Nous pouvons encore calculer

$$\mathrm{Tr}\ \mathcal{P}(\underline{p},\ \underline{s},\ \xi)\,\Gamma^{(i,a)}$$

nous trouvons

pour $i = 0$ $\langle v^{+}(\underline{p},\underline{s},\xi),\ v(\underline{p},\underline{s},\xi)\rangle = \mathrm{Tr}\,\mathcal{P} = m$ scalaire

$i = 1$ $\langle v, i\gamma^{\mu} v\rangle = \mathrm{Tr}\,\mathcal{P} i\,\gamma^{\mu} = p^{\mu}$ vecteur

$i = 2$ $\langle v, \sigma^{\mu\nu} v\rangle = \mathrm{Tr}\,\mathcal{P}\sigma^{\mu\nu} = \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} s_{\alpha} p_{\beta}$ tenseur anti-symétrique de rang 2

$i = 3$ $\langle v, \gamma^{5}\gamma^{\mu} v\rangle = \mathrm{Tr}\,\mathcal{P}\gamma^{5}\gamma^{\mu} = m s^{\mu} + \xi p^{\mu}$ pseudovecteurs

$i = 4$ $\langle v, \gamma^{5} v\rangle = \mathrm{Tr}\,\mathcal{P}\gamma^{5} = 0$

## V.5 LA CONJUGAISON DE CHARGE

### 5.1. Définition de la conjugaison dans $h_p^D$

Nous avons étudié en 2.1 la représentation linaire $\Lambda \to S(\Lambda)$ à un signe près, de $\mathcal{L}^\uparrow$ sur l'espace à 4 dimensions E des spineurs de Dirac w.

Pour les $w \in E$, $\bar{v} A w = v^+ w$ est une forme linéaire en w qui définit donc un isomorphism entre $\bar{E}$ et le dual E' de E

$$E' \ni \varphi_{\bar{v}}, \quad \varphi_v(w) = v^+ w \to \bar{v} \in \bar{E} \tag{118}$$

L'espace $\bar{E}$ est le complexe conjugué de E, c'est-à-dire, même loi d'addition des vecteurs dans E et $\bar{E}$, mais un scalaire opère sur les vecteurs de $\bar{E}$ comme son complexe conjugué opère sur ceux de E. Une telle correspondance entre E et $\bar{E}$ est un "antiisomorphisme".

Nous avons vu de plus que la forme sesquilinéaire $\bar{v} A w$ sur E (c'est une forme bilinéaire sur $\bar{E} \times E$) est invariante par $\mathcal{L}^\uparrow$. Nous avons aussi établi l'existence de la forme bilinéaire antisymétrique (on dit encore forme symplectique) v D w, invariante pour $\mathcal{L}^\uparrow$ (en prenant $\varepsilon_p^2 = 1$). Cela établit donc un isomorphisme

$$E' \ni \psi_v, \; \psi_v(w) = v D w \longleftrightarrow v \in E \tag{119}$$

entre E et son dual. Par composition des deux isomorphismes

$$E_{\psi_v} \xrightarrow{\psi} E_{\psi_v} \xrightarrow{\varphi^{-1}} \bar{E}$$

on obtient donc un isomorphisme entre E et $\bar{E}$, c'est-à-dire un antiisomorphisme

$$v \to v^c$$

de E qui est invariant par $\mathcal{L}^\uparrow$ et qui est défini par

$$\bar{v}\, A \;=\; v^c\, D \tag{119'}$$

soit d'après (25)

$$v^c \;=\; \bar{v}\, C^{-1T} \;=\; C^{-1}\, \bar{v} \tag{120}$$

Cet antiisomorphisme $v \longleftrightarrow v^c$ est dit "conjugaison de charge". La raison physique de cette appellation n'apparaîtra qu'au chapitre suivant. Nous en poursuivrons alors l'étude.

Notons simplement les relations entre l'antiisomorphisme C $v \xrightarrow{C} v^c$ qui est une involution ($C^2 = 1$) et l'isomorphisme $v \xrightarrow{P} \varepsilon_P \gamma^o v$ qui représente l'inversion d'espace ($P^2 = \varepsilon_P^2$). On a

$$PC \;=\; \varepsilon_P^2\, CP \quad \text{et} \quad (PC)^2 \;=\; (CP)^2 \;=\; -\,1 \tag{121}$$

Notons enfin que nous aurions pu choisir pour $E' \overset{\psi}{\longleftrightarrow} E \quad \psi_v(w) = v\, B\, w$, ce qui nous aurait conduit à

$$v^c \;=\; \gamma^5\, C^{-1}\, v \tag{122}$$

mais cela ne correspond pas à l'électrodynamique quantique. Nous étendrons la définition de l'antiisomorphisme C à $h_p^D$ par

$$v^c(\underline{p}) \;=\; C^{-1}\, \bar{v}(\underline{p}) \tag{123}$$

(Nous évitons la définition plus usuelle $v^c(\underline{p}) \;=\; C^{-1}\, \bar{v}(-\underline{p})$ pour ne pas introduire les énergies négatives, mais évidemment $v^c(p)$ correspond bien aux fréquences négatives du champs $\psi(x)$, comme nous le verrons).

Par contre, nous allons voir que cet antiisomorphisme C de $h_p^D$ restreint à $\bar{h}_p$ fait sortir du sous-espace à deux dimensions $h_{\underline{p}}$

## 5.2 Une notation encore plus générale

Posons

$$\boxed{v^{(M)}(\underline{p},\ \underline{s},\ \xi) = \begin{cases} v(\underline{p},\ \underline{s},\ \xi) & \text{pour } M = 1 \\ v^{c}(\underline{p},\ \underline{s},\ \xi) & \text{pour } M = -1 \end{cases}} \qquad (124)$$

Pour alléger l'écriture nous n'écrirons pas toujours explicitement les variables $\underline{p}$, $\underline{s}$, $\xi$.

De 119' et 119 on a (notant que C est involutif)

$$u^{(M)} = C^{-1}\ \bar{u}^{(-M)} \qquad (125)$$

$$u^{(M)+} = u^{(-M)} D \qquad (125')$$

Nous pouvons donc étendre les formules 113' et 113", en posant :

$$\mathcal{P}^{(M)}(\underline{p},\ \underline{s},\ \xi) = v^{(M)}(\underline{p},\ \underline{s},\ \xi) \otimes v^{(M)+}(\underline{p},\ \underline{s},\ \xi) = v^{(M)} \otimes v^{(-M)} D \qquad (126)$$

et pour $-s^{2} + \xi^{2} = 1$, le projecteur $\rho^{(M)}(\underline{p},\ \underline{s},\ \xi)$ est défini par

$$\rho^{(M)}\ v^{(M)} = v^{(M)}, \quad v^{(M)+}\ i\gamma^{o}\ \rho^{(M)} = v^{(M)+}\ i\gamma^{o} \qquad (126')$$

et de (126) et (125') on déduit, grâce à (33)

$$\mathcal{P}^{(-M)} = v^{(-M)} \otimes v^{(M)} D = (\quad {}^{(M)} D^{-1})^{T}\ D = -\ D^{-1}\quad {}^{(M)T}\ D$$

grâce à (36), de

$$\mathcal{P}^{(+)}(\underline{p},\ \underline{s},\ \xi) = \frac{1}{4}\ (1 + i\gamma^{5}\not{s} + i\gamma^{5}\xi)(\not{p} + m)$$

on déduit

$$\mathcal{P}^{(-)}(\underline{p},\ \underline{s},\ \xi) = \frac{1}{4}(1 + i\gamma^{5}\not{s} - i\gamma^{5}\xi)(\not{p} - m)$$

d'où la généralisation de (113")

$$\mathcal{P}^{(M)}(\underline{p}, \underline{s}, \xi) = v^{(M)}(\underline{p}, \underline{s}, \xi) \otimes v^{(M)+}(\underline{p}, \underline{s}, \xi) \qquad (127)$$

$$= \frac{1}{4}(1 + i\gamma^5 \not{s} + i\gamma^5 M\xi)(\not{p} + Mm)$$

et

$$\rho^{(M)}(\underline{p}, \underline{s}, \xi) = \frac{1}{4p^o}(1 + i\gamma^5 \not{s} + i\gamma^5 Mm\xi)(\not{p} + Mm)i\gamma^o \qquad (127')$$

Cela nous montre que $v^c(\underline{p})$ n'est pas dans $h_{\underline{p}}$ puisqu'il ne satisfait pas à l'équation de Dirac $(\not{p} - m)\, v(p) = 0$ mais à $(p + m)\, v(\underline{p}) = 0$.

De

$$\mathrm{Tr}\rho^{(M)}(\underline{p}, \underline{s}, \xi)\rho^{(M')}(\underline{p}, \underline{s}', \xi') = |\langle v^{(M)}(p, S, \xi), v^{(M')}(\underline{p}, \underline{s}', \xi')\rangle|^2 \qquad (128)$$

nous pouvons étudier la structure de $h_{\underline{p}}^D$ comme espace d'Hilbert à 4 dimensions et la position relative de $h_{\underline{p}}$ et $h_{\underline{p}}^c$ (engendré par les $v^c(p)$), $h_{\underline{p}}$ et $h_{\underline{p}}^c$ ne sont pas orthogonaux bien que $h_{\underline{p}} \cup h_{\underline{p}}^c$ engendre linéairement tout $h_{\underline{p}}^D$ (autrement dit les vecteurs $v^{(M)}(\underline{p}, \varepsilon\underline{s})$ pour $\underline{p}$, $\underline{s}$ donnés et les 4 couples de valeurs de M, $\varepsilon$, forment une base de $h_{\underline{p}}^D$ mais qui n'est pas orthogonale) lorsque $m \neq 0$. Le cas de la masse nulle mérite une étude spéciale.

## 5.3 La transformation de Pauli-Gürsey pour les particules de Dirac de masse nulle.

Lorsque m = 0, $v(p)$ et $v^c(p)$ satisfont l'équation de Dirac $\not{p}v^M(p) = 0$ et (127') nous montre que

$$\rho^{(M)}(\underline{p}, \underline{s}, \xi) = \rho^{(-M)}(\underline{p}, \underline{s}, -\xi) \qquad (129)$$

En prenant pour base dans $h_{\underline{p}}$ les polarisations circulaires $v(p, \varepsilon)$ avec $\varepsilon = \pm 1$, on vérifie que l'on peut prendre (en fixant une phase arbitraire)

$$v^c(\underline{p}, \varepsilon) = v(\underline{p}, -\varepsilon) \qquad (130)$$

soit, dans nos notations condensées

$$v^{(-M)}(\underline{p}, \varepsilon) = \overset{(M)}{v}(\underline{p}, -\varepsilon) \tag{131}$$

Ce qui nous permet de généraliser encore (116') en :

$$m = 0, \quad v^{(M)}(p, \varepsilon) \otimes v^{(M')}{}^{+}(p, \varepsilon') = \frac{1}{4}\left(\delta_{\eta\varepsilon} + i\gamma^5 \left(\not{p}^{(0)} \tau^{(1)}_{\eta\varepsilon} \not{p}^{(2)} \tau^{(2)}_{\eta\varepsilon}\right) + iM\gamma^5 \tau^{(3)}_{\eta\varepsilon}\right)\not{p} \tag{132}$$

où $\eta = MM'\varepsilon'$

Soit $\sigma$ une **matrice** unitaire 2 x 2, une nouvelle base de $h_{\underline{p}}$ sera donné par

$$v'^{(M)}_{\varepsilon}(p) = \sigma_{\varepsilon\eta}\, v^{(M)}(p, \eta) \qquad (\Sigma_\eta \text{ sous-entendu}) \tag{133}$$

où les $v'^{(M)}_{\varepsilon}$ seront des états généraux de polarisation.

En utilisant la relation (132) on peut encore écrire (133) :

$$v'^{(M)}_{\varepsilon}(p) = \sigma_{\varepsilon\eta}\, v^{(\eta M)}(p, +) = \sigma_{\varepsilon\eta}\, v^{(-\eta M)}(p, -) \tag{134}$$

L'invariance de la théorie quantique des champs de Dirac de masse nulle pour les transformations unitaires unimodulaires reliant les états conjugués de charge a été étudié systématiquement par Pauli, N. Cim. 6, 204 (1957).

## V.6 LES AMPLITUDES COVARIANTES DE DIRAC

### 6.1 But et méthode générale

Notre but est de donner explicitement des expressions de la forme :

$$v_1^{(M_1)+}(\underline{p}_1,\underline{s}_1,\xi)\Gamma^{[i,\alpha]}v_2^{(M_2)}(\underline{p}_2,\underline{s}_2,\xi_2) = \mathrm{Tr}\, v_2^{(M_2)}(\underline{p}_2,\underline{s}_2,\xi_2)\, v_1^{(M_1)+}(p_1,s_1,\xi_1)\Gamma^{[i,\alpha]} \qquad (135)$$

Indiquons une méthode générale pour obtenir ces expressions à une phase près.

Pour alléger les notations nous notons (127) :

$$\mathcal{P}^{(M)}(\underline{p},\ \underline{s},\ \xi) = v_1^{(M)}(\underline{p},\ \underline{s},\ \xi) \otimes v_1^{(M)+}(\underline{p},\ \underline{s},\ \xi) \quad \text{par} \quad \mathcal{P}_1 = v_1 \otimes v_1^+ \qquad (136)$$

Nous avons alors

$$v_1 \otimes v_2^+ \ (v_1^+ v_2) = \mathcal{P}_1\ \mathcal{P}_2 \qquad (136')$$

et de :

$$v_2^+ v_1 = \overline{v_1^+ v_2} \qquad (137)$$

nous déduisons

$$|v_1^+ v_2|^2 = |v_2^+ v_1|^2 = \mathrm{Tr}\ \mathcal{P}_1\ \mathcal{P}_2 \qquad (137')$$

Si $\mathrm{Tr}\ \mathcal{P}_1\mathcal{P}_2 \neq 0$ nous avons alors en fixant la phase arbitraire :

$$v_1 \otimes v_2^+ = \mathcal{P}_1\mathcal{P}_2(\mathrm{Tr}\ \mathcal{P}_1\mathcal{P}_2)^{-1/2} \qquad (138)$$

Si $\mathrm{Tr}\ \mathcal{P}_1\mathcal{P}_2 = 0$, il suffira de prendre une matrice inversible $X = x_A\Gamma^A$, $x_A$ réel telle que

$$v_2^+\ Xv_1 \neq 0$$

De telles matrices existent (sinon on n'aurait pour tout A, $\mathrm{Tr}\, v_1 \otimes v_2^+ \Gamma^A = 0$, ce qui impliquerait $v_1 \otimes v_2^+ = 0$) et l'art sera de les choisir. On obtient alors, par la même méthode,

$$v_1 \otimes v_2^+ = \mathcal{P}_1 X \mathcal{P}_2 \ (\mathrm{Tr}\ \mathcal{P}_1 X \mathcal{P}_2 X)^{-1/2} \qquad (138')$$

Nous laissons au lecteur le soin d'établir explicitement des formules générales. Nous allons donner ici des tables générales pour deux cas.

## 6.2 Amplitudes pour deux particules de masses $\neq 0$ et tétrade associées.

Il est facile de considérer des particules de masses différentes en notant que v est homogène de dimension $m^{1/2}$ ce qui nous permet d'écrire 127

$$v^{(M)}(m_1\underline{u}, \underline{s}) \otimes v^{(M)+}(m_2\underline{u}, \underline{s}) = \frac{(m_1 m_2)^{\frac{1}{2}}}{4} (1 + i\gamma^5 \not{s})(\not{u} + M) \quad (139)$$

où

$$\underline{u}^2 = 1 \quad \underline{s}^2 = -1, \quad \underline{u}.\underline{s} = 0 \qquad (139')$$

Grâce à (17) nous pouvons alors écrire

$$v^{(M)}(m_1\, u', \underline{s}') \otimes v^{(M)+}(m_2\underline{u}, \underline{s}) = \frac{(m_1 m_2)^{\frac{1}{2}}}{4} S(\Lambda)(1 + i\gamma^5 \not{s}) \ (\not{u} + m) \qquad (140)$$

où

$$\underline{u}'^2 = \underline{u}^2 = 1 \quad \underline{u}'.\underline{s} = \underline{u}.\underline{s} = 0 \quad \underline{s}'^2 = \underline{s}^2 = -1 \quad \underline{u}' = \Lambda\, \underline{u}, \ \underline{s}' = \Lambda \underline{s} \qquad (140')$$

La transformation $\Lambda$ est déterminée modulo le groupe à un paramètre (isomorphe à $U_1 \ni e^{i\varphi}$) laissant invariant $\underline{u}$ et $\underline{s}$; ces dernières transformations multiplient simplement $\mathcal{P}^M(m_2\, \underline{u}, \underline{s})$ par la phase $e^{i\varphi}$.

Dans le cas particulier où $\underline{u} = \underline{u}'$, si $\underline{s}' = \pm\, \underline{s}$ (140) est donné par (116) légèrement généralisé

$$v^{(M)}(m_1\underline{u}_1\varepsilon'\underline{n}^{(3)}) \otimes v^{(M)+}(m_2\underline{u},\varepsilon n^{(3)}) = \frac{\sqrt{m_1m_2}}{4}(\delta_{\varepsilon\varepsilon'}+i\gamma^5\vec{\gamma}\,\vec{\tau}_{\varepsilon\varepsilon'})(\not{u}+m) \qquad (141)$$

si $\underline{u} = \underline{u}'$, $\underline{s}' + \underline{s} \neq 0$ on peut prendre $\Lambda = \Sigma_{s+s'}$ on trouve alors aisément :

$$v^{(M)}(m_1\underline{u},\varepsilon'\ \underline{n}^{(3)}) \otimes v^{(M)+}(m_2\underline{u},\underline{s}) = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{m_1m_2}{2(1-s.s')}}(1+i\gamma^5\not{s}')(\not{u}+m) \qquad (142)$$

résultat que donne encore la méthode générale exposée en 6.1.

Nous laissons au lecteur le soin d'écrire explicitement

$$v^{(M_1)}(\underline{p}_1,\ \underline{s}_1,\ \xi_1) \otimes v^{(M_2)+}(\underline{p}_2,\ \underline{s}_2,\ \xi_2)$$

par la même méthode générale.

Nous donnons simplement ici la table 2, qui nous sera utile par la suite.

TABLE 2

Pour les tétrades conjuguées $\underline{u}' = \Lambda_{\underline{u}'\underline{u}}\underline{u}$, $\vec{\underline{n}}' = \Lambda_{\underline{u}'\underline{u}}\vec{\underline{n}}$

où $\Lambda_{\underline{u}'\underline{u}} = \Sigma_{\underline{u}'+\underline{u}}\Sigma_{\underline{u}}$

---

$$v^{(M)}(m_1\ \underline{u}',\ \varepsilon'\ \underline{n}'_3) \otimes v^{(M)+}(m_2\ \underline{u},\ \varepsilon\ \underline{n}_3)$$

$$= M\frac{\sqrt{m_1m_2}}{4K}(\not{u}'+M)(\delta_{\varepsilon\varepsilon'}+i\gamma^5\vec{\not{n}}.\vec{\tau}_{\varepsilon\varepsilon'})(\not{u}+M)$$

où

$$K = \sqrt{2(\underline{u}.\underline{u}'+1)}$$

En développant, on obtient

$$= \frac{M\sqrt{m_1 m_2}}{4K}\; X$$

où

$$X = \mathbf{1}\,\frac{K^2}{2} + \mathbf{1}\left[M(u'+u)_\mu + iB_\mu\right] i\gamma^\mu - \left[\mathbf{1}\, i(u' \wedge u)_{\mu\nu} + \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}(u'+u)^\rho A^\sigma\right]\sigma$$

$$+ \left[\left(\frac{K^2}{2} A_\mu - u_\mu(\underline{A}\cdot u')\right)\right]\gamma^5\gamma^\mu + im\underline{A}\cdot\underline{u}'\,\gamma^5$$

où

$$1 = \delta_{\varepsilon\varepsilon'}\,, \qquad \underline{A} = \underline{\vec{n}}\cdot\vec{\tau}_{\varepsilon\varepsilon'} \qquad B^\mu = \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\, u'_\nu\, u_\rho (A_\sigma)_{\varepsilon\varepsilon'}$$

## 6.3 Une particule de masse ≠ 0 et une particule de masse nulle

Cela nous servira souvent pour le couple de leptons $\mu\nu$ ou $\varepsilon\nu$. Nous ne nous intéresserons qu'à la polarisation circulaire de la masse nulle.

De

$$v^M(\underline{p}, \underline{s}) \otimes v^{(M)+}(\underline{p}, \underline{s}) = \frac{1}{4}\,(1 + i\gamma^5 \not{s})\,(\not{p} + Mm)$$

et de

$$v^M(\underline{q}, \xi) \otimes v^{(N)+}(\underline{q}, \xi) = \frac{1}{4}\,(1 + iN\gamma^5\xi)\not{q}$$

nous déduisons

$$v^N(\underline{q}, \xi)\, v^{(M)+}(\underline{p}, \underline{s}) = \frac{1}{8\sqrt{\underline{q}\cdot\underline{p} - m\xi MNq\cdot s}}(1+iN\xi\gamma^5)\not{q}(\not{p}+Mm)(1+i\gamma^5\not{s}) \qquad (143)$$

Un cas particulier interessant est de prendre pour $\underline{s}$ le vecteur longitudinal dans le système de référence où $\underline{p}+\underline{q}$ est colinéaire au vecteur de temp

On trouve donc

$$\underline{S} = \lambda\left(\frac{p}{m} - \frac{m}{p\cdot q}\,\underline{q}\right) \quad \text{avec} \quad \lambda = \pm 1 \qquad (144)$$

En employant la méthode générale pour

$$\underline{\lambda MN\xi = -1} \;:\; v^{(N)}(\underline{q},\xi)\, v^{(M)+}(\underline{p},\underline{s}) = \frac{1}{4\sqrt{2\underline{p}\cdot q}}(1 + i\gamma^5 N\xi)\not{q}(\not{p} + Mm) \qquad (145)$$

$$= \frac{1}{4\sqrt{2\underline{p}\cdot\underline{q}}}\left[\underline{p}\cdot\underline{q} + Mmq_\mu i\gamma^\mu + (N\xi\,\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}q^\rho p^\sigma - iq_\mu p_\nu)\sigma^{\mu\nu} + \lambda q_\mu \gamma^5\gamma^\mu + iN\xi\,\underline{p}\cdot\underline{q}\,\gamma^5\right] \qquad (145')$$

Si $NM\lambda\xi = 1$, employer (138') avec $X = \not{n}$ ou $\underline{n}^2 = -1$ $\underline{n}\cdot\underline{p} = \underline{n}\cdot\underline{q} = 0$
On trouve, au signe près,

$$v^{(N)}(\underline{q},\xi)\, v^{(M)+}(\underline{p},\underline{s}) = \frac{1}{4\sqrt{2\underline{p}\cdot q}}(1 + i\gamma^5 N\xi)\not{n}\not{q}(\not{p} + Mm) \qquad (146)$$

## V.7 LE RENVERSEMENT DU TEMPS (OU DU MOUVEMENT)

Nous voulons que l'opération renversement du temps T : $(t, \vec{r}) \to (-t, \vec{r})$ induise pour les énergies-implusion le renversement du mouvement $\tau(E,\vec{p}) \to (E, -\vec{p})$. Le formalisme ne peut être invariant pour T que si T est représenté par un antiisomorphisme. Ainsi le facteur $e^{-iEt}$ dans la transformation de Fourier ne peut rester invariant par T que si à $t \to -t$, $E \to E$ on ajoute $i \to -i$. Nous sommes donc amené à étudier les représentations de $G$ qui sont linéaires pour les éléments de $G^\uparrow$ et antilinéaires pour les éléments de $G^\downarrow$. Wigner leur a donné le nom de co-représentations.

La transformation antilinéaire correspondant à $\Lambda \in G^\downarrow$ est le produit de l'antiisomorphisme C introduit en V.5 et de la transformation linéaire $S(\Lambda)$ introduite en (59') (59")

Soit $a(\Lambda)$ la signature temporelle de $\Lambda$

$$a(\Lambda) = \begin{array}{ll} 1 & \in G^\uparrow \\ -1 & \in G^\downarrow \end{array} \qquad (147)$$

Pour $a(\Lambda) = -1$ nous définissons donc

$$v_{[\underline{a},\Lambda]} = e^{i\underline{a}\cdot\underline{p}}\, S(\Lambda)\, C^{-1}\, \bar{v}(-\Lambda^{-1}p) \qquad (148)$$

Nous pouvons donc assembler (148) et (74) en une seule équation :

$$v^{(M)}_{[a,\Lambda]}(p) = e^{i\underline{a}\cdot\underline{p}}\, S(\Lambda)\; v^{(\Lambda M)}(\Lambda^{-1}\underline{p}\; a(\Lambda)) \tag{149}$$

où

$$\Lambda M = M\, a(\Lambda)$$

Il est facile de voir que cela définit bien une coreprésentation à un facteur près du groupe complet de Poincaré.

Le spineur de Dirac adjoint se transforme (extension de (75) pour $a(\Lambda) = -1$) selon

$$v^{(M)+}_{[a,\Lambda]}(p) = e^{-i\underline{a}\cdot\underline{p}}\; v^{(\Lambda M)+}(\Lambda^{-1}\underline{p}\; a(p))\; S^{-1}(\Lambda)\; a(\Lambda) \tag{149'}$$

et

$$S(\Lambda)\,\mathcal{P}^{(M)}(\underline{p},\underline{s},\xi)\; S(\Lambda)^{-1} = a(\Lambda)\,\mathcal{P}^{(\Lambda M)}(\Lambda p,\Lambda s,\Lambda\xi) \tag{150}$$

où

$$(\Lambda p)^{\mu} = a(\Lambda)\,\Lambda^{\mu}{}_{\nu}\, p^{\nu}$$

$$(\Lambda s)^{\mu} = \det\Lambda\; \Lambda^{\mu}{}_{\nu}\, s^{\nu}$$

$$(\Lambda\xi) = a(\Lambda)(\det\Lambda)\xi$$

$$\Lambda M = a(\Lambda)M$$

-=-=-=-=-=-=-=-

# ERRATA

| Page | Texte initial | Texte corrigé |
|---|---|---|
| V.2 Lig. 1 à 3 | $\varepsilon_{\lambda\mu\nu\rho} = \begin{matrix} 0 \ldots \\ 1 \ldots \\ -1 \ldots \end{matrix}$ | $\varepsilon^{\lambda\mu\nu\rho} = \begin{matrix} 0 \ldots \\ 1 \ldots \\ -1 \ldots \end{matrix}$ |
| V.3 Form. (9) | $\gamma^5 = \frac{1}{4!}\, \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\, \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma$ | $\gamma^5 = -\frac{1}{4!}\, \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\, \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma$ |
| V.4 Form. (11) | $\Gamma^{(A)}\, \Gamma^{(B)} = \omega(i,a;j,b)$ | $\Gamma^{(A)}\, \Gamma^{(B)} = \omega(i,a;j,b)\Gamma^{(j,b)}\Gamma^{(i,a}$ |
| V.5 Lig. 12 | $\mathrm{Tr}\, \Gamma^{A} = \varepsilon_o^A$ | $\frac{1}{4}\, \mathrm{Tr}\, \Gamma^{A} = \varepsilon_o^A$ |
| V.7 Tab. (29) dernière Colonne | $\chi_A\, \Gamma^A$ | $\chi_A \Gamma^A$ |
| V.7 dernière lig. | Par un argument semblable, on a $B \gg \gamma^5$ on a $c_B = -1$ | Par un argument semblable, on a $c_B = -1$ |
| V.8 Lig. 10 | En appliquant cela à F dans (25) | En appliquant celà à F dans (29) |
| V.9 Form. (41) | $\gamma^5 \sigma^{\lambda\mu} = \frac{1}{2}\, \varepsilon^{\lambda\mu\nu\rho} \sigma_{\nu\rho} = \frac{1}{2!} \varepsilon^{\lambda\mu\nu\rho} \gamma_\nu \gamma_\rho$ | $\gamma^5 \sigma^{\lambda\mu} = \frac{1}{2}\, \varepsilon^{\lambda\mu\nu\rho} \sigma_{\nu\rho} = \frac{1}{2i}\, \varepsilon^{\lambda\mu\nu\rho} \gamma_\nu \gamma_\rho$ |
| V.10 Lig. 11 | $\det -\Lambda = 1$ | $\det \Lambda = 1$ |
| V.12 Form. (59") | $S(PT) = -\varepsilon_{ST}\, \gamma^4$ | $S(PT) = -\varepsilon_{PT}\, \gamma^5$ |
| V.13 Table 1 lig. 5 | $S^T(\Lambda) = b(\Lambda)(\det A)\; DS(\Lambda)^{-1} D^{-1}$ | $S^T(\Lambda) = b(\Lambda)(\det \Lambda)\; DS(\Lambda)^{-1} D^{-1}$ |
| V.15 Lig. 15 | pour $\Lambda \in \mathcal{L}^{\uparrow}$ | pour $\Lambda \in \mathcal{L}^{\uparrow}_{-}$ |
| V.16 Form. (67) | $(\gamma^\mu \partial_\mu + m)(\gamma^\mu \partial_\mu + m) = \mathbb{1}\, (\partial^\mu \partial_\mu + m^2)$ | $(\gamma^\mu \partial_\mu - m)(\gamma^\mu \partial_\mu + m) = \mathbb{1}\, (\partial^\mu \partial_\mu + m^2)$ |

. . .

| | | |
|---|---|---|
| V.16 Form.(69) | $\psi(\underline{x}) = (2\pi)^{-3/2}\int v(\underline{p})e^{-i\underline{p}.\underline{x}}\, d\,\Omega_m$ | $\psi(\underline{x}) = (2\pi)^{3/2}\int v(\underline{p})e^{-i\underline{p}.\underline{x}}\, d\,\Omega_m$ |
| V.20 Form.(86) | $(\psi_1,\psi_2) = \int_\sigma d\sigma_\mu(\underline{x})\psi_1^+(\underline{x})i\gamma^\mu\,\psi_2(\underline{x})$ | $(\psi_1,\psi_2) = (2\pi)^{-3}\int_\sigma d\sigma_\mu(\underline{x})\psi_1^+(\underline{x})i\gamma^\mu\psi_2$ |
| Form. suivante | $d\sigma_\mu = \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\left\|\frac{D(x^\nu,x^\rho,x^\sigma)}{D(\rho_1,\rho_2,\rho_3)}\right\| d\rho_1 d\rho_2 d\rho_3$ | $d\sigma_\mu = -\frac{1}{3!}\,\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\left\|\frac{D(x^\nu,x^\rho,x^\sigma)}{D(\rho_1,\rho_2,\rho_3)}\right\| d\rho_1 d\rho_2 d\rho_3$ |
| dernière Lign. | pour $\underline{x} \in \sigma$ | pour $\underline{x}' \in \sigma$ |
| V.22 Form.(94) | $\hat{\psi}(\underline{p}) = \frac{1}{\pi}\, v(\underline{p})\,\theta(\underline{p})\,\delta(\underline{p}^2 - m^2)$ | $\hat{\psi}(\underline{p}) = 2(2\pi)^{1/2}\, v(\underline{p})\,\theta(\underline{p})\delta(\underline{p}^2 - m^2)$ |
| V.27 avant-der. équation | $-\,m\,i\gamma^o$ | $-\,\frac{m}{E}\,i\gamma^o$ |
| dernière équation | $i\gamma^5\,s_T$ | $i\gamma^5 \not{s}_T$ |
| V.40 Form.(144) | $\lambda \pm \pm 1$ | $\lambda = \pm 1$ |

V.21 et V.22 Multiplier par $(2\pi)^{-3}$ les seconds membres des 4 égalités qui suivent (9

-=-=-=-=-=-=-=-