N° d'ordre : 3430

# **THÈSES**

PRÉSENTÉES

# À LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES

PAR

# Louis MICHEL

1<sup>re</sup> THÈSE. — Confrontation de l'hypothèse de l'intéraction universelle de Fermi avec l'expérience.

2° THÈSE. — Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 19 juin 1953 devant la Commission d'examen.

MM. L. DE BROGLIE. Président.

F. Perrin. . . . . Framingtones

A. Lichnerowicz Examinateurs

PARIS
IMPRIMERIE NATIONALE



# **PARIS**

théorie des

# TABLE DES MATIÈRES

chimique.		
). (P. C. B.).		
organisés.		Pages
•	Introduction	5
entale des	0. Notations	6
	1. Radioactivité $\beta$	6
et Radio- Erales.	1.1. Interaction de Fermi 1.2. La désintégration du neutron. 1.3. La désintégration des noyaux.	6 7 9
namique C. B.).	1.31. Transitions permises	10 10 15
C. B.).	1.32. Transitions interdites	15 16
les,	<ol> <li>Désintégration du méson μ</li> <li>2.1. Interaction de Fermi entre 4 fermions</li> <li>2.2. Le spectre d'énergie de l'électron secondaire.</li> <li>2.3. Comparaison avec les résultats expérimentaux.</li> <li>2.4. Conclusion</li> </ol>	17 17 18 20 22
e. t Géo-	<ul> <li>3. Comparaison de la désintégration du méson μ et de la radioactivité β.</li> <li>3.1. La suggestion de Klein.</li> <li>3.2. Comparaison systématique.</li> <li>3.3. Les questions de signes.</li> <li>3.4. Conclusion.</li> <li>3.5. Cas d'une interaction pseudoscalaire importante.</li> </ul>	23 23 25 34 36 37
e.	<ul> <li>4. Autres phénomènes expliqués par une interaction directe entre quatre particules de spin ½.</li> <li>4.1. Résultats expérimentaux sur la capture des mésons μ par les noyaux.</li> <li>4.2. Le triangle d'interaction.</li> <li>4.3. La désintégration du méson κ (kappa).</li> <li>4.4. Le tétraèdre d'interaction.</li> </ul>	38 39 40 42
).	5. L'interaction universelle de Fermi.  5.1. L'essai de Yang et Tiomno.  5.2. Les « pseudo » couplages.  5.3. Les propriétés de symétrie de l'IUF. Les choix proposés.  5.4. Règles de sélection des ensembles de 4 particules soumis à l'IUF.  5.5. Préférences personnelles pour choisir la nature de l'IUF.	47 47 48 49 53 54
	Conclusion	55

	Pages
APPENDICE 1.	
Al.1. Groupe symétrique et produit 1	58
Al.1. Groupe symétrique et produit de représentations équivalentes	58
A1.3. Applications physiques	60
APPENDICE 2	66
A2.1. Invariants construits avec quarter 1	68
A2.1. Invariants construits avec quatre champs de particules de spin ½	68
A2.3. Les pseudo-couplages A2.4. Comparaison des couplages et des pseudo-	71
A2.4. Comparaison des couplages et des pseudo-couplages	74
BIBLIOGRAPHIE.	75
Fig. 1	78
Fig. 1	13
Fig. 3	19
Fig. 4	20
Fig. 5	i 32
Fig. 6	33
Fig. 7	41
Fig. 7. Fig. 8. Fig. 9.	43
Fig. 9	45
	4.77

Il es particu np,  $\varepsilon v$ avec d la fois par les et WH Part l'existe exclus assez qu'ils tèmes 1951 c

> $Qu\varepsilon$ drons aidera Mai

1952.

chem nous de co les pl de la b, MI mène drion

<sup>1)</sup> ticules activit tion d (2) ] du me

#### Pages 58 . . . . . . 58 · · · · · . 60 66 . . . . . 68 68 71 74 , . . . 75 78 13 19 · · · · 20 28 à 32 ٠.. 33 41 43

45 47

# CONFRONTATION DE L'HYPOTHÈSE DE L'INTERACTION UNIVERSELLE DE FERMI AVEC L'EXPÉRIENCE

Il est bien connu qu'une interaction directe  $^{(1)}$  entre les paires suivantes de particules de spin  $\frac{1}{2}$ :

np,  $\varepsilon v$ ,  $\mu v$  (lire: neutron, proton; électron, neutrino; méson mu, neutrino). avec des constantes de couplage du même ordre de grandeur, peut expliquer à la fois la radioactivité  $\beta$ , la désintégration des mésons  $\mu$  et la capture des mésons  $\mu$ -par les noyaux lourds. Cela fut montré (2) par Puppi 1948, 1949 et aussi par Tiomno et Wheeler 1949b, Lee et al. 1949.

Partant de cette curieuse coïncidence, Yang et Tiomno 1950 ont suggéré l'existence d'une interaction universelle de Fermi (1) entre tous les ensembles non exclus de quatre particules de spin 1/2 (3). Les résultats expérimentaux ont infirmé assez rapidement le choix particulier d'IUF (interaction universelle de Fermi) qu'ils avaient fait. Aussi divers auteurs ont essayé depuis de trouver d'autres systèmes de postulats conduisant à une IUF acceptable : Gamba 1950, Caianiello 1951 a, b, 1952 a, b, 1953, Mc Callum et Wightman 1951, Pursey 1952, Pryce 1952.

Quel est le verdict de l'expérience pour ces différentes tentatives? Nous répondrons à cette question dans le chapitre 5 et nous espérons que le présent travail aidera à répondre à la même question pour les tentatives à venir.

Mais pour étudier l'évidence expérimentale de l'IUF nous suivrons ici un chemin différent. Au lieu d'essayer de trouver a priori la nature de l'IUF, nous partirons des résultats expérimentaux. Leur étude nous fournira une liste de conditions auxquelles devra satisfaire l'IUF. Ce travail a déjà été fait pour les phénomènes de la radio-activité dans les nombreux articles consacrés à l'étude de la nature du couplage de Fermi responsable de ces phénomènes. MICHEL 1952 a, b, MICHEL et Stora 1952 ont esquissé l'extension de cette étude à d'autres phénomènes du domaine de l'IUF. C'est un traitement systématique que nous voudrions présenter ici. En cours de route nous aurons à préciser des points souvent

<sup>1)</sup> Par « interaction directe », il faut entendre : qui ne fait pas intervenir d'autres champs de particules. C'est le cas par exemple de l'interaction proposée par Fermi, 1934, pour expliquer la radioactivité. Les interactions directes qui sont du même type que cette dernière sont appelées ici « interaction de Fermi ». Pour leur définition, voir l. 1.

<sup>(2)</sup> Klein (1947) avait déjà signalé cette coïncidence pour la radioactivité et la désintégration du méson μ.

<sup>(3)</sup> Ce travail de Yang et Tiomno (1950) est exposé en 5.1.

obscurs pour la comparaison des interactions de Fermi entre des ensembles différents de particules.

Nous souhaitons que ce travail puisse aider tout physicien qui le désire, à tenir à jour cette discussion de l'évidence expérimentale de l'IUF au fur et à mesure de l'apparition de nouveaux résultats expérimentaux. A cette intention, des diagrammes sont donnés qui permettent de rendre immédiates certaines des nouvelles comparaisons quantitatives.

#### O. NOTATIONS

Le système d'unité le plus commode ici serait celui où  $\hbar=c=m=1$  (m est la masse de l'électron). Cependant cet usage n'est pas conforme à la tradition pour les travaux sur la radio-activité  $\beta$ . Dans ces derniers les constantes de couplage g sont de la dimension « energie. volume » .On donnera donc les valeurs de g dans le système cgs, suivant l'usage, mais on ajoutera aussi la valeur de la quantité sans dimension g ( $mc^2$ )<sup>-1</sup> ( $\hbar/mc$ )<sup>-3</sup> et qui n'est autre que la valeur de g dans le système  $\hbar=c=m=1$ .

Ici nous n'avons pas choisi de système particulier d'unités pour écrire les formules. Cependant leur écriture sera très allégée par la convention suivante : l'énergie totale, la quantité de mouvement et la masse au repos d'une particule seront désignés par Emc, pmc, Mm (4). Ainsi E, p, M sont des nombres purs qui ne sont autres que les valeurs des quantités correspondantes dans le système d'unités  $\hbar = m = c = 1$ . Par abus de langage, nécessaire pour alléger le texte, E, p, M seront appelés respectivement énergie, impulsion et masse.

### 1º RADIO-ACTIVITÉ BÊTA

### 1. L'Interaction de Fermi.

L'extension naturelle de la théorie proposée par Fermi (1934) pour la radio-activité  $\beta$  est certainement le meilleur succès de la théorie quantique des champs en dehors de l'électrodynamique. De plus, grâce à la faiblesse du couplage, aucune difficulté de divergence n'apparaît dans les calculs théoriques (5). Il est possible qu'un couplage à travers un ou plusieurs champs intermédiaires de mésons (comme celui qui fut étudié pour la première fois par Yukawa et al. 1938) puisse aussi expliquer avec autant de succès les phénomènes de la radio-activité  $\beta$ , mais cela est hors du sujet de ce travail (6). Au contraire les couplages proposés par Konopinski et Uhlenbeck (1935) sont définitivement exclus par les résultats expérimentaux (7).

Nous nous limitons donc ici au couplage de Fermi le plus général : il dépend linéairement de cinq constantes de couplages  $g_i(A2)$  (8). La variance du formalisme

quantique constante la valeur siciens no importar  $g_ig_j$  avec traitées seront a constant peusdo les pseusont aus

1.2. *La* 

Du po simple o seconda

(1)

où M es proton.

Lorse le spect donné petits q aussi êt alors:

(2)

où:

(3)

(4)

 $g_4$  dor  $g_5$  dor

<sup>(4)</sup> Plus précisément, la lettre M sera réservée pour la masse du neutron. La masse des mésons  $\mu$ , sera représentée par  $\mu$ ,  $\mu$ .

<sup>(5)</sup> Les résultats expérimentaux pour les phénomènes du second ordre (principalement la double-radioactivité bêta) ne sont pas encore très certains; aussi ces processus ne sont pas étudiés ici.
(6) En tous cas, cela nécessite d'autres mésons nucléaires que les mésons π pseudoscalaires.

<sup>(7)</sup> Ces couplages directs contenaient les dérivées du premier ordre du champ de neutrinos. La même conclusion est valable pour les couplages contenant les dérivées du champ électronique. Par contre, il ne semble pas facile de prévoir les propriétés des couplages contenant les dérivées des champs nucléoniques de tels couplages n'ayant, à ma connaissance, jamais été utilisés.

<sup>(8)</sup> Pour simplifier la lecture, toutes les preuves ou tous les détails de calculs théoriques qui doivent être donnés, le sont en appendices. La référence à ces derniers est notée : A1, A2.

<sup>(9)</sup> V

ensembles

re, à tenir à mesure ı, des dianouvelles

1 (m est)tradition 3 de couvaleurs ileur de eur de g

les forvante: articule urs qui e d'uni-E, p, M

radiohamps ucune ssible )mme aussi 3 cela ONO-:péri-

pend isme

ns μ, uble-

i. La Par des

vent

quantique par rapport aux réflexions du temps (Wigner 1932) exige que ces constantes soient réelles. Tous les physiciens utilisent la même définition pour la valeur absolue des cinq g<sub>i</sub> (cette définition est donnée en A2). Mais les physiciens n'utilisent pas tous les mêmes définitions de leurs signes : ceci est sans importance lorsqu'on néglige les termes rectangles (c'est-à-dire les termes en  $g_i g_i$  avec  $i \neq j$ ). Mais ici ces questions de signes ont leur importance et seront traitées plus spécialement en 3.3. Les «pseudo» couplages correspondants (9) seront aussi étudiés ici. En fait, le couplage utilisé par Fermi (1934) était un « peusdo » couplage. En utilisant les conventions de signes choisies en A2 pour les pseudo-couplages sauf indication contraire, toutes les formules données ici

## 1.2. La désintégration du neutron.

sont aussi valables pour les pseudo-couplages.

Du point de vue des calculs théoriques, la désintégration du neutron est le plus simple de tous les phénomènes de radioactivité β. L'énergie totale de l'électron secondaire varie entre les limites:

(1) 
$$1 \leq E \leq W = \Delta - (\Delta^2 - 1)/2M$$

où M est la masse du neutron et  $\Delta$  la différence de masse entre le neutron et le proton.

Lorsqu'on néglige l'interaction électromagnétique entre l'électron et le proton, le spectre d'énergie de l'électron dans la désintégration du neutron au repos est donné exactement par la formule (45) de Michel (1950). Mais les termes plus petits que, ou de l'ordre de 1/M, E/M ou  $\Delta/M$  (ces quantités sont < 0.002) peuvent aussi être négligés par rapport à l'unité. Le spectre d'énergie de l'électron devient alors:

(2) 
$$P(E) = \frac{m^{5}c^{4}}{\hbar^{7}} \cdot \frac{1}{2\pi^{3}} (E^{2} - 1)^{1/2} (W - E)^{2} E$$

$$\times \left\{ \Im \left( 1 + \frac{b}{E} \right) + \frac{g_{3}g_{5}}{M} (2E - \Delta - 1) + \frac{g_{4}g_{5}}{M} \left( 1 - \frac{\Delta}{E} \right) + \frac{g_{5}^{2}}{12M^{2}} \left( -5 + 3\Delta^{2} + \frac{2\Delta}{E} - 8\Delta E + 8E^{2} \right) \right\}$$

où:

$$\mathfrak{I}_{5} = g_{1}^{2} + g_{2}^{2} + 3g_{3}^{2} + 3g_{4}^{2}$$

(4) 
$$b\mathfrak{I}_5 = -2g_1g_2 + 6g_3g_4$$
; donc  $-1 \le b \le 1$ 

Si l'on suppose qu'un seul des cinq  $g_i$  est  $\neq 0$ , on voit que  $g_1$  ou  $g_2$  ou  $g_3$  ou  $g_4$  donne le même spectre (dont la forme est dite « permise »); le spectre dû à  $g_5$  donne une forme différente qui n'est pas compatible avec les résultats expéri-

<sup>(9)</sup> Voir leur pour définition 5.2 ainsi que A1 et A2.

CONER

mentaux : voir Kotani et al. (1952) qui ont discuté les résultats de Robson (1951). Donc quant à la nature de l'interaction on peut déjà conclure :

#### CONDITION A

 $g_1 = g_2 = g_3 = g_4 = 0$  est exclu par l'expérience.

Une étude plus serrée doit permettre d'obtenir une limite supérieure de  $g_5^2/\mathfrak{K}$  mais nous n'en aurons pas besoin par la suite.

La formule (2) montre immédiatement que si  $g_5^2 \ll M^2 \Im \xi$ , les termes contenant  $g_5$  sont petits : moins de 1 p. 100 des autres termes si  $g_5^2 \ll 100 \Im \xi$ . On considérera donc deux cas, suivant que la relation :

(5) 
$$g_5^2 < 100 \pi$$

est vérifiée ou non. Le cas où elle n'est pas vérifiée sera traité en 3.5. Partout ailleurs dans ce qui suit, on suppose donc que (5) est vrai.

La vie moyenne du neutron est alors donnée par (avec une précision supérieure à 1 p. 100) :

(6) 
$$\boldsymbol{\tau}_{n} \int_{1}^{\mathbf{W}} \mathbf{P}\left(\mathbf{E}\right) d\mathbf{E} = 1 - \boldsymbol{\tau}_{n} \frac{m^{5}c^{4}}{\hbar^{7}} \cdot \frac{1}{2\pi^{3}} \,\mathfrak{IC}\left[\mathbf{F}_{1}\left(\mathbf{W}_{n}\right) + b\mathbf{F}_{0}\left(\mathbf{W}_{n}\right)\right]$$

où:

(7) 
$$\mathbf{F}_{m}(\mathbf{W}) = \int_{1}^{\mathbf{W}} (\mathbf{E} - 1)^{1/2} (\mathbf{W} - \mathbf{E})^{2} \mathbf{E}^{m} d\mathbf{E}$$

Pour la radio-activité  $\beta$  les physiciens ont l'habitude d'utiliser la période (halflife, en anglais)  $\tau'$  plutôt que la vie moyenne  $\tau$ ; la relation entre elles est :

$$\tau' := \tau \log_{a} 2$$

L'équation (6) peut encore être écrite :

(9) 
$$\tau'_{n} F_{1}(W_{n}) = 2\pi^{3} (\log_{e} 2) \hbar^{7} [m^{5}c^{4} \Re (1 + b\delta)]^{-1}$$

(9') 
$$\operatorname{avec} \delta = \frac{F_0(W_n)}{F_1(W_n)}$$

La mesure la plus précise de  $\tau'_{\scriptscriptstyle n}$  est due à Robson (1951) qui a trouvé :

10) 
$$\tau'_n = 12.8 \pm 2.5 \text{ min} = 768 \pm 150 \text{ sec}$$

La meilleure mesure expérimentale de  $W_n$  se fait actuellement par la détermination de la différence de masse entre le neutron et l'atome d'hydrogène d'après l'étude de cycles de réactions nucléaires : Li et al. 1951 ont ainsi trouvé pour cette différence :  $782,3\pm1~kev$  d'où  $\Delta=2,5317\pm0,002$ , et par conséquent, grâce à (1) :

$$(11) W_{n} = 2,530 \pm 0,002$$

Les vale

(12)

(12') d'o

L'équat

$$(13) = \sqrt{\cdot}$$

Nous

d'où :

(14)

et dans le

1.3. *La* 

Les ca tron. En nucléaire derniers changen bien cor interdité

L'ense est très d'interd correspe

La que couplag tantes e ment à pas que fort im les artis sidérati intéres hypoth soit mé vraime De

<sup>(10)</sup> P les deux tats ext combin

9

son (1951).

Les valeurs correspondantes de  $F_1$  et de  $F_0$  sont :

(12) 
$$F_1(W_n) = 1,632 \pm 0,002$$
  $F_0(W_n) = 1,068 \pm 0,006$ 

(12') d'où 
$$\frac{F_0}{F_1} = \delta(W_0) = 0.654 \pm 0.001$$

e de  $g_5^2/\mathfrak{J}_5$ 

L'équation (9) donne donc la relation expérimentale suivante entre  $\mathfrak I\mathfrak E$  et b:

contenant onsidérera

(13) 
$$\sqrt{35 (1 + 0.654b)} = (3.13 \pm 0.4) \cdot 10^{-49} \text{ erg. cm}^3$$
  
=  $(6.64 \pm 0.85) \cdot 10^{-12} \text{ dans le système } \hbar = m = c = 1$ 

Nous verrons plus loin (31) que -0.1 < b < 0.2;

d'où:

ut ailleurs

(14) 
$$\mathfrak{I}_{2}^{1} = (g_{1}^{2} + g_{2}^{2} + 3g_{3}^{2} + 3g_{4}^{2})^{\frac{1}{2}} = (3.13 \pm \frac{0.46}{0.56}) \cdot 10^{-49} \text{ erg.cm}^{3}$$

upérieure

et dans le système 
$$\hbar = m = c = 1$$
:  $= (6,0 \pm \frac{1}{1,2}) \cdot 10^{-12}$ 

### 1.3. La désintégration des noyaux.

Les calculs théoriques sont dans ce cas plus difficiles que dans le cas du neutron. En effet la probabilité de transition dépend aussi des éléments de matrice nucléaires. Cependant on peut facilement trouver l'ordre de grandeur de ces derniers en fonction uniquement du changement de spin  $\Delta I$  du noyau et du chanchangement (oui) ou du non changement (non) de sa parité. D'où la classification bien connue, en transitions permises, 1 fois interdites, 2 fois interdites, ...n fois interdites.

L'ensemble des résultats expérimentaux sur la désintégration bêta des noyaux est très important. Ils permettent aisément une classification empirique en classes d'interdiction : celle-ci est faite d'après l'ordre de grandeur de la quantité qui correspond à  $\tau'F_1(w)$  définie en (9) pour le neutron.

La question qui nous intéresse ici est : « Quelle est la nature et la grandeur du couplage de la radioactivité  $\beta$ ? » c'est-à-dire : quelle est la valeur des cinq constantes de couplage  $g_i$ ? De nombreux articles sont consacrés en partie ou entièrement à cette question, pour laquelle ce travail doit présenter une revue. Il n'est pas question cependant de donner ici un aperçu historique : des améliorations fort importantes des résultats expérimentaux ont eu lieu continuellement et seuls les articles basés sur l'état actuel des résultats expérimentaux seront pris en considération. Une telle revue n'est d'ailleurs pas si facile à faire et beaucoup d'études intéressantes ne peuvent être utilisées au maximum, soit parce que certaines hypothèses ont été admises a priori et suppriment ainsi la généralité nécessaire, soit même, parfois, parce que les conclusions adoptées par les auteurs ne peuvent vraiment être déduites de leur discussion (10).

De toute façon, de précieuses et intéressantes informations contenues dans

de (half-

déterd'après ir cette grâce

<sup>(10)</sup> Par exemple, il arrive de voir, dans certaines conclusions, considérer comme équivalentes les deux phrases suivantes : « Une certaine combinaison linéaire des  $g_i$  est compatible avec les résultats expérimentaux » et « Les résultats expérimentaux exigent que l'interaction soit fixée par cette combinaison linéaire déterminée des  $g_i$  ».

Par e

603

ces travaux, ne peuvent être utilisées actuellement, mais pourront encore être utilisées à partir de nouvelles connaissances sur la limite du domaine des  $g_i$  compatible avec l'expérience pour déduire de là de nouvelles conséquences restreignant encore ce domaine. Pour la discussion qui suit, nous rappelons donc que la condition A a déjà été atteinte par l'étude de la désintégration du neutron (11) et que l'hypothèse (5) est admise partout sauf en 3.5 où l'hypothèse opposée est discutée en détail.

Nous traitons d'abord le cas des :

1.31. Transitions permises.

1.311. Vies moyennes et spectres des désintégrations permises.

Le spectre d'énergie  $P_{\pm}(E)$  de  $\varepsilon^{\pm}$  (électron) pour le couplage de Fermi le plus général a été calculé par Fierz (1937) (12).

$$(15) \qquad \qquad {\rm P}_{\pm}\left({\rm E}\right) = \frac{m^5c^4}{\hbar^7} \frac{1}{2\pi^3} \left({\rm E}^2 - 1\right)^{\frac{1}{2}} ({\rm W} - {\rm E})^2 \; {\rm E}\tilde{\mathcal{F}}\left({\rm Z,E}\right) \cdot \left(\Lambda \mp \frac{\Lambda'}{{\rm E}}\right)$$

où  $\mathcal{F}(Z,E)$  est définie dans Fermi 1934 et tient compte de l'interaction coulombienne; évidemment  $\mathcal{F}(O,E)=1$  (voir [2]). En utilisant la notion courante f(D,f(B),f(B),f(B)) pour les éléments de matrice nucléaires :

$$(15') \qquad \Lambda = g_1^2 \left| \int \beta \right|^2 + g_2^2 \left| \int 1 \right|^2 + g_3^2 \left| \int \beta \vec{\sigma} \right|^2 + g_4^2 \left| \int \vec{\sigma} \right|^2 > 0$$

$$(15'') \hspace{1cm} \Lambda' = 2 \; (1 - \mathbf{\alpha}^2 \mathbf{Z}^2)^{\frac{1}{2}} \left( - \; g_1 g_2 \int \boldsymbol{\beta} \cdot \int \; 1 \; + \; g_3 g_4 \int \; \boldsymbol{\beta} \overset{\rightarrow}{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \int \overset{\rightarrow}{\boldsymbol{\sigma}} \right)$$

où  $\alpha = 1/137$  est la constante de structure fine.

L'approximation non relativiste pour les nucléons est très acceptable. Elle donne :

pour les transitions permises. De plus,

(17) 
$$\int \beta \approx \int 1 \neq 0$$
 seulement si  $\Delta I = 0$ , non (règles de sélection de Fermi)

(17) 
$$\int \vec{\beta} \vec{\sigma} \approx \int \vec{\sigma} \neq 0$$
 seulement si  $\Delta I = 0$  ou 1,  $0 \longleftrightarrow 0$  étant exclus, non (règles de sélection de Gamow et Teller).

(18)

et une e tant por quantite dites:

Beau de très ou mêi certain exige la

 $g_3 =$ En  $\epsilon$ 

Mais

O1/4 +

qui sc Fermi sont le doute

> g<sub>1</sub> Les

(19)

et or Trop l'étule cc n'y a et S<sup>3</sup>

ble.

cer 1

(20)

Cette conclusion peut très probablement être encore obtenue indépendamment, par l'étude des désintégrations des noyaux. Mais il ne me semble pas qu'une discussion sérieuse de ce sujet ait été encore publiée. La plupart des arguments donnés à ce sujet (y compris ceux que j'ai cités en MICHEL, 1952a, p. 164), actuellement ne me semblent pas valides. Une telle discussion est d'ailleurs délicate, les physiciens n'étant pas encore d'accord sur l'évaluation des éléments de matrice nucléaires contenant  $g_5$ .

<sup>(12)</sup> Il y a malheureusement plusieurs erreurs (de signe surtout) dans cet article. En ce qui concerne la nature de l'interaction de la radioactivité  $\beta$ , j'ai eu de nombreuses et intéressantes conversations avec Kofoed-Hansen et Winther. Je les en remercie bien vivement.

encore être des  $g_i$  comces restreis donc que neutron (11)
Deposée est

Par extension naturelle de (7), on définit :

(18) 
$$\mathbf{F}_{m}\left(\mathbf{Z},\mathbf{W}\right) = \int_{1}^{\mathbf{W}} \left(\mathbf{E} - \mathbf{I}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\mathbf{W} - \mathbf{E}\right)^{2} \mathbf{E}^{m} \tilde{\mathfrak{F}}\left(\mathbf{Z},\mathbf{E}\right) d\mathbf{E}$$

et une étude de l'équation (15) montre que  $\tau F_1(Z,W)$  doit être relativement constant pour les transitions permises (à un facteur  $10^3$  près au maximum, mais cette quantité change par un facteur  $10^{15}$  au moins pour les transactions les plus interdites :  $K^{40}$ ).

Beaucoup de spins nucléaires ont été mesurés. Lorsqu'ils ne le sont pas encore, de très bonnes prédictions peuvent être faites par le modèle nucléaire des couches, ou même dans certains cas par des modèles encore plus simplifiés. Aussi il est certain que beaucoup de transitions permises sont du type  $\Delta l = l$ , non; ceci exige la

#### CONDITION B

mbienne;  $\beta, f_{\sigma}, f_{\varepsilon\sigma}$ 

ni le plus

 $g_3 = g_4 = 0$  est exclu par l'expérience.

En d'autres termes l'interaction doit être en partie (au moins) de Gamow Teller.

Mais parmi les transitions permises il y a aussi :

 $O^{1/4} \longrightarrow N^{*1/4}$  Sherr et al. 1949;

 $C^{10} \longrightarrow B^{*10}$  Sherr et Gerhart 1952,

qui sont des transitions  $0 \longleftrightarrow 0$ , (donc permises par les règles de sélections de Fermi et interdites par celles de Gamow et Teller). En effet les états initiaux sont les états fondamentaux de noyaux pair-pair et les états finaux sont, sans aucun doute, leurs niveaux miroirs d'où la

ble. Elle

#### CONDITION C

 $g_1 = g_2 = 0$  est exclu par l'expérience.

Les spectres sont généralement étudiés sous la forme (proposée par Kurie) :

(19) 
$$[P(E)/\tilde{f}(Z,E)(E^2-1)^{\frac{1}{2}}]^{\frac{1}{2}} en fonction de E$$

et on constate expérimentalement que cette fonction est pratiquement linéaire. Trop souvent il en est brutalement conclu que A'=0 dans (15). Cependant l'étude la plus sérieuse, due à Mahmoud et Konopinski 1952 ne permet pas de le conclure. Ces auteurs ont étudié en détail deux spectres  $\operatorname{Cu}^{64}\beta^+$  et  $\beta^-$  où il n'y a pas de contribution de termes F (de Fermi  $g_1$  ou  $g_2$ ) et deux spectres  $\operatorname{N}^{13}$  et  $\operatorname{S}^{35}$  où les termes F et GT (ceux de Gamow et Teller  $g_3$  ou  $g_4$ ) contribuent ensemble. Leurs résultats sont (en utilisant une méthode des moindres carrés pour tracer la fonction de Kurie) :

(20) 
$$Cu^{64} \beta^{+} - 0.06 < \frac{A'}{A} < 0.20 \qquad N^{13} - 0.08 < \frac{A'}{A} < 0.18$$

$$Cu^{64} \beta^{-} - 0.12 < \frac{A'}{A} < 0.16 \qquad S^{35} - 0.24 < \frac{A'}{A} < 0.24$$

11 7771

'ermi)

on (règles

'eller).

par l'étude se sujet ait n Michel, s délicate, saires con-

i concerne versations Que peut-on en conclure pour les  $g_i$ ? Nous utiliserons les notations suivantes :

$$(21) \qquad -1 \leq b_{\rm F} = -\frac{2g_{\rm I}g_{\rm 2}}{g_{\rm I}^2 + g_{\rm I}^2} \leq 1 \qquad , \qquad -1 \leq b_{\rm GT} = \frac{2g_{\rm 3}g_{\rm A}}{g_{\rm 3}^2 + g_{\rm I}^2} \leq 1$$

$$(22) 0 \le x = \frac{g_3^2 + g_1^2}{g_1^2 + g_2^2 + g_3^2 + g_1^2} \le 1$$

L'équation (3) donne :

(23) 
$$b = [(1 - x) b_{F} + 3xb_{GT}]/(1 + 2x)$$

et nous adopterons l'approximation (16). De l'étude des spectres de  $\mathrm{Cu}^{64}$  Mahmoud et Konopinski concluent « It now seems possible to say that  $|b_{\mathrm{gr}}| \lesssim 0.2$  ». Après avoir étudié en détail leur très intéressant travail nous adopterons ici la conclusion suivante : (en doublant l'écart probable).

#### CONDITION D

$$-0.12 < b_{\rm GT} < 0.32$$

Des deux autres spectres, les auteurs concluent simplement «  $|g_1/g_2|$  or  $|g_3/g_4|$  must be substantially less than unity and presumably zero » ce qui est vague et peu cohérent. Cependant il est aisé de voir (et les auteurs le disent) qu'avec une approximation acceptable les éléments de matrice nucléaires de la transition de  $N^{13}$  sont :

$$|\int 1|^2 = |\int \beta|^2 = 1$$
 ,  $|\int \beta \overset{\rightarrow}{\sigma}|^2 = |\int \overset{\rightarrow}{\sigma}|^2 = \frac{1}{3}$ 

d'où la condition (en doublant les écarts probables de (20) afin de donner des limites pas trop optimistes) :

$$(24) -0.16 < \frac{xb_{\rm GT} + 3(1-x)b_{\rm F}}{3-2x} < 0.36$$

Le rapport des intensités des termes F (de Fermi) et GT (de Gamow et Teller) dans l'interaction a été étudié par plusieurs auteurs. L'étude la plus systématique et la plus précise a été faite par Kofoed-Hansen et Winther 1952 (voir aussi Winther 1952).

Les équations (19) et (20) suivent pratiquement leurs notations lorsque Z est petit. De plus ces auteurs définissent :

(25) 
$$\frac{1}{n!} = \frac{m^6 c^4}{\hbar^7} \cdot \frac{1}{2\pi^3 \log_e 2} \cdot \frac{96}{1 + 2x}$$

D'où, avec l'approximation (15):

$$\begin{split} &\left[\mathbf{F}_{1}\left(\mathbf{Z},\mathbf{W}\right)\boldsymbol{\tau}'\right]^{-1} = \mathbf{B}^{-1}\left\{\left(\mathbf{I}-\boldsymbol{x}\right)|\int\mathbf{I}|^{2} + \boldsymbol{x}\left|\int\mathbf{\boldsymbol{\sigma}}\right| \\ &+\delta\left(\mathbf{Z},\mathbf{W}\right)\left[b_{\mathrm{F}}\left(\mathbf{I}-\boldsymbol{x}\right)|\int\mathbf{I}|^{2} + \boldsymbol{x}b_{\mathrm{GT}}\left|\int\mathbf{\boldsymbol{\sigma}}\right|^{2}\right]\right\} \end{split}$$

οù

(26')

Les rés tégration est laissé sité de l éléments

Coordon
points
comps
La surfa
compt

Existe et Bohr et du mor (26) is

suivantes:

οù

(26') 
$$\delta(Z,W) = (1 - \alpha^2 Z^2)^{\frac{1}{2}} F_0(Z,W) / F_1(Z,W)$$

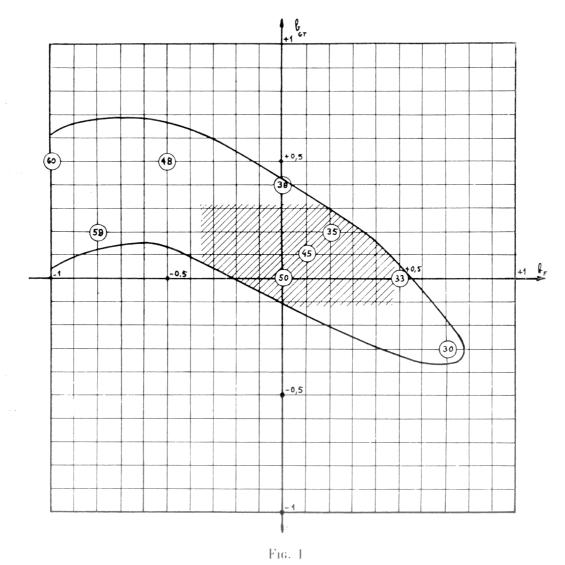
Les résultats expérimentaux donnent  $\tau'$ ,  $F_1(Z, W)$ ,  $\delta(Z, W)$  pour chaque désintégration. Si l'on est capable de calculer les éléments de matrice nucléaires, on est laissé avec quatre inconnues  $\psi_5$ , x,  $b_F$ ,  $b_{GT}$  qui caractérisent la nature de l'intensité de l'interaction (excepté pour le terme en  $g_5$ ). Des calculs approchés de ces éléments de matrice sont faciles pour certaines transitions mirroir. Pour les autres

or  $|g_3/g_4|$  st vague qu'avec ransition

mer des

t Teller) systéma-52 (voir

ie Z est



Coordonnées:  $b_r$ ,  $b_{g\tau}$ . Les valeurs de x ( $b_r$ ,  $b_{g\tau}$ ), d'après la table 1, sont marquées pour quelques points  $b_r$ ,  $b_{g\tau}$ , et la courbe indique la limite du domaine des ensembles de valeurs de  $b_r$ ,  $b_{g\tau}$  compatibles avec les résultats expérimentaux (discussion de Kofoed et Winther).

La surface hachurée indique comment est réduit ce domaine de comptabilité (quand on tient compte en plus des conditions D et E'.

transitions étudiées, Kofoed-Hansen et Winther ont utilisé la corrélation qui existe entre  $\int_{\sigma}^{*}$  et le moment magnétique des noyaux dans le modèle nucléaire de Bohr et Mottelson 1952 et ils déterminent donc  $\int_{\sigma}^{*}$  à partir de la valeur mesurée du moment magnétique. Ils ont ainsi obtenu un ensemble consistant de relations (26)  $\otimes$  est alors une fonction linéaire de x et toutes les droites  $\otimes$  (x) doivent passer par

un point fixe. Ceci permet de déterminer l'ensemble des valeurs de  $b_{\rm F}$  et de  $b_{\rm GT}$  qui sont compatibles avec l'expérience, pour cette discussion. Ce domaine de comptabilité est indiqué sur la fig. 1, où est tracée la courbe qui le limite.

En faisant l'hypothèse :  $b_{\scriptscriptstyle \rm F}=b_{\scriptscriptstyle \rm GT}=0$ , c'est-à-dire :

$$(27) g_1g_2 = 0 \text{et} g_3g_4 = 0$$

ils ont trouvé:

(28) 
$$u_5 = 2.650 \pm 85 \qquad x = 0.50 \pm 0.05$$

OH

$$(28') \hspace{1cm} 0.81 < \xi^2 = (1-x)/x + (g_1^2 + g_2^2)/(g_3^2 + g_4^2) < 1.22$$

Les valeurs de  $\emptyset$ s et x pour d'autres ensembles de valeurs de  $b_{\rm F}$  et  $b_{\rm GT}$  sont données dans la table 1.

TABLE 1

ongen de Militari Maniferation ministraciones glimentes incursos consistente cumo cumilità di consessiones con			
$b_{\scriptscriptstyle  ext{F}}$	$b_{e au}$	x	Ub
0.7	<b>-</b> 0,3	$0.30 \pm 2$	$2.250 \pm 50$
0,5	0	$0.33 \pm 3$	$2.500 \pm 200$
0,1	0,1	$0.45 \pm 5$	$2.700 \pm 130$
0,2	0,2	$0.35 \pm 7$	$2.500 \pm 150$
-0.8	0,2	$0.59 \pm 5$	$3.000 \pm 200$
()	0,4	$0.38 \pm 7$	$2.750 \pm 250$
-0.5	0,5	$0.48 \pm 3$	$2.900 \pm 200$
1	0,5	$0.60 \pm 7$	$3.000 \pm 200$

Les erreurs données ici ne proviennent pas d'une étude aussi détaillée que celle qui a fourni l'erreur de (28).

L'incertitude sur le calcul des éléments de matrice nucléaire limite la précision de la discussion de Kofoed-Hansen et Winther. Dans l'hypothèse où (27) est vrai leur étude peut être alors directement comparée à celle de Blatt 1953 et qui porte sur quatre désintégrations seulement : n,  $H^3$ ,  $He^3$ ,  $O^{14}$ , mais avec une attention spéciale à l'incertitude de l'évaluation des éléments de matrice nucléaires de ces quatre cas si simples.

$$(29) 0,29 < \xi^2 = \frac{1-x}{x} = \frac{g_1^2 + g_2^2}{g_3^2 + g_4^2} < 1,04$$

et ceci doit être comparé avec (28').

Pour la suite de la discussion, lorsque par simplification on admettra l'hypothèse (25), on admettra la réunion des conditions (28') et (29) comme limites extrêmes des valeurs possibles de  $\xi^2$ :

$$(30) 0.29 < \xi^2 < 1.22$$

D'autre part, puisque x est une fonction de  $b_{\rm F}$  et de  $b_{\rm GT}$  (voir table 1 ou fig. 1)

les limites mise) fixέ

L'aire et E.

On per

31)

1.312. E

De tel n'ont été prélimin enfin été le cas de donner l taine. Co

1.32. Tr

Le ca plus gér 1951. Ce exigent (indéper correspo pour *n* 

> Les s mise ». ( analogu ces cas-

pour

comme

comme

Mais ditions gles en tants, a

Fet de  $b_{GT}$  omaine de mite.

les limites (22) nous imposent des limites pour  $b_{\rm F}$  lorsque  $b_{\rm GT}$  a une valeur (permise) fixée. Ces limites de b formeront notre :

#### CONDITION E

L'aire hachurée dans la fig. 1 correspond à l'intersection des conditions D et E.

On peut alors en déduire, en utilisant (23).

$$(31) -0.10 < b < 0.20$$

### 1.312. Expérience sur le recul des noyaux.

De telles expériences sont très difficiles et, pendant plusieurs années, elles n'ont été considérées, par leurs auteurs eux-mêmes, que comme des tentatives préliminaires. Cependant il semble que, très récemment, la précision désirée a enfin été atteinte : Rustad et Ruby 1953 ont obtenu des conclusions claires pour le cas de He³ où il n'y a compétition qu'entre  $g_3$  et  $g_4$ . Quoiqu'il soit difficile de donner les limites d'erreur de leur expérience, leur conclusion  $g_3 > g_4$  semble certaine. Ce qui, combiné à la condition D, donne :

#### CONDITION D'

$$g_3 \neq 0$$
,  $-0.06 < g_1/g_3 < 0.17$ 

#### 1.32. Transitions interdites.

Le calcul du spectre d'énergie de l'électron pour la combinaison linéaire la plus générale des cinq  $g_i$  a été fait seulement récemment par Pursey et Smith 1951. Cependant on savait déjà que les transitions n fois interdites avec  $\Delta I = n+1$  exigent la condition B qui requiert les termes GT et la forme prédite du spectre (indépendante de la nature du couplage pourvu que la condition B soit satisfaite) correspond très bien à celle observée expérimentalement : voir Marshak 1949 pour n=2 (B¹0) et WU 1950 pour une revue des cas où n=1.

Les spectres des transitions où  $n=\Delta I=1$  ont pratiquement la forme « permise ». Comme, d'autre part, le calcul théorique donne (pour  $\alpha Z \ll 1$ ) une formule analogue à (15), Mahmoud et Konopinski 1952 ont aussi étendu leur étude à ces cas-là. Ils trouvent :

pour	$\mathbf{P}_{m}^{1/7}$	$W_{182}$	$\mathbf{P}_r^{143}$
comme limite inférieure de A'/A	- (),()3	- 0,09	0,13
comme limite supérieure de A'/A	(0, 10)	0,14	(),()9

Mais ici A' est une somme de termes en  $g_1g_2$ ,  $g_3g_4$ ,  $g_1g_4$ ,  $g_2g_3$ . Malgré les conditions D et E on ne peut rien conclure sur l'ordre de grandeur des termes rectangles en  $g_1g_4$  et en  $g_2g_3$  car on ne peut exclure le cas où ces termes quoique importants, aient une somme pratiquement nulle.

sont don-

3050505050

précision ) est vrai

qui porte attention s de ces

l'hypolimites

1 fig. 1)

CC

Les cas  $n = \Delta 1 = 2$  ont été très étudiés : leurs spectres ne sont pas de la forme « permise »; cependant la seule conclusion certaine que l'on peut en tirer est :

#### CONDITION F

 $g_2 = g_3 = 0$  n'est pas possible.

Cette condition a été donnée pour la première fois par Longmire et al. 1949 pour C1<sup>36</sup> et aussi Langer et Moffat 1951 Cs<sup>137</sup>. La condition F est déjà comprise dans la condition D'.

Enfin, plus récemment étudié, est le cas du Radium E. : Petschek et Marshak 1952. Son spectre a une forme particulière. Le modèle nucléaire des couches prédit sans ambiguïté un changement de parité et la valeur de  $\tau$ F<sub>1</sub> exige que  $\Delta I \lesssim 2$ . Les auteurs ont fait leur discussion en admettant a priori l'hypothèse (25) (13) et ils arrivent à la conclusion que la forme du spectre ne peut être expliquée que si la transition est  $0 \longleftrightarrow 0$ , oui, et si  $g_3 \ne 0$  (ce qui confirme la condition D) et donne en plus la :

#### CONDITION G

 $g_{5} \neq 0$ .

Il faut préciser que les auteurs n'ont pu expliquer le spectre du Radium E qu'en choisissant pour le paramètre qu'ils appellent  $\Gamma$  (et qui est proportionnel à  $g_5/g_3$ ) une valeur telle que les effets de deux termes importants s'annulent pratiquement, ce qui fait ainsi apparaître les effets de termes secondaires. De plus les corrections de rayon fini du noyau sont très importantes.

La valeur du rapport  $g_5/g_3$  lui-même dépend de l'évaluation des éléments de matrice nucléaires. D'après Ahrens et al. 1952 cela exige  $|g_5/g_3| \approx 133$ , ce qui est grand et ne satisfait pas à la condition (5). Cependant une évaluation plus récente est due à Ruderman 1953. Cet auteur, en tenant compte de la nature du couplage mésons  $\pi$ -nucléons, donne :

$$\mid g_{5} / g_{3} \mid \text{$\approx$ 1,4}$$

Les expériences faites sur les corrélations angulaires  $\beta \nu$  et  $\beta \gamma$  n'exigent que des conditions déjà contenues dans B.

#### 1.4. Conclusion.

Excepté pour quelques rares cas (14) un couplage direct de Fermi explique complètement tous les phénomènes de la radio-activité  $\beta$ . De plus, on peut conclure que l'interaction contient  $g_3$  et  $g_3$  et au moins un des deux termes  $g_1$  et  $g_2$ . La condition D montre que la contribution de  $g_1$  ne peut pas être importante :

 $(g_4/g_3)^2 < 0.03$ : et de la fig. 1 (c'est-à-dire des conditions D et E) on déduit alors que :

ou bien  $(g_1/g_2)^2 < 0.06$  ou bien  $(g_2/g_1)^2 < 0.06$ .

L'int ou g2, STP o

 $2.0.\ L_{\rm c}$ 

A ét second se dés un éle être ii

Ici on

Qu' Que

La faisan Nous fermi Fermi

2.1. *1* 

La

(33)

où  $J_i$ explic déter sons base

(34)

et dé geme

dans Le

pond trava

Si indis A1.35 dii

<sup>(13)</sup> Le rejet de cette hypothèse ne modifie certainement pas leurs conclusions si toutefois on tient compte des conditions D et E.

<sup>(14)</sup> Le plus célèbre de ces cas est  $C^{r_1}\beta^-N^{r_1}$  avec  $\Delta I=1$ , non, et dont la valeur de  $\tau F_1$  est  $9.3 imes 10^{-1}$ 10°, ce qui est inexplicable, même en supposant une transition permise très « défavorisée », par interdiction-L par exemple : comme l'a suggéré Bouchez (1951).

de la forme i tirer est:

L'interaction de Fermi de la radio-activité  $\beta$  est donc principalement  $g_1, g_3, g_5$ ou  $g_2$ ,  $g_3$ ,  $g_5$ ; en utilisant le vocabulaire courant des articles de radio-activité  $\beta$  : STP ou VTP.

## 2º Désintégration du méson μ

et al. 1949 t déjà com-

2.0. La désintégration du méson  $\mu^{\pm}$ .

A été très bien étudiée expérimentalement. Il est prouvé que la particule chargée secondaire est un électron ( $\varepsilon^{\pm}$ ) possédant un spectre d'énergie, lorsque le méson  $\mu$ se désintègre au repos. La désintégration spontanée du méson  $\mu$  se fait donc en un électron et au moins deux particules neutres dont la somme des masses doit être inférieure à 40 (Lagarrigue 1951, voir aussi Uhlenbeck et Wang 1952). Ici on supposera :

t Marshak es couches exige que l'hypothèse e expliquée adition D)

Qu'il n'y a que deux particules neutres; Que ces deux particules neutres sont des neutrinos.

La vie moyenne de cette désintégration ne peut être expliquée de façon satisfaisante par couplage indirect à travers le ou les champs de particules connues. Nous sommes donc amenés à supposer une interaction directe entre les quatre fermions  $\mu$ ,  $\varepsilon$ ,  $\nu$ ,  $\nu$  et on admettra que cette interaction est une interaction de Fermi (1.1).

Radium E portionnel ulent pra-. De plus

2.1. Interaction de Fermi entre quatre fermions. (Voir Michel 1950.)

éments de 3, ce qui ttion plus nature du

La densité d'hamiltonien d'interaction s'écrit :

(33) 
$$H = \sum_{i=1}^{5} g_i \left( J_i + J_i^{\star} \right) \quad ,$$

it que des

où  $J_i^*$  signifie « conjugué hermitique » de l'opérateur  $J_i$ . Les cinq scalaires sont explicitement donnés en A2 et ils contiennent les quatre champs dans un ordre déterminé. Si cet ordre est changé, les nouveaux Ji obtenus sont des combinaisons linéaires des anciens (A1.31). Ceci correspond dans H à un changement de base pour l'espace à 5 dimensions des g<sub>i</sub>. Donc on peut noter :

explique conclure et g2. La ante:

$$\mathbf{H} = \overrightarrow{g}_{\bullet}(\overrightarrow{\mathbf{J}} + \overrightarrow{\mathbf{J}})$$

n déduit

et définir H par le vecteur  $\stackrel{\rightarrow}{g}$  indépendamment de l'ordre des  $4\psi^{\scriptscriptstyle{K}}$  dans H (le changement d'ordre correspondant à un simple changement de système de coordonnées dans l'espace des  $\vec{g}$ ).

Le seul vecteur  $\vec{g}$  qui soit invariant pour toutes les permutations des  $\psi^{\kappa}$  correspond à l'interaction de Critchfield et Wigner 1941. Dans les notations de ce travail il est défini par  $g_1 = -g_4 = g_5$ .

is on tient

Si deux  $\psi^{\kappa}$  sont identiques (c'est entre autres le cas lorsque deux particules indiscernables sont émises) il y a seulement 3Ji linéairement indépendant (voir A1.32); leur espace vectoriel à 3 dimensions est une projection de l'espace à 5 dimensions.

est  $9.3 \times$ par inter-

satisfont

CO N1

2.2. Le spectre d'énergie de l'électron secondaire.

La fin du paragraphe précédent nous montre qu'il faut distinguer deux cas pour la désintégration du méson  $\mu$  :

I. Les deux neutrinos émis sont discernables (peut-être par le signe de leur moment magnétique). C'est le cas si les neutrinos sont décrits par la théorie des trous de Dirac et si l'un des neutrinos émis est une particule et l'autre une antiparticule.

II. Les deux neutrinos émis sont indiscernables : cela a lieu soit parce que les deux neutrinos émis sont tous deux particules ou tous deux antiparticules de la théorie des trous de Dirac, soit parce que les neutrinos sont décrits par la théorie de Majorana 1937, théorie suivant laquelle tous les neutrinos sont identiques.

Ici nous ne considérons que la désintégration du méson  $\mu$  au repos. Cependant lorsque les mésons  $\mu^-$  sont arrêtés dans la matière, ils tombent sur l'orbite de Bohr d'un noyau avant de se désintégrer (ou d'être capturés). L'effet de cette liaison coulombienne a été pris en considération par Horowitz et al. 1948 et Porter et Primakoff 1951. On en tiendra compte dans 2.3. L'émission de photons due à l'accélération de la charge électrique passant de  $\mu$  à  $\varepsilon$  est négligeable. (Abragam et Horowitz 1951, Lenard 1952). Les premiers calculs de ce spectre d'énergie ont été faits par Horowitz et al. 1948 pour  $\mu \to \mu_0 + \varepsilon + \nu$ , Moller 1949 suggéra le premier  $\mu \to \varepsilon + 2\nu$  et donna deux exemples de spectres possibles; Tiomno et al. 1949 en donnaient d'autres exemples tandis que Michel 1949 traitait le cas le plus général (15).

Les spectres théoriques P(E) pour les électrons secondaires provenant du méson  $\mu$  au repos sont donnés par :

(35) 
$$\tau_{\mu} P(E) = \frac{E(E^2 - 1)^{\frac{1}{2}}}{V + \eta B} \left[ 3(W - E) + \frac{2}{3}\rho\left(4E - 3W - \frac{1}{E}\right) + 3\eta\left(\frac{W}{E} - 1\right) \right]$$

où:

(35') 
$$A = \frac{1}{8} [(2W^2 - 5) W (W^2 - 1)^{\frac{1}{2}} + 3ArgchW]$$

$$(35'') \hspace{3.1em} B = \frac{1}{2} \lceil (W^2 + 2) (W^2 - 1)^{\frac{1}{2}} - 3W ArgchW \rceil$$

avec 
$$ArgchW = \log_{\bullet} \left| W + (W^2 - 1)^{\frac{1}{2}} \right|$$

Naturellement E et P(E) satisfont à :

$$1 - E = W - (\mu^2 + 1) 2\mu$$

$$au_{\mu} \int_{-i}^{i} \Psi(\mathbf{E}) d\mathbf{E} = 1$$

Cas I

(38)

pour

Cas II

39

C'est rappor quelqu

4()

Pour le calcul de ce spectre pour un méson  $\mu$  de spin 0 voir Tiomno (1949), de spin 3/2, voir Caianiello (1951 c). Les formules 35, 38, 39 ont été données sous cette forme par Michel et Stora (1952).

er deux cas

Les quantités  $\rho$  et  $\eta$  sont deux paramètres fonctions de g (voir table 3), et qui satisfont à : (voir fig. 2).

gne de leur théorie des re une anti-

arce que les icules de la ur la théorie entiques.

Cependant pite de Bohr liaison cou-Porter et ptons due à (Abragam e d'énergie )49 suggéra es; Tiomno sitait le cas

venant du

$$\left[\frac{N}{E}-1\right]$$

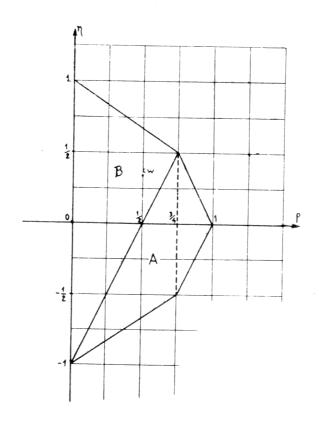


Fig. 2

Domaine de variation de  $\rho$  et  $\eta$ 

Cas I : aire  $\Lambda + B$ 

Cas II: aire B seulement

cw: interaction de Critchfield et Wigner.

 $Cas\ I:$ 

(38) 
$$0 \le \rho \le 1$$
pour 
$$0 \le \rho \le \frac{3}{4} \quad , \quad \frac{2}{3}\rho - 1 \le \eta \le 1 - \frac{2}{3}\rho$$

$$\frac{3}{4} \le \rho - 1 \quad , \quad 2^*\rho - 1 \le \eta \le 2(1 - \rho)$$

Cas II:

(39) 
$$0 \leq \rho \leq \frac{3}{4} \quad \text{et} \quad 2\rho = 1 \leq \eta \leq 1 - \frac{2}{3}\rho$$

C'est une approximation très légitime de négliger la masse de l'électron par rapport à son énergie totale (puisque P(E) est très petit quand E n'est que de quelques unités). Alors les formules (35), (38), (39) deviennent :

(40) 
$$\tau_{\mu} P(E) = \frac{4E^2}{W^4} \left[ 3 (W - E) + \frac{2}{3} \rho (4E - 3W) \right]$$

avec

$$(40') \hspace{1cm} \textit{Cas I}: \hspace{0.2cm} 0 \! \leqslant \! \rho \! \leqslant \! 1 \hspace{0.2cm} ; \hspace{0.2cm} \textit{Cas II}: \hspace{0.2cm} 0 \! \leqslant \! \rho \! \leqslant \! \frac{3}{4}$$

On voit donc que l'ensemble des spectres permis est une famille à un paramètre linéaire (MICHEL 1949). Fig. 3.

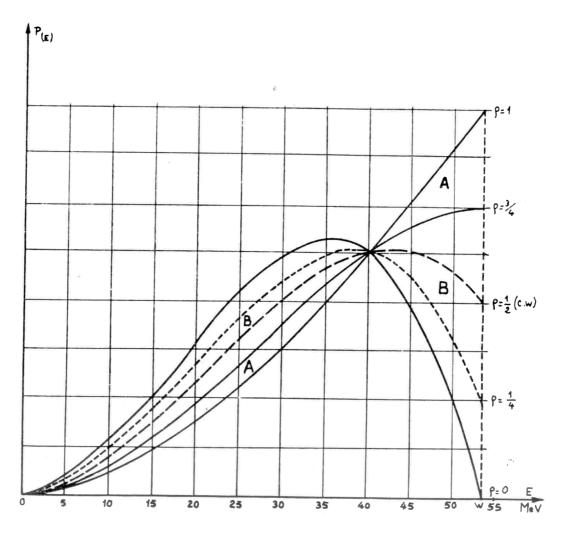


Fig. 3

Spectre d'énergie des électrons provenant de la désintégration des mésons  $\varkappa$  au repos

Cas I : Les deux neutrinos émis sont discernables. L'ensemble des courbes possibles couvre l'aire  $\Lambda+B$ .

 $Cas\ II$  : Les deux neutrinos émis sont indiscernables. L'ensemble des courbes possible couvre l'aire B seulement.

# 2.3. Comparaison avec les résultats expérimentaux.

La liste des spectres publiés est donnée dans la table 2 qui contient sous forme condensée, les principaux caractères de la méthode expérimentale.

No	*quanted
1	T.
2	I
$\frac{3}{4}$	S
5	E
6	I
7 8	I
9	(

RC rayon A+ (més SS specti

Quelle

Les sp déduit de été fait peuvent trop gran que W le et Peyr spectre 7 Il faut de l'élec liaison de plètemer

d'énergie Les va

(41)

Ces résu

Il est une disc une droi

<sup>(16)</sup> Je r

Table 2

Nº	RÉFÉRENCE	NOMBRE DE CAS	MÉSONS	MÉTHOL
1	Leighton, Anderson, Sériff 1949	75	RC	CW
2	DAVIS, LOCK, MUIRHEAD 1949	80	RC	PP
3	SAGANE, GARDNER, HUBBARD 1951	SS	A +	SS
4	LAGARRIGUE, PEYROU 1952 a, b	150	RC	CW
5	Bramson, Havens 1951	117	A +	ЪЬ
6	Levi-Setti, Tomasini 1951	250	RC	PP
7	HUBBARD 1952	400	A +	CW
8	Bramson, Seifert, Havens 1952	301	$\Lambda$ +	PP
9	O'CELLAIGH 1951 a	600	RC	PP

A+ (mésons artificiels positifs).

Quelle valeur de  $\rho$  peut-on déduire de ces résultats expérimentaux?

Les spectres 3 et 5 sont des résultats préliminaires. Le paramètre  $\rho$  doit être déduit de l'ensemble des mesures par une méthode statistique. Ceci n'a pas été fait pour les spectres 2, 6, 9 : d'ailleurs ces spectres (tous trois RC, PP) ne peuvent être expliqués par les courbes (40), [la valeur moyenne de l'énergie est trop grande et cela est dû au trop grand nombre de mesures d'énergie plus grande que W le maximum possible.] Une discussion statistique a été faite par LAGARRIGUE et Peyrou, pour leur spectre 4 et pour le spectre 1; par Hubbard pour son spectre 7; par Bramson et al. pour leur spectre 8.

Il faut évidemment tenir compte dans une telle discussion de ce que l'énergie de l'électron n'est connue qu'avec une certaine erreur. D'autre part, l'effet de liaison des mésons sur les orbites de Bohr des noyaux de charge Z a un effet complètement similaire à celui d'un spectre carré d'erreur  $\Delta E \leqslant ZE/137$  sur la mesure d'énergie de l'électron.

Les valeurs de  $\rho$  et les erreurs publiées par ces auteurs  $^{(16)}$  sont :

Ces résultats exigent quelques commentaires :

Il est dommage que l'expérience la plus précise (spectre 7) ait été soumise à une discussion statistique insuffisante (méthode des moindres carrés pour ajuster une droite obtenue à partir du spectre par une transformation analogue à celle de

à un para-

P= 1

7=3/

 $r^{2} = \frac{1}{2} (c.w)$ 

bles couvre

sible couvre

ous forme

SS spectromètre à spirales; CW chambre de Wilson; PP plaques photographiques.

<sup>1</sup> repos

<sup>(16)</sup> Je remercie ces auteurs pour l'intéressante correspondance échangée avec chacun d'eux.

Kurie, voir (19). Je n'ai pu reprendre la discussion statistique, le tableau de mesure n'ayant pas été publié.

Les résultats des spectres 1+4 sont à modifier. En effet, le spectre donné par l'équation (40) dépend en réalité de deux paramètres  $\rho$  et W. On pourra donc les déterminer en trouvant entre eux deux relations (par exemple par l'étude de deux moments de distribution). C'est ce qu'ont fait Lagarrique et Peyrou réalisant ainsi par la même expérience, outre une mesure de  $\rho$ , une mesure de la masse  $\mu$  (en déterminant W) : leur résultat est  $\mu=214\pm\frac{13}{9}$ , ce qui évidemment est assez satisfaisant, mais les expériences directes pour la mesure de  $\mu$  donnent des résultats plus précis. Malheureusement la valeur adoptée par Lagarrique et Peyrou :  $\mu=216$  (correspondant à W = 55 Mev) est en dehors des limites de la précision actuelle. Les mesures récentes les plus précises ont donné :

$$\mu = 209.6 \pm 2.5$$
 Barkas 1951,  
 $\mu = 209.8 \pm 2.2$  Lederman et al. 1951.

Nous adopterons dans ce travail:

(42) 
$$\mu = 210 \pm 3$$

Il nous est cependant très facile d'utiliser le travail de Lagarrique et Peyrou car ces auteurs donnent explicitement la relation empirique qu'ils trouvent entre  $\rho$  et W : elle est très sensiblement linéaire :  $\rho = (58 - W)/12$ , W étant en Mev, soit, avec nos notations,  $\rho = 4.83 - 2.13 \cdot 10^{-2} \mu$ . Et en y portant la valeur de (42) on trouve :

(41') pour le spectre 
$$1 + 4$$
,  $\rho = 0.37 \pm 0.12$ 

Il semble donc que la valeur 0 est peu probable, et que la valeur la plus probable de  $\rho$  est vers 0,35 (d'après 41 et 41). Il est probable que plus d'information statistique pourrait être tirée des expériences déjà faites. D'autres plus précises sont en cours. Afin d'encadrer certainement la valeur réelle de  $\rho$  on prendra ici les limites très conservatrices pour sa valeur expérimentale :

$$(43) 0 \leqslant \rho < 0.54$$

C'est la réunion des domaines donnés par les résultats en (41 et 41').

#### 2.4. Conclusion.

Les mesures de  $\rho$  ne sont pas encore très précises. De toute façon, les mesures de  $\rho$  sont limitées par la précision des mesures d'énergie des électrons secondaires (la liaison coulombienne des mésons négatifs étant équivalente à une erreur supplémentaire) et par le nombre total de désintégrations étudiées. Ce nombre peut être augmenté mais seulement au prix d'une plus grande quantité de travail. Est-ce que cet effort supplémentaire vaut la peine d'être fait? C'est plus ou moins une question de goût personnel, mais ce travail donne justement les informations théoriques nécessaires pour baser un tel choix. La production intense des mésons artificiels permet l'utilisation d'un spectromètre d'énergie (par exemple Sagane

et al. 19 son des niques ( les gran plus dés soit abso d'énergi mations discussi

3.1. *La* 

MLEI même i interact et un ca ordre d

Il est interact une int d'une

Cepe choisi d'autre tion.

Done gration est dar

Pou:

(44)

Il no 1952 *a* 

(15)

Cett de tel La va

(46)

(17) I d'erreu u de mesure

ectre donné
pourra donc
r l'étude de
et Peyrou
nesure de la
evidemment

µ donnent

AGARRIGUE
s limites de
uné:

et PEYROU ivent entre int en Mev, leur de (42)

plus proaformation as précises prendra ici

s mesures econdaires reur supnbre peut le travail. ou moins prmations es mésons e SAGANE et al. 1951) pour les électrons secondaires ou encore l'étude à la chambre de Wilson des mésons  $\mu$  s'arrêtant dans le gaz (17) et c'est probablement une de ces techniques qui permettra d'améliorer la précision de la mesure de  $\rho$ . De plus, avec les grandes intensités de mésons obtenues dans les accélérateurs, il ne semble plus désormais que l'étude des rayons  $\gamma$  émis dans la désintégration des mésons  $\mu$  soit absolument hors d'atteinte des techniques expérimentales. L'étude du spectre d'énergie des  $\gamma$  et des corrélations angulaires  $\gamma \varepsilon$  donnerait alors des informations supplémentaires sur la nature du couplage (voir Lenard 1952 pour une discussion détaillée).

# $3^{\rm o}$ Comparaison de la désintégration du méson $\mu$ et de la radioactivité $\beta$

## 3.1. La suggestion de Klein.

Klein 1947 suggéra que la désintégration du méson  $\mu$  pouvait être due à la même interaction que la radio-activité  $\beta$ . En effet, nous venons de voir qu'une interaction directe de Fermi explique bien les deux catégories de phénomènes et un calcul même grossier montre que les constantes de couplage sont du même ordre de grandeur. Il faut donc faire une étude quantitative détaillée.

Il est clair (d'après l'étude des permutations des  $\psi^{\kappa}$  dans les  $J_i$ , voir 2.1) qu'une interaction de Fermi entre un ensemble de particules ne peut être comparée à une interaction de Fermi entre quatre autres particules, que si l'on a convenu d'une correspondance biunivoque entre les particules des deux ensembles.

Cependant, il se fait que  $\tau_{\mu}(g)$  donné par (40) est en fait indépendant de l'ordre choisi pour les quatre particules dans le cas I (neutrinos discernables,  $v \neq 0$ ). En d'autres termes  $\tau_{\mu}$  est fonction seulement de la longueur de g et non de sa direction.

Donc une comparaison directe et précise entre la radio-activité  $\beta$  et la désintégration du méson  $\mu$  est possible, sans nécessiter d'hypothèses spéciales, si l'on est dans le  $cas\ I$ .

Pour la désintégration du méson  $\mu$  on a :

$$Q = g_1^2 + 4g_2^2 + 6g_2^2 + 4g_4^2 + g_5^2 = \frac{3 \cdot 2^n \cdot \pi^3 \, m^5 c^5}{\mu^5 \tau_\mu} \frac{3 \cdot 2^n \cdot \pi^3 \, m^5 c^5}{\hbar^7}$$

Il nous faut comparer Q de (44) et  $N(1+b\delta)$  de (9). Pour cela posons (MICHEL 1952 a) :

(45) 
$$\lambda = \frac{2}{3} Q / \Im (1 + b\delta)$$

Cette équation définit  $\lambda$  en tant que fonction de g. Le paramètre  $\lambda$  a été choisi de telle façon qu'il vaut 1 pour l'interaction de Critchfield et Wigner 1941. La valeur expérimentale de  $\lambda$  est ainsi :

$$\lambda = 2^9 F_1 \langle W_n \rangle \tau'_n / \mu^5 \tau_\mu \log_e 2$$

<sup>(17)</sup> Leur arrêt dans des matériaux solides même légers comme le carbone, est la cause principale d'erreur sur l'énergie de l'électron.

CON

quand on utilise seulement les résultats expérimentaux concernant la radio-activité du neutron. Sinon, avec (25) on peut écrire l'équation (46) [voir aussi (22)] :

(47) 
$$\lambda = 2^{9} \text{ ub}/(1 + 2x) \,\mu^{5} \tau_{\mu} \,(\log 2) \,(1 + b\delta)$$

et on peut ainsi utiliser les résultats de la discussion de Kofoed--Hansen et Winther.

Les valeurs expérimentales pour  $\tau_{\mu}$  et  $\mu$  adoptées ici sont :

$$au_{\mu}=(2{,}22\pm0{,}02)$$
 .  $10^{-3}$  sec (Bell et Hincks 1951);  $\mu=210\pm3$  (voir 42).

L'équation (39) donne alors pour la valeur de  $\lambda$ :

(48) 
$$\lambda = 1.02 \pm 28 \text{ p. } 100$$

(20 p. 100 de l'erreur vient de l'incertitude sur  $\tau_n$  et 7,5 p. 100 = 1,5 × 5 p. 100 vient de l'incertitude sur  $\mu^5$ ). Cette valeur est valable avec l'hypothèse la plus générale du couplage de Fermi. Si l'on se restreint à l'hypothèse (27) les valeurs de  $\mathfrak{B}$  et  $\xi$  de (28) et (30) donnent (en tenant compte de l'incertitude sur  $\mu^5$ ):

(49) 
$$\lambda = 1.07 + 0.50 \\ -0.13$$

La valeur de  $\lambda$  est donc voisine de 1, ce qui illustre bien la coïncidence frappante que la même interaction de Fermi peut expliquer à la fois la radio-activité  $\beta$  et la désintégration du méson n. Mais cette interaction doit aussi satisfaire à toutes les conditions que nous avons déjà trouvées. Étudions cela en détail. On pose :

$$(50) \qquad \qquad \lambda' = \lambda \left( 1 + b \delta \right)$$

L'équation (31) nous a donné les limites de  $b:-0,\!10<\!b<\!0,\!20$  d'où les limites de  $\lambda'$  (d'après 48) :

(51) 
$$0.69 < \lambda' < 1.47$$

L'équation (45) s'écrit explicitement :

$$(45') \qquad (8-3\lambda')\,g_2^2+3\,(4-3\,\lambda')\,g_3^2+2g_5^2 = (3\,\lambda'-2)\,g_1^2+(9\lambda'-8)\,g_1^2$$

La conclusion du chapitre 2 était que l'interaction devait être principalement soit  $g_1$ ,  $g_3$ ,  $g_5$  (STP), soit  $g_2$ ,  $g_3$ ,  $g_5$  (VTP), ce deuxième cas est exclu à première vue.

Une interaction principalement  $g_1$ ,  $g_3$ ,  $g_5$  (STP) ne semble par contre pas exclue pour l'instant, à condition que  $|g_3/g_5|$  puisse être aussi bas que 1,25 et que  $\lambda'$  atteigne sa limite supérieure. Les conditions les plus favorables pour l'accord, sont alors  $g_2 = g_4 = 0$ . Cinq valeurs de  $\rho$  sont alors possibles et trois d'entre elles (une vers 0 et deux vers 0,4) sont acceptables. Les hypothèses supplémentaires qui permettent de choisir ces valeurs acceptables, et de rejeter les autres,

sont aus dans ce

3.2. Coi

Dans
et sans
de l'exp
tégration
étudier
indiscer
ne soit f
thèse su
ques po
Tous
la table
de la dé
que dan

amenés

en 6 cla

suivons choisi l'

respond simplen nécessai

1950, 1

 $N, b, \delta$ 

On pose Les d

Cas I,

Les cor

Classe 1

Ca

<sup>(18)</sup> La les états (indifféren

a radio-actissi(22)]:

sont aussi celles pour lesquelles sont valables les fig. 4. La fig. 4a permet donc dans ce cas, une discussion plus détaillée.

3.2. Comparaison systématique.

-HANSEN et

Dans le paragraphe précédent, nous sommes partis de la conjecture de Klein et sans hypothèse supplémentaire nous avons pu discuter en détail le verdict de l'expérience dans le cas I (un neutrino et un antineutrino émis dans la désintégration du méson μ). Pour faire une comparaison systématique, il nous faut aussi étudier le cas II (les deux neutrinos émis dans la désintégration du méson sont indiscernables). Et nous avons vu que, dans ce cas, puisque la coı̈ncidence que  $\tau_a$ 

ne soit fonction que de la longueur de g n'existe plus, il nous fait faire une hypothèse supplémentaire permettant de choisir parmi les correspondances biunivoques possibles entre  $n, p, \varepsilon, \nu$  d'une part et  $\mu, \varepsilon, \nu, \nu$  d'autre part.

Tous les résultats de cette comparaison systématique sont condensés dans la table 3. Les résultats ne demandent aucune distinction entre les deux neutrinos de la désintégration du méson  $\mu$  (une telle distinction n'est évidemment possible que dans le cas 1) pour établir la correspondance biunivoque. Nous sommes amenés à considérer seulement 12 correspondances que nous avons réparties en 6 classes afin de faciliter l'exposé de la discussion. Pour la radio-activité  $\beta$  nous suivons évidemment les mêmes conventions qu'au chapitre I, donc nous avons choisi l'ordre  $p, n, \varepsilon, \nu$  pour les champs de particules dans l'hamiltonien. La correspondance  $^{(18)}$  entre  $p,\,n,\,\varepsilon,\,\nu$  et  $\mu,\,\varepsilon,\,\nu,\,\nu$  sera définie dans la table 3 en précisant simplement l'ordre des champs  $\mu$ ,  $\varepsilon$ ,  $\nu$ ,  $\nu$  dans l'hamiltonien (34). Les formules nécessaires pour construire cette table sont données en A2 (voir aussi Michel 1950, 1951 *a*, *b*, 1952 *b*).

 $\times$  5 p. 100 èse la plus les valeurs  $:\mu^5):$ 

e frappante ctivité \beta et re à toutes On pose:

Table 3

les limites

 $N, b, \delta$  sont définis en (3), (4), (9'). On pose  $\rho = R/Q$ ,  $\eta = Y/Q$ , on a déjà posé  $\lambda = 2Q/3$  NG $(1 + b\delta)$ .

Les deux neutrinos émis dans la désintégration du méson  $\mu$  sont :

Cas I, discernables  $(\nu \neq)$ , cas II identiques  $(\nu =)$ .

Les correspondances  $p, n, \varepsilon, \nu \longleftrightarrow \mu, \varepsilon, \nu, \nu$  sont divisées en 6 classes.

 $g_{x}^{2}$ 

Classe 1 : Signe supérieur :  $\frac{pn\varepsilon r}{r\mu\varepsilon r}$ ; signe inférieur :  $\frac{pn\varepsilon r}{\mu\nu\varepsilon r}$ 

cipalement ı première

$$\begin{array}{ll} \text{Cas} & 1: & \mathbf{R} = \frac{3}{4} \left[ (g_1 \mp g_3)^2 + (g_3 \pm g_5)^2 + 2 \ (g_2 \pm g_4)^2 \right] \\ & \mathbf{Q} = g_1^2 + 4g_2^2 + 6 \ g_3^2 + 4g_4^2 + g_5^2 \\ & \mathbf{Y} = -2 \ (\pm g_1 g_2 + 3g_2 g_3 \mp 3g_3 g_4 + g_4 g_5) \end{array}$$

pas exclue et que  $\lambda'$ · l'accord. is d'entre ipplémenes autres.

<sup>(18)</sup> La correspondance biunivoque est à définir entre les particules et il n'y a pas à la préciser entre les états de conjugaison de charge de ces particules : par exemple :  $p^{\pm} \longleftrightarrow \mu^{\pm}$  ou  $p^{\pm} \longleftrightarrow \mu^{\mp}$ indifféremment.

$$\begin{split} \text{Cas ii} &: \quad \mathbf{R} = \frac{3}{16} [g_1 + g_5 - 2 \ (\pm g_2 + g_4)]^2 \\ & \quad \mathbf{Q} = \frac{1}{8} \left[ (g_1 \pm 6 g_3 - g_5)^2 + 16 \ (g_2 \mp g_4)^2 \right. \\ & \quad \left. + 2 \left[ g_1 + g_3 - 2 \ (\pm g_2 + g_4) \right]^2 \left[ \mathbf{Y} \right] \\ & \quad \mathbf{Y} = - \left[ g_1 \pm g_3 - g_5 \right] \left( \pm g_2 - g_4 \right) + \frac{1}{8} \left[ g_1 + g_5 - 2 \ (\pm g_2 + g_4) \right]^2 \end{split}$$

$$\begin{array}{ll} {\rm Cas} \ \ {\rm I} \ : & {\rm R} = 3 \ (g_2^2 + 2g_3^2 + g_4^2) \\ {\rm Q} = g_1^2 + 4g_2^2 + 6g_3^2 + 4g_4^2 + g_5^2 \\ {\rm Y} = g_1^2 - 2g_2^2 + 2g_4^2 - g_5^2 \end{array}$$

Cas II : Supprimer les termes en  $g_2^2$  et  $g_3^2$  dans le cas I

Classe 3 : Signe supérieur :  $\frac{pn\varepsilon v}{v\varepsilon uv}$ ; signe inférieur :  $\frac{pn\varepsilon v}{\varepsilon vuv}$ 

Classe 4 : Signe supérieur :  $\frac{pn\varepsilon v}{\mu\nu\nu\varepsilon}$ ; signe inférieur :  $\frac{pn\varepsilon v}{\nu\mu\nu\varepsilon}$ 

Classe 5 : Signe supérieur :  $\frac{pn\varepsilon\nu}{\varepsilon\nu\nu\mu}$ ; signe inférieur :  $\frac{pn\varepsilon\nu}{\nu\varepsilon\nu\mu}$ 

Mêmes formules que pour la classe 1

Classe 6: 
$$\frac{pnev}{vv\mu\epsilon}$$
 ou  $\frac{pnev}{vve\mu}$ 

Mêmes formules que pour la classe 2

Noter que la table est aussi valable pour les « pseudo » couplages (voir 5.2), sauf pour les classes 4, 5, 6 de correspondance.

Les correspondances biunivoques les plus naturelles entre les deux ensembles  $p, n, \varepsilon, \nu$ , et  $\mu, \varepsilon, \nu$ , de particules, sont celles où l'électron et le neutrino se correspondent respectivement à eux-mêmes. C'est le cas des correspondances de la classe 1.

Nous allons spécialement les discuter.

Pour faciliter la discussion, nous allons admettre l'hypothèse (25) :  $g_1 g_2 = 0$  et  $g_3 g_4 = 0$  (même si elle n'est pas exacte, cette hypothèse est une assez bonne approximation pour cette discussion). Les paramètres  $\rho$  et  $\lambda$  ne sont alors fonctions que des deux variables :

$$\xi = \pm \sqrt{\frac{1-x}{x}} = \frac{g_{\alpha}}{g_{\beta}}$$
,  $\zeta = \frac{g_{\delta}}{g_{\beta}}$  avec  $\alpha = 1, 2, \beta = 3, 4$ 

En adr  $\xi = g_F/g_G$ dans le ca

Les fig.

Les fig.

Pour pa

#### FIGURES 4

En admettant la condition (27) :  $g_1 g_2 = 0 = g_3 g_4$ , ces figures donnent les relations entre  $\xi = g_r/g_{\sigma\tau}$ ,  $\zeta = g_5/g_{\sigma\tau}$  (où  $g_r = g_1$  ou  $g_2$ ,  $g_{\sigma\tau} = g_3$  ou  $g_4$ ) pour des valeurs données de  $\rho$  et  $\lambda$ , dans le cas des correspondances 2, 3, 4 ou 5, signe supérieur, de la table 3.

Pour passer aux correspondances 2, 3, 4 ou 5, signe inférieur, il faut changer

$$\xi$$
 en  $-\xi$ ,  $\zeta$  en  $-\zeta$  dans les fig.  $4a$ ,  $4b$ ;  $\zeta$  en  $-\zeta$  dans la fig.  $4c$ ;  $\xi$  en  $-\xi$ , dans les fig.  $4d$ ,  $4e$ .

Les fig. 4a et 4d sont valables pour le cas I ( $\nu \neq$ ) Les fig. 4b, 4c et 4e sont valables pour le cas II ( $\nu \equiv$ ).

#### ERRATA

Partout dans les fig. 4, lire :  $\xi$  au lieu de : x, et fig. 4 b, lire :  $\zeta$  au lieu de :  $\eta \zeta$ .

(voir 5.2),

ensembles ino se cornces de la

 $g_2 = 0$  et nne approuctions que