Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires perpétuels

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Applications de la conservation de la parité en Mécanique quantique. I. Désintégration en deux ou trois bosons de masses non nulles.* Note de M. **Louis Michel**, présentée par M. Louis de Broglie.

Démonstration des règles rigoureuses de sélection données dans une publication précédente (¹) et s'énonçant : S, V, A, P désignant des bosons scalaire, vectoriel, pseudovectoriel et pseudoscalaire, les désintégrations spontanées interdites d'un boson en bosons distincts de masses $\neq 0$ sont SSP, PPP, SPV, SSA, PPA, SSSP, SPPP (où il n'est pas nécessaire de préciser quelle est la particule initiale).

L'invariance par rapport aux réflexions d'espace (à trois dimensions) de la théorie électromagnétique quantique est bien confirmée dans ses conséquences expérimentales et les physiciens l'admettent généralement pour les autres phénomènes de la microphysique. C'est ce qui est fait ici. Les représentations irréductibles de rang fini du groupe des rotations et retournements de l'espace euclidien à trois dimensions sont toutes connues (²), en les notant D_J^ε (avec $\varepsilon = \pm 1$) leur produit se décompose ainsi :

$$D_J^\varepsilon D_{J'}^{\varepsilon'} = D_{J+J'}^{\varepsilon\varepsilon'} + D_{J+J'-1}^{-\varepsilon\varepsilon'} + D_{J+J'-2}^{\varepsilon\varepsilon'} + \ldots + D_{J-J'}^{\varepsilon\varepsilon'(-1)^{2J'}} \qquad (J \geq J').$$

L'opérateur P qui transforme x, y, z, t en $-x$, $-y$, $-z$, t, a pour carré $P^2 = 1$, et a donc pour valeurs propres $\eta = \pm 1$. On voit qu'il commute avec le carré du moment cinétique, M^2, qui a pour valeurs propres $J(J+1)$. Les fonctions propres communes à ces deux opérateurs et correspondant aux valeurs propres η et $J(J+1)$ forment une représentation linéaire irréductible D_J^ε, avec $\eta = \varepsilon(-1)^J$.

Pour un système physique isolé, rapporté à un référentiel pour lequel son impulsion totale est nulle (référentiel du centre de masse), le moment cinétique J et la parité η sont des constantes du mouvement et ont donc une seule valeur possible si l'on exclut les cas exceptionnels de dégénérescence accidentelle. Les fonctions d'onde de l'état initial et l'état final de l'évolution spontanée de ce système doivent donc appartenir à la même représentation irréductible D_J^ε.

Dans ce qui suit on ne considérera que des bosons de masse non nulle; ils peuvent être constitués eux-mêmes de particules dans un état lié (par exemple noyaux d'atomes). La fonction d'onde d'un tel boson au repos appartient donc à la représentation D_S^ε où S est son spin, et $\varepsilon = 1$ pour un scalaire, vecteur, etc., $\varepsilon = -1$ pour un pseudoscalaire, etc. On rapportera un système de n parti-

---

(¹) L. Michel, *Progress in Cosmic Ray Physics*, Chap. 3, p. 132, North-Holland Publ. C°, Amsterdam, 1952.

(²) Par exemple E. Cartan, *Leçons sur la théorie des spineurs*, dont nous suivons ici les notations (Hermann, Paris, 1938).

cules S_n, ε_n, et de coordonnées x_n, aux coordonnées X_i (i de o à $n-1$), combinaisons linéaires des x_n; X_0 étant les coordonnées du centre de masse. Comme il est bien connu les coordonnées X_0 peuvent être séparées. Les parties spatiales $F(X_1, \ldots, X_{n-1})$ des fonctions d'onde peuvent être développées sur le système orthogonal et complet de fonctions de bases $\prod_{i=1}^{n} Y_{L_i}^{M_i}(\theta_i, \varphi_i) f_i(R_i)$ ($X_i : R_i$, $\theta_i \varphi_i$; Y_L^M fonction sphérique, f_i appartient à un ensemble arbitraire de fonctions orthogonales d'une variable $\geqq 0$). J et η étant le moment cinétique total et la parité du système on a $D_J^{\eta(-1)^J} = D_+ D_{L_2}^+ \ldots D_{L_{n-1}}^+ D_{S_1}^{\varepsilon_1} D_{S_2}^{\varepsilon_2} D_{S_3}^{\varepsilon_3} \ldots D_{S_n}^{\varepsilon_n}$ puisque les Y_L^M appartiennent à la représentation irréductible D_L^+.

A. *Désintégration spontanée d'un boson* S_0, E_0 *en deux bosons distincts* S_1, ε_1 *et* S_2, ε_2 *de masses* $\neq 0$.

On doit avoir $D_{S_0}^{\varepsilon_0} = D_L^+ D_{S_1}^{\varepsilon_1} D_{S_2}^{\varepsilon_2}$.

L'entier L doit alors satisfaire : $|S_0 - S_1 - S_2| \leqq L \leqq S_0 + S_1 + S_2$; lorsque $\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3 = 1$, L est de la forme S_0, $S_0 \pm 2$, $S_0 \pm 4$, ..., lorsque $\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3 = -1$, L est de la forme $S_0 \pm 1$, $S_0 \pm 3$, ...

Il y a toujours des solutions pour L (donc pas d'interdiction due à la conservation du moment angulaire), mais il n'y a qu'une valeur de L possible lorsque $|S_0 - S_1 - S_2| = S_0 + S_1 + S_2$ ce qui a lieu lorsque au moins deux des trois S sont nuls. On doit alors avoir $\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2 = 1$, d'où la règle :

Une désintégration A *est interdite* (³) *si deux des trois particules sont de spin* o *et si une seule, ou toutes les trois sont des particules « pseudo ».*

B. *Désintégration spontanée en trois bosons distincts de masses* $\neq 0$.

On doit avoir $D_{S_0}^{\varepsilon_0} = D_{L_1}^+ D_{L_2}^+ D_{S_1}^{\varepsilon_1} D_{S_2}^{\varepsilon_2} D_{S_3}^{\varepsilon_3}$.

On constate qu'il n'y a pas d'interdiction due à la conservation du moment cinétique, mais que dans le seul cas où $S_0 = S_1 = S_2 = S_3 = 0$, on a une règle de sélection due à la conservation de la parité, car on doit avoir $\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3 = 1$.

Règle (³) : *Une particule de spin* o *ne peut se désintégrer en trois particules de spin* o *si une ou trois de ces quatre particules sont pseudoscalaires.*

En se limitant aux particules de spin o ou 1 on a les règles de sélection déjà données (¹).

Il n'y a que deux représentations irréductibles du groupe $\mathfrak{S}_2$ des permutations de deux objets, la représentation symétrique, notée $+1$, l'antisymétrique notée -1; leur produit satisfait à la règle des signes. Dans le cas de la désintégration en deux bosons identiques I et II de masse $\neq 0$, la fonction d'onde du système doit être symétrique en I et II. On a alors $2X_0 = x_{\mathrm{I}} + x_{\mathrm{II}}$ et $2X_1 = x_{\mathrm{I}} - x_{\mathrm{II}}$ (antisymétrique), d'où D_L appartient à la représentation

---

(³) Ce résultat est en contradiction avec celui de Peaslee (*Helv. Phys. Acta*, 23, 1950, p. 845), qui ne trouve les même règles que pour deux particules finales de spin o et démontre qu'il n'y en a pas d'autres.

$\zeta = (-1)^L$ de $\mathfrak{S}_2$. D'autre part (en notant entre parenthèses après D la représentation de $\mathfrak{S}_2$)

$$D_S^{\varepsilon}(\mathrm{I})\, D_S^{\varepsilon}(\mathrm{II}) = D_{2S}^{+}(+) + D_{2S-1}^{-}(-) + \ldots + D_S^{+}(+) + \ldots + D_1^{-}(-) + D_0^{+}(+)$$

et (*voir* par exemple réf. ([2]), p. 66, en faisant $p = q$),

$$D_L^{+}(\zeta)\, D_S^{\varepsilon}(\mathrm{I})\, D_S^{\varepsilon}(\mathrm{II}) = D_{L+2S}^{+}(\zeta) + D_{L+2S-1}^{-}(\zeta) + D_{L+2S-1}^{-}(-\zeta) + 2\, D_{L+2S-2}^{+}(\zeta) + D_{L+2S-2}^{+}(-\zeta) + \ldots$$

Les termes qui appartiennent à la représentation antisymétrique sont interdits. Cela donne de nouvelles règles de sélection dans le seul cas suivant : $S_{\mathrm{I}} = S_{\mathrm{II}} = 0$ et l'on doit avoir $S_0 = L$ pair et $\varepsilon_0 = 1$.

Un boson « pseudo » ou un boson de spin impair ne peut se désintégrer en deux particules identiques de spin 0 ([4]).

En étendant le raisonnement ci-dessus à la désintégration en trois bosons de masses $\neq 0$ et dont deux sont sont identiques, aucune règle de sélection nouvelle n'apparaît. Ce cas s'applique à $\tau^{\pm} \to 2\pi^{\pm} + \pi^{\mp}$ et l'on en déduit que τ ne peut être scalaire si π est pseudoscalaire.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Théorie relativiste d'une expérience de Dufour et Prunier*. Note (*) de M. **André Metz**, présentée par M. Jean Becquerel.

Il s'agit de l'expérience de Sagnac avec interposition de corps réfringents fixes par rapport au laboratoire sur les trajets lumineux entraînés par le disque. Tenant compte de la forme de ces corps réfringents dans l'expérience telle qu'elle a été exécutée en 1941, la théorie ci-dessous donne comme retard des ondes d'un des faisceaux sur l'autre $4\omega\mathcal{A}(n/c^2)$ valeur conforme aux résultats expérimentaux.

Alexandre Dufour et Fernand Prunier ont réalisé en 1941 une expérience dont le dispositif était celui de Sagnac, avec interposition de tubes d'eau *fixes* sur les trajets de lumière entraînés par la rotation du disque. La théorie de cette expérience a été faite en partant d'éléments (longueurs, temps, vitesses) évalués dans le système de référence du laboratoire ([1]). Une interprétation a été également donnée en partant d'éléments mesurés sur le disque même ([2]), mais en supposant que les tubes soient fermés par des faces perpendiculaires aux rayons issus du centre du disque, de façon que la proportion des trajets dans l'eau et dans l'air ne soit pas modifiée par la rotation du disque.

En fait, cette condition n'était pas réalisée dans l'expérience telle qu'elle a été effectuée. Les tubes étaient fermés par des glaces perpendiculaires aux

([4]) Résultat bien connu : s'applique par exemple à $Be^8 \to 2\alpha$.

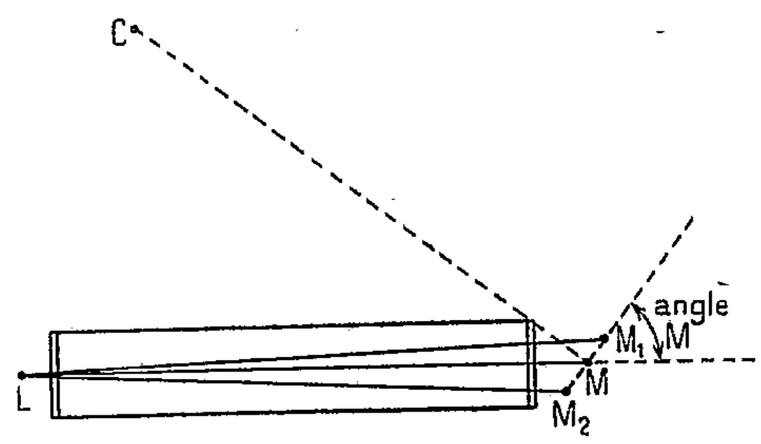
(*) Séance du 28 janvier 1952.

([1]) A. Metz et F. Prunier, *Comptes rendus*, 234, 1952, p. 185.

([2]) A. Metz, *Comptes rendus*, 234, 1952, p. 597.

directions des faisceaux lumineux, de sorte que sur chaque côté rectiligne du circuit *le parcours de la lumière dans l'eau était constant, par rapport au système de référence du laboratoire*, que le disque soit immobile ou en rotation.

Considérons, dans ce système de référence, un tel parcours rectiligne LM de longueur l, effectué par le premier faisceau (*fig.* 1). Si le disque tourne, pendant le temps que la lumière met à parcourir la distance l [temps égal à $l(n/c)$ si l'on considère le parcours dans l'air comme négligeable au total] le point M vient en M_1 tel que $MM_1 = \omega r l(n/c)$ r étant la mesure de CM.



Le parcours est donc allongé, par la rotation, de

$$LM_1 = LM = MM_1 \cos M_1 = l\omega r \cos M_1 \frac{n}{c}.$$

Cet allongement a lieu entièrement dans l'air.

Si l'on prend les mesures *sur le disque*, c'est le parcours total LM qui reste constant. On doit donc dire que le parcours dans l'eau est *réduit* par la rotation [3] dans la proportion de 1 à $1 - \omega r \cos \widehat{M}(n/c)$ et remplacé par un parcours dans l'air qui, au premier ordre, est égal à $l\omega r \cos M(n/c)$.

Le temps (relativiste) mis par la lumière pour accomplir le parcours LM n'est donc plus $\int dl(n'_1/c)$ [2] mais $\int dl[1 - \omega r \cos M(n/c)]n'_1/c + (l/c)\omega r \cos M(n/c)$, la sommation étant effectuée sur le parcours LM, et la vitesse de la lumière en chaque point du parcours étant c/n'_1 (l'*indice* n'_1 est variable en chaque point).

Le second faisceau exécute le même parcours en sens inverse, c'est-à-dire le parcours ML lorsque le disque ne tourne pas. Soit M_2 le point d'où doit partir la lumière lorsque le disque tourne, pour aboutir au même point L, la figure étant faite dans le système laboratoire (*fig.* 1). En vertu d'un raisonnement analogue au précédent, on voit qu'il y a, lorsqu'on passe aux éléments mesurés sur le disque, augmentation relative du parcours dans l'eau [3], et le

---

[3] Bien que nous ayons considéré les parcours dans l'air comme négligeables, au total, vis-à-vis des parcours dans l'eau, nous avons été conduit à tenir compte des *variations* de