

Comptes rendus
hebdomadaires des
séances de l'Académie
des sciences / publiés...
par MM. les secrétaires
perpétuels

Académie des sciences (France). Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires perpétuels. 1835-1965.

1/ Les contenus accessibles sur le site Gallica sont pour la plupart des reproductions numériques d'oeuvres tombées dans le domaine public provenant des collections de la BnF. Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n°78-753 du 17 juillet 1978 :

*La réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur et notamment du maintien de la mention de source.

*La réutilisation commerciale de ces contenus est payante et fait l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

Cliquer [ici](#) pour accéder aux tarifs et à la licence

2/ Les contenus de Gallica sont la propriété de la BnF au sens de l'article L.2112-1 du code général de la propriété des personnes publiques.

3/ Quelques contenus sont soumis à un régime de réutilisation particulier. Il s'agit :

*des reproductions de documents protégés par un droit d'auteur appartenant à un tiers. Ces documents ne peuvent être réutilisés, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.

*des reproductions de documents conservés dans les bibliothèques ou autres institutions partenaires. Ceux-ci sont signalés par la mention Source gallica.BnF.fr / Bibliothèque municipale de ... (ou autre partenaire). L'utilisateur est invité à s'informer auprès de ces bibliothèques de leurs conditions de réutilisation.

4/ Gallica constitue une base de données, dont la BnF est le producteur, protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle.

5/ Les présentes conditions d'utilisation des contenus de Gallica sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

6/ L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur, notamment en matière de propriété intellectuelle. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

7/ Pour obtenir un document de Gallica en haute définition, contacter reutilisation@bnf.fr.

invariant par $\text{adj}(G)$. Il vient : $\underline{G} = \underline{G}_1 + M_2$ avec $\underline{G}_1 \cap M_2 = 0$ et $[\underline{G}_1, M_2] \subset M_2$ ($\dim M_2 = \dim V^2$); de même, il existe un sous-espace N_1 de \underline{G}_1 tel que $\underline{G}_1 = \underline{H} + N_1$ avec $\underline{H} \cap N_1 = 0$ et $[\underline{H}, N_1] \subset N_1$ ($\dim N_1 = \dim V^1$). Le sous-espace $N = N_1 + H_2$ de \underline{G} , de dimension m , est supplémentaire de \underline{H} , invariant par $\text{adj}(H)$. Par la projection p , nous identifions T avec N et \tilde{H} avec $\text{adj}(H)$ opérant sur N . On a immédiatement $T^1 = pN_1$; le sous-espace $T'^2 = pM_2$ de T est supplémentaire de T^1 et invariant par \tilde{H} . Si \tilde{H} est à représentations inéquivalentes, T'^2 coïncide nécessairement avec T^2 (lemme de Schur) et par suite $M_2 \subset \underline{G}_2$. Le sous-espace M_2 étant ainsi choisi, nous pouvons trouver un sous-espace M_1 de \underline{G} tel que $\underline{G} = \underline{G}_2 + M_1$ avec $\underline{G}_2 \cap M_1 = 0$, $[\underline{G}_2, M_1] \subset M_1$ et $M_1 \subset \underline{G}_1$. On a $[M_1, M_2] = 0$ puisque ce crochet doit appartenir à la fois à M_1 et M_2 .

En appliquant à M_1 et M_2 le raisonnement même de la Note citée, on voit que pour tout système $V^1(x)$ de feuilles de V_m défini par la réductibilité, on peut trouver un sous-groupe connexe invariant Γ_1 de G laissant invariante chaque feuille $V_1(x)$ et opérant transitivement et effectivement sur $V^1(x_0)$. On en déduit en se ramenant à la décomposition canonique $\amalg W^a (a = 0, 1, \dots, k)$ de V_m .

THÉORÈME 4. — *Étant donné un espace homogène riemannien $V_m = G/H$ simplement connexe, où G est compact et \tilde{H} à représentations inéquivalentes, le groupe G admet un sous-groupe connexe invariant qui est le produit direct de sous-groupes Γ^a , où Γ^a laisse invariante chaque feuille $W^a(x)$ et opère transitivement et effectivement sur $W^a(x_0)$.*

(¹) *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 1410.

(²) \underline{G} désigne l'algèbre de Lie de G , p la projection canonique de G sur V_m , x_0 le point p de V_m . Le plus grand groupe connexe d'isométries de V_m est noté $I_0(V_m)$.

(³) Ce résultat a été établi par une autre méthode par MATSUSHIMA, *Sem. Nagoya Univ.*, 7, 1956.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Effets de polarisation dans la diffusion de Møller des électrons.* Note (*) de MM. **CLAUDE BOUCHIAT** et **LOUIS MICHEL**, présentée par M. Louis de Broglie.

L'un de nous a développé avec A. Wightman (¹) un formalisme covariant pour décrire la polarisation des particules de spin 1/2. Nous avons appliqué ce formalisme à l'électrodynamique quantique, en calculant des effets de polarisation dans la diffusion de Møller des électrons non polarisés. Le seul effet trouvé est une corrélation entre leurs polarisations finales. Nous indiquons comment mesurer cet effet.

Soient p_λ et $M_{\mu\nu} = -M_{\nu\mu}$ les dix opérateurs hermitiens infinitésimaux du groupe de Lorentz (²). Les opérateurs (³) $\mathcal{W}^\lambda = \varepsilon^{\lambda\mu\nu\rho} p_\mu M_{\nu\rho}$ commutent avec les p^μ et permettent de décrire les états de polarisation d'une particule.

Pour une particule de spin $1/2$, de masse m , d'impulsion et énergie données p^μ , ($p \cdot p = m^2$), ces états forment un espace vectoriel \mathcal{E} à deux dimensions.

Soit s^λ un pseudo-quadrivecteur tel que $s \cdot s = -1$; $s \cdot p = 0$. Quand $m \neq 0$, on peut prendre comme base de \mathcal{E} les deux vecteurs propres de l'opérateur $\omega^\lambda s_\lambda / m$, et dont les valeurs propres sont $\pm 1/2$. Les fonctions d'onde de ces deux états sont notées $u(p, \varepsilon s)$ avec $\varepsilon = \pm 1$; elles satisfont à l'équation de Dirac $(\mathbf{p} - m) u(p, \varepsilon s) = 0$.

Dans (1), on a montré que

$$(1) \quad u(p, s) \otimes u^+(p, s) = (4m)^{-1} (1 + i\gamma^5 \mathbf{s}) (\mathbf{p} + m).$$

Soient $\tau_i (i = 1, 2, 3)$, les matrices de Pauli. On montre que l'opérateur $\omega^\lambda s_\lambda / m$ est représenté dans \mathcal{E} , avec la base choisie, par la matrice $-(1/2)\tau_i s_i^\lambda$ (somme sur i), où $s_3^\lambda = s^\lambda$ et s_1^λ et s_2^λ sont deux autres quadrivecteurs tels que $s_1 \cdot s_1 = s_2 \cdot s_2 = -1$ et $\varepsilon^{\lambda\mu\rho\nu} p_\lambda s_{1\mu} s_{2\nu} s_{3\rho} = -m$.

Soient a et b deux électrons d'impulsion énergie p_a et p_b . La matrice statistique décrivant leur état de polarisation le plus général est une matrice 4×4 , agissant dans $\mathcal{E}_a \otimes \mathcal{E}_b$, et que nous écrirons :

$$(2) \quad \rho = (1 \otimes 1) + {}_a K_i (\tau_i \otimes 1) + {}_b K_j (1 \otimes \tau_j) + C_{ij} (\tau_i \otimes \tau_j).$$

Nous considérons la collision électron-électron $a + b \rightarrow c + d$. Pour l'état initial $\rho_0 = 1$ (particules non polarisées). Pour l'état final $\rho_f = M \rho_0 M^*$ où M est la matrice de collision (4), qui se calcule par la théorie quantique des champs (5). Nous nous limitons au premier ordre en $\alpha = e^2/4\pi$, posant $\hbar = c = 1$,

$$p_a \cdot p_b = p_c \cdot p_d = m^2 x, \quad p_a \cdot p_c = p_b \cdot p_d = m^2 \lambda, \quad p_a \cdot p_d = p_b \cdot p_c = m^2 \mu.$$

En utilisant (1), et partant de deux faisceaux non polarisés, on trouve pour ρ_f sous la forme (2) :

$${}_a K_i = {}_b K_j = 0, \quad C_{ij} = N_{ij}/D,$$

avec

$$\begin{aligned} -N_{ij} = & (c s_i \cdot d s_j) m^2 [x^2 - \lambda^2 - \mu^2 + 4(\lambda + \mu - x) + 3] (1 + \lambda) (1 + \mu) \\ & + (c s_i \cdot p_a) (d s_j \cdot p_b) (1 + \mu) [1 + \mu - 2(1 + \lambda) (x - \lambda)] \\ & + (c s_i \cdot p_b) (d s_j \cdot p_a) (1 + \lambda) [1 + \lambda - 2(1 + \mu) (x - \mu)] \\ & + [(c s_i \cdot p_a) (d s_j \cdot p_a) + (c s_i \cdot p_b) (d s_j \cdot p_b)] (1 + \lambda) (1 + \mu) (\lambda + \mu - x) \\ m^{-2} D = & (1 + \lambda)^2 (2 + x^2 + \mu^2 - 2\lambda) + (1 + \mu)^2 (2 + x^2 + \lambda^2 - 2\mu) \\ & + 2(1 + \lambda) (1 + \mu) (1 + x^2 - x - \lambda - \mu). \end{aligned}$$

Les faisceaux d'électrons c et d ne sont donc pas polarisés (${}_a K_i = {}_b K_j = 0$). Par contre l'existence du terme C_{ij} indique qu'il existe une « corrélation entre les spins » de deux électrons c et d issus d'un même choc. On peut mettre cette propriété en évidence de la façon suivante : On fait tomber un faisceau d'électrons monocinétique sur une cible mince au repos (6) d'énergie cinétique réduite ω . Puis les deux électrons secondaires c et d subissent chacun une

diffusion coulombienne d'angle θ_c et θ_d par une cible très mince de nombre atomique Z . Comme on le sait (7), une telle diffusion coulombienne est un analyseur partiel de polarisation. [Nous avons utilisé les calculs de R. H. Dalitz (8) sur la diffusion coulombienne]. Pratiquement cette expérience est plus aisée dans les conditions de symétrie suivantes. Le plan de la collision $abcd$ est horizontal, c et d ont la même énergie, $\theta_c = \theta_d = \theta$. Pour un observateur placé verticalement au lieu de la collision $a + b \rightarrow c + d$ et regardant fuir les élec-

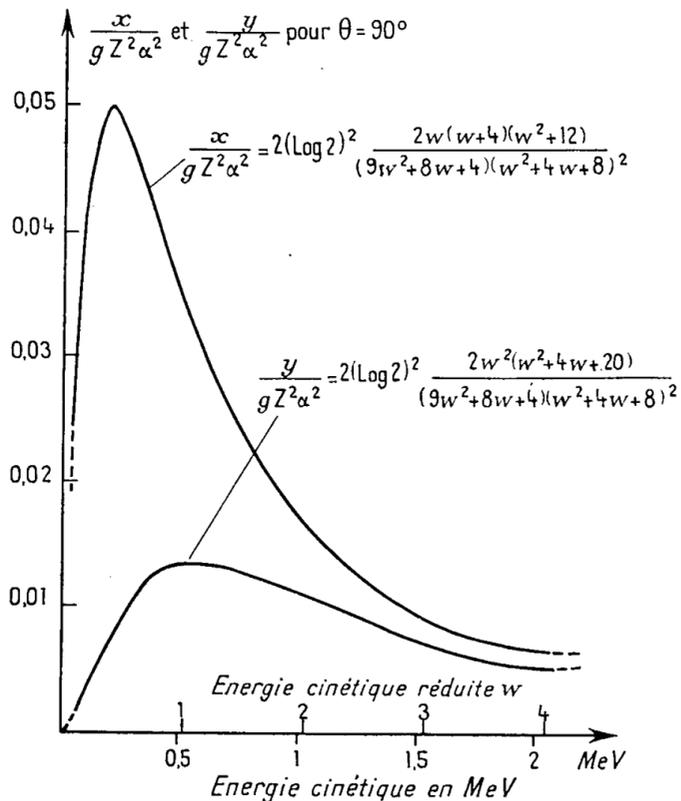


Fig. 1.

Fig. 1. — Valeurs de $x/gZ^2\alpha^2$ et $y/gZ^2\alpha^2$ en fonction de l'énergie de l'électron incident pour $\theta = 90^\circ$. Le facteur g dépend de la géométrie des compteurs enregistrant les diffusions coulombiennes : $(4/\pi^2) \leq g \leq 1$, ($g = 1$ pour des petits compteurs) (9).

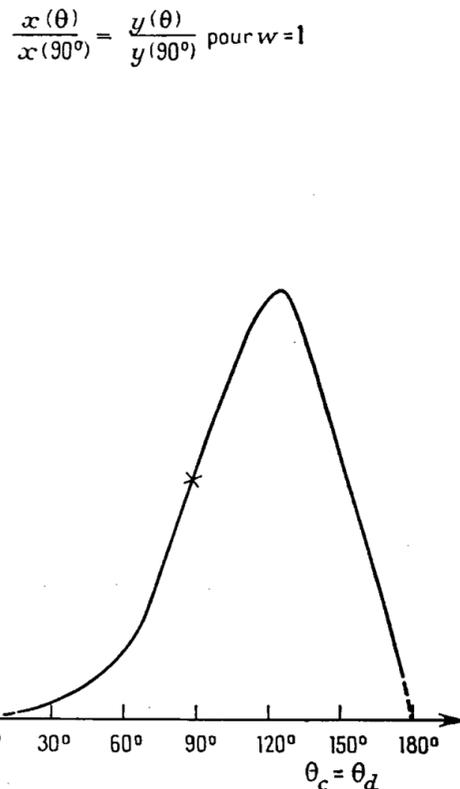


Fig. 2.

Fig. 2.

$$\text{On a } \frac{x(\theta)}{x(90^\circ)} = \frac{y(\theta)}{y(90^\circ)} = \frac{16 \left(\sin^6 \frac{\theta}{2} \right) \left(\text{Log} \sin \frac{\theta}{2} \right)^2 (w^2 + 4w + 8)}{\left(\cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \left[w(w+4) \left(\cos^2 \frac{\theta}{2} \right) + 4 \right]}$$

La courbe ci-dessus donne ce rapport pour $w = 1$.

trons c et d , nous notons G_c, D_c, H_c, B_c le nombre d'électrons c déviés (dans la diffusion coulombienne) respectivement à gauche, à droite, en haut, en bas ($G_c = D_c = H_c = B_c$ puisque $\mathbf{K}_i = 0$). Mais si l'on compte *en coïncidence* les électrons c et d provenant d'une *même* collision $a + b \rightarrow c + d$, on pourra mesurer les rapports :

$$1 + 2x = \frac{G_c G_d + D_c D_d}{G_c D_d + D_c G_d}; \quad 1 + 2y = \frac{H_c H_d + B_c B_d}{H_c B_d + B_c H_d}.$$

La figure 1 donne les valeurs calculées de x et y pour $\theta_c = \theta_d = 90^\circ$ en fonc-

tion de l'énergie cinétique réduite w de l'électron incident a . La dépendance de x et y par rapport à θ est donnée dans la courbe de la figure 2 (l'effet est plus grand pour $\theta = 120^\circ$, mais le taux de comptage est plus petit que pour $\theta = 90^\circ$). Le rapport $y/x = w(20 + 4w + w^2)/(4 + w)(12 + w^2)$ est indépendant de θ .

(*) Séance du 9 juillet 1956.

(1) L. MICHEL et A. S. WIGHTMAN, *Phys. Rev.*, **98**, 1955, p. 1170.

(2) Notations : $g^{00} = -g^{11} = -g^{22} = -g^{33} = 1$; $p^\mu p_\mu = p \cdot p = m^2$. On définit

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = -2g^{\mu\nu}; \quad \gamma_\mu = g_{\mu\nu} \gamma^\nu; \quad \mathbf{p} = i\gamma^\mu p_\mu.$$

A est une matrice telle que $(A i\gamma^\mu)^* = A i\gamma^\mu$; * indique hermitique conjugué. \bar{a} est le complexe conjugué de a ; et $u^+ = \bar{u}A$. On pose $\gamma^5 = \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3$; $\varepsilon^{\lambda\mu\nu\rho}$ est un tenseur complètement antisymétrique avec $\varepsilon^{0123} = 1$. Le produit tensoriel est noté \otimes .

(3) V. BARGMANN et E. WIGNER, *Proc. Nat. Acad. Sc.*, **34**, 1948, p. 211.

(4) L. WOLFENSTEIN et J. ASHKIN, *Phys. Rev.*, **85**, 1952, p. 947.

(5) Voir par exemple JAUCH et ROHRlich, *Theory of Photons and Electrons*, Cambridge, mass 1955, p. 253.

(6) La formule théorique de la section efficace de Møller a été vérifiée par divers expérimentateurs et récemment par ASHKIN, PAGE et WOODWARD, *Phys. Rev.*, **94**, 1954, p. 357 pour des électrons de 0,6 à 1,2 MeV.

(7) N. F. MOTT, *Proc. Roy. Soc., A*, **124**, 1929, p. 425.

(8) R. H. DALITZ, *Proc. Roy. Soc., A*, **206**, 1951, p. 509.

(9) Plus précisément, si pour la mesure de x (respectivement y), on enregistre les diffusions coulombiennes c et d dont les plans font avec la verticale (respectivement l'horizontale) un angle φ en valeur absolue $\leq \omega$, on a $g^{\frac{1}{2}} = \left(\int_0^\omega \cos \varphi d\varphi \right) / \int_0^\omega d\varphi$.

De $0 \leq \omega \leq \pi/2$, on déduit $1 \geq g \geq (4/\pi^2)$.

ÉLECTRICITÉ. — Sur une partie réelle associée à l'impédance d'un circuit purement réactif. Note (*) de M. CHARLES LAFLEUR, transmise par M. Frans van den Dungen.

La théorie des circuits à minimum de réactance s'étend aux circuits réactifs quelconques lorsque l'on ajoute à l'impédance classique une partie réelle qui a la forme d'une distribution de L. Schwartz.

1. En fonction de la variable complexe $p = \alpha + j\omega$ toute impédance purement réactive admet le développement en fonction de Foster (1)

$$(1) \quad Z(p) = Ap + \frac{B}{p} + \sum_v \frac{C_v p}{p^2 + \sigma_v^2}$$

En fonction de la fréquence ω , une impédance purement réactive s'exprime