est-à-dire sans les réflexions d'espace et de temps).

La théorie mathématique des extensions montre qu'il existe 16 classes d'extensions inéquivalentes de $\mathcal{L}_o$ par $\mathfrak{A}$; chacune de ces classes est caractérisée par une racine carrée de l'unité dans $\mathfrak{A}$, c'est-à-dire un élément de $\mathfrak{A}$ de la forme :

$$r = \exp\,[i\pi(\varepsilon_o + \varepsilon_q Q + \varepsilon_b B + \varepsilon_l L)]$$

où chaque ε vaut 0 ou 1. Tout état physique est état propre de r, avec la valeur propre 1 ou - 1 selon que le spin de l'état est entier ou demi-entier, c'est-à-dire que la valeur propre de r est $(-1)^{2j}$. D'autre part, pour cette valeur propre, nous avons une égalité de la forme :

$$(-1)^{2j} = \exp[i\pi(\varepsilon_o + \varepsilon_q q + \varepsilon_b b + \varepsilon_l l)] \tag{2}$$

où q, b, l sont les valeurs des charges pour l'état considéré. Le fait que parmi les 16 relations (2) possibles ce soit précisément (1) qui soit réalisée dans la nature implique pour les ε les valeurs :

$$\varepsilon_o = \varepsilon_q = 0 \qquad \varepsilon_b = \varepsilon_l = 1$$

La valeur de ε_o étant 0, cela montre que la phase arbitraire n'est pas liée à l'existence des particules de spin demi-entier ; cette existence est en relation directe avec celle des charges baryonique et leptonique.

Remarquons encore que le groupe d'invariance $\mathcal{S}$ n'est pas (contrairement à une opinion qui semble répandue) le produit direct de $\mathcal{L}_o$ par le groupe de jauge $\mathcal{C}$; ce produit direct correspond en effet à : $\varepsilon_o = \varepsilon_q = \varepsilon_b = \varepsilon_l = 0$. Le groupe d'invariance est une extension non triviale de $\mathcal{L}_o$ par les groupes de jauge baryonique et leptonique.

Nous étudions actuellement l'extension des résultats précédents au groupe de Lorentz complet (comprenant les réflexions d'espace et de temps), dans l'espoir d'expliquer la corrélation entre la conservation de la parité et celle d'autres nombres quantiques.

L'aspect mathématique de ce travail a été présenté dans une lettre : Nuovo Cimento, X, 21, 574, (1961).