

APPENDICE I

Le but de cet appendice est de démontrer certaines propriétés utilisées dans le texte.

A1,1. *Groupe symétrique et produit de représentations équivalentes.*

A1,11. *Représentation des groupes.*

Nous ne considérons ici que les représentations linéaires finies, complètement réductibles. Soient $D(s)$ et $D'(s)$ les matrices de deux représentations D et D' et correspondant au même élément s du groupe G ; s'il existe une matrice A telle que :

$$(A1,1) \quad D'(s) = AD(s)A^{-1}$$

pour tout $s \in G$, les deux représentations D et D' sont dites équivalentes; elles ne sont pas considérées comme distinctes. Le rang n des matrices $D(s) \in D$ est aussi appelé rang de la représentation. Les matrices $D(s)$ opèrent sur les vecteurs $X \in E_n$ (espace vectoriel à n dimensions). L'équivalence $D'(s) = AD(s)A^{-1}$ correspond au changement de base $X' = AX$ dans E_n . La représentation D est irréductible s'il n'y a pas de sous-espace de E_n invariant par $D(s)$ lorsque s décrit G . Toutes les représentations que nous considérerons sont complètement réductibles, c'est-à-dire, elles sont la somme directe de représentations irréductibles. La décomposition de D en représentations irréductibles :

(A1,2) $D \simeq \sum a_i D^{(i)}$ (a_i entiers positifs) est unique (modulo une équivalence).

(\sum indique la somme directe, \simeq signifie « représentations équivalentes »).

On rappelle encore qu'on définit le produit $D = D'D''$ comme la représentation de G agissant dans l'espace E_n produit tensoriel des espaces E' et E'' de D' et D'' . Les matrices de D sont obtenues par le produit kronéckerien des matrices correspondantes de D' et D'' :

$$(A1,3) \quad (D'D'')(s) = D'(s) \times D''(s)$$

On rappelle la propriété suivante de tels produits :

$$(A1,4) \quad (A \times B)(C \times D) = AB \times CD$$

A1,12. *Groupe symétrique ζ_n .*

C'est le groupe des permutations de n objets. Une telle permutation est notée ainsi :

$$(A1,5) \quad p = \begin{pmatrix} 1, 2, \dots, i, \dots, n \\ 1', 2', \dots, i', \dots, n' \end{pmatrix}$$

(chaque objet i de la 1^{re} ligne est remplacé par l'objet i' de la 2^e ligne).

On appelle partition de n , tout ensemble d'entiers, $f_1, f_2, f_3, \dots, f_k$ tels que $f_1 \geq f_2 \geq \dots \geq f_k > 0$ et $f_1 + f_2 + \dots + f_k = n$. Ici on représentera les partitions par les diagrammes de Young, c'est-à-dire n carrés disposés en k lignes de f_1, f_2, \dots, f_k carrés.

Il y a autant de représentations irréductibles distinctes de ζ_n qu'il y a de partitions de n et la façon dont on se sert de ces dernières pour caractériser les premières, est bien connue.

A1,13. *Lemme.*

Soit D une représentation de G et D' l'ensemble des matrices obtenues en faisant sur toutes les matrices de D une même permutation à la fois sur leurs lignes et sur leurs colonnes. D' est une représentation équivalente à D .

En effet soit p définie en (A1,5) : considérons la matrice P qui a pour éléments $q_{i,i'}$, ainsi définis : $q_{i,i'} = 1$ si i' correspond à i par la permutation p , $q_{i,i'} = 0$ dans le cas contraire. On voit aisément que $P^{-1} = \tilde{P}$ (\sim indique la transposition) et on en déduit que $D'(s) = P D(s) P^{-1}$. De plus on remarque que la correspondance $p \rightarrow P$ donne une représentation du groupe symétrique ζ_n (groupe des permutations de n objets).

A1,14. *Théorème fondamental.*

Nous noterons $D^{(\alpha)}$ des représentations irréductibles équivalentes de G ; $D^{(\alpha)}$ est de rang $r_{(\alpha)}$ et agit dans l'espace $E^{(\alpha)}$. Les représentations équivalentes ainsi que leurs espaces, seront distinguées entre elles par un indice inférieur à droite.

Soit D_i ($i = 1$ à n) n représentations équivalentes de G . Soit Δ leur produit que nous décomposons en somme directe de représentations irréductibles :

$$(A1,6) \quad \Delta = \prod_{i=1}^n D_i \simeq \Delta' = \sum_{\alpha} \sum_{j=1}^{m_{\alpha}} D_j^{(\alpha)}$$

Les matrices de Δ sont de la forme :

$$(A1,7) \quad \Delta(s) = D(s) \times D(s) \times \dots \times D(s)$$

Les matrices de Δ' sans restriction de généralité, peuvent être mises sous la forme :

$$(A1,8) \quad \Delta'(s) = 1_{m_{\alpha}} \times D^{(\alpha)}(s)$$

(où $1_{m_{\alpha}}$ est la matrice unité à m_{α} dimensions).

L'espace \mathcal{E} de Δ est le produit tensoriel des n espaces E_i des D_i .

Faisons une permutation p sur ces espaces, le lemme nous apprend que cela transforme Δ en :

$$(A1,9) \quad \tilde{\Delta} = P \Delta P^{-1}$$

la correspondance $p \rightarrow P$ donnant une représentation de P de ζ_n .

Définissons les matrices T , $\tilde{\Delta}$ et Q ainsi :

$$(A1,10) \quad \Delta' = T\Delta T^{-1}, \quad \tilde{\Delta}' = T\tilde{\Delta}T^{-1}, \quad \tilde{\Delta}' = Q\Delta'Q^{-1}$$

donc (A1,11) $Q = TPT^{-1}$

la correspondance $p \rightarrow Q$ donne une représentation $Q \simeq P$ de ζ_n .

Il est évident, d'après A1,7, que P et Δ commutent. On en déduit par (A1,9) : $\tilde{\Delta} = \Delta$, et par (A1,10).

$$(A1,12) \quad \Delta'Q = Q\Delta'$$

Or si une matrice commute avec toutes les matrices d'une représentation irréductible $D^{(\alpha)}$ d'un groupe, elle est multiple de la matrice unité; d'après (A1,8) et (A1,4) on en déduit donc que Q doit être de la forme :

$$(A1,13) \quad Q = \sum_{\alpha} S_{(\alpha)} \times I_{r_{\alpha}}$$

Comme la correspondance $p \rightarrow Q$, la correspondance $p \rightarrow S_{(\alpha)}$ fournit une représentation de ζ_n . D'où le *Théorème* : la réduction, en représentation irréductible, du produit de n représentations équivalentes D_i d'un groupe G , fournit aussi des représentations du groupe symétrique ζ_n , ces représentations agissant sur un espace dont les éléments sont les espaces des représentations irréductibles de G .

Notons que nous n'avons pas supposé que les D_i étaient irréductibles. Si G est unitaire et D irréductible, les représentations de ζ_n obtenues sont irréductibles (WEYL 1946).

A1,2. *Application au groupe de Lorentz homogène.*

A1,21. *Définition et topologie du groupe L (de Lorentz homogène).*

Soient $(1 - 2\delta_{\mu_4})\delta_{\nu\mu}$ les composantes du tenseur métrique de l'espace temps. On les considère comme éléments d'une matrice F . Soit $A \in L$, l'invariance de la longueur d'univers par rapport à A nous donne :

$$(A1,14) \quad \tilde{A}FA = F$$

On en déduit $(\det A)^2 = 1$, d'où deux parties non connexes de L : L_+ , ensemble des A de déterminant $+1$ et L_- ensemble des A de déterminant -1 . On voit que L_+ est sous-groupe d'index 2 (donc sous-groupe distingué) de L . En considérant la 4^e ligne de (A1,14) on obtient :

$$(A1,15) \quad (A_{44})^2 = 1 + \sum_{i=1}^3 (A_{4i})^2 \geq 1$$

Donc L_+ et L_- se divisent chacun en deux parties L_+^{\uparrow} et L_+^{\downarrow} , L_-^{\uparrow} et L_-^{\downarrow} , non connexes. On montre facilement (en utilisant l'inégalité de Schwarz) que l'ensemble L^{\uparrow} des $A \in L$ tels que $A_{44} \geq 1$ forme un sous-groupe d'index 2 (donc distingué) de L , et qui est appelé groupe « orthochrone de Lorentz » (BHABHA, 1949). D'où la structure du groupe L : $L/L^{\uparrow} = Q$, $L^{\uparrow}/L_+^{\uparrow} = Q$, Q étant le groupe de deux éléments.

L_{\downarrow} est connexe et simple, il doit donc être le produit topologique d'un espace numérique et d'un groupe simple. En effet :

$$(A1,16) \quad L_{\downarrow} = E_3 \oplus R_3$$

L_{\downarrow} n'est pas simplement connexe. Soit \mathcal{L}_{\downarrow} son revêtement universel on montre que $\mathcal{L}_{\downarrow}/L_{\downarrow} = Q^{(36)}$.

A1,22. Représentations de L_{\downarrow} .

On ne s'intéressera ici qu'aux représentations irréductibles de rang fini de L_{\downarrow} . CARTAN, 1938, par exemple, en passant du réel au complexe deux fois, montre qu'il y a correspondance biunivoque entre ces représentations et celles de $R_3 \times R_3$ (\times indique le produit direct). Les représentations irréductibles de L_{\downarrow} seront donc caractérisées par deux nombres entiers $2p$ et $2q \geq 0$, et on les notera $(\omega)_{p,q}$. Elles se décomposent ainsi en représentations irréductibles de R_3 :

$$(A1,17) \quad (\omega)_{p,q} \longrightarrow \sum_{m=|p-q|}^{(p+q)} D_m$$

On note aussi assez souvent (voir par exemple : WEYL, 1946) $(\omega)_{\alpha,\beta}$ au lieu de $(\omega)_{p,q}$, avec $\alpha = p + q$, $\beta = p - q$, donc $\alpha \geq \beta$.

Par la suite nous utiliserons ces dernières notations.

(A1,17) s'écrit alors :

$$(A1,17) \quad (\omega)_{\alpha,\beta} = \sum_{m=\beta}^{\alpha} D_m$$

Notons que 2α et 2β sont tous deux, soit pairs, soit impairs.

A1,23. Théorème de CLIFFORD, 1937.

Il traite des rapports entre les représentations irréductibles d'un groupe G et celles de H , sous-groupe distingué de G . Ici nous sommes seulement intéressés au cas où H est d'index 2 (voir par exemple CARTAN, 1938, n° 89). Deux cas peuvent se produire; soit D , une représentation irréductible de G ; ou bien D est irréductible pour H (c'est par exemple le cas si $G = Q \times H$, \times indiquant le produit direct de groupes), et il existe alors une autre représentation D' non équivalente à D sur G (mais équivalente sur H); ou bien D est réductible sur H , et elle l'est alors en deux représentations de H non équivalentes. Réciproquement, toute représentation irréductible D de H , dans le premier cas engendre deux représentations non équivalentes de G , dans le deuxième cas une seule représentation de G et qui est réductible sur H .

⁽³⁶⁾ Tout cela peut être aisément montré en progressant ainsi : on montre que $U_3/R_3 = Q$, U_n étant groupe unitaire unimodulaire à n dimensions, et de la même façon $C_2/L_{\downarrow} = Q$, C_n étant le groupe unimodulaire à n dimensions. U_3 est simplement connexe : homéomorphe à la sphère à 4 dimensions. On peut passer de U_3 à C_2 en transformant les trois paramètres réels de U_3 en paramètres complexes.

A1,24. *Les représentations bivalentes.*

Nous ne pouvons appliquer directement les résultats du paragraphe précédent pour passer des représentations de L_{\pm}^{\uparrow} à celles de L^{\uparrow} car L_{\pm}^{\uparrow} n'étant pas simplement connexe, ce groupe a des représentations bivalentes (quand $2\alpha, 2\beta$ sont impairs). Ces représentations engendrent des représentations bivalentes de L^{\uparrow} . De plus ces représentations sont univalentes pour $\mathcal{L}_{\pm}^{\uparrow}$ et doivent engendrer des représentations univalentes d'un groupe \mathcal{L}^{\uparrow} tel que $\mathcal{L}^{\uparrow}/L^{\uparrow} = Q$ et $\mathcal{L}^{\uparrow}/L_{\pm}^{\uparrow}$ isomorphe à un groupe de quatre éléments. Il existe deux groupes de quatre éléments non isomorphes : le groupe cyclique Ω_4 (soit $\mathcal{L}^{\uparrow'}$ le groupe correspondant $\mathcal{L}^{\uparrow'}/L_{\pm}^{\uparrow} = \Omega_4$) et le groupe $Q \times Q$ (soit $\mathcal{L}^{\uparrow''}$ tel que $\mathcal{L}^{\uparrow''}/L_{\pm}^{\uparrow} = Q \times Q$). Les deux groupes $\mathcal{L}^{\uparrow'}$ et $\mathcal{L}^{\uparrow''}$ ne sont pas isomorphes; le produit de leurs représentations n'est donc pas défini (voir pour plus de détails MICHEL, 1952c). Aussi WICK et al. 1952 ont montré, en considérant les renversements du sens du temps, que les particules de spin 1/2 entier ($2\alpha, 2\beta$ impairs) doivent toutes être décrites par des représentations soit de $\mathcal{L}^{\uparrow'}$, soit de $\mathcal{L}^{\uparrow''}$, les deux cas ne pouvant coexister dans la nature. Mais lequel de ces deux cas existe? Nous n'en savons pas encore la réponse⁽³⁷⁾.

Notons que dans le cas $\mathcal{L}^{\uparrow''}$ il ne peut exister de particules de spin demi-entier avec un seul état de conjugaison de charge, comme par exemple les particules de MAJORANA, 1937 (voir pour des détails supplémentaires A1,26).

A1,24. *Les représentations de L^{\uparrow} .*

Nous ne ferons pas de différence dans les notations, pour indiquer de quel groupe $\mathcal{L}^{\uparrow'}$ ou $\mathcal{L}^{\uparrow''}$ les représentations bivalentes de L^{\uparrow} sont dérivées.

Lorsque $\beta \neq 0$ on se trouve dans le deuxième cas du théorème de CLIFFORD : les deux représentations $D_{\alpha\beta}$ et $D_{\alpha-\beta}$ de L_{\pm}^{\uparrow} forment une seule de L^{\uparrow} que nous noterons $D_{\alpha\beta}$ avec $\alpha \geq \beta > 0$. Lorsque $\beta = 0$ on se trouve dans le premier cas du théorème de CLIFFORD. La représentation $D_{\alpha,0}$ de L_{\pm}^{\uparrow} engendre deux représentations non équivalentes de L^{\uparrow} que nous noterons $D_{\alpha,0}^{+}$ et $D_{\alpha,0}^{-}$. Comme il y a une correspondance biunivoque entre les représentations finies du groupe de LORENTZ et celles du groupe orthogonal à quatre dimensions, nous pouvons employer les mêmes noms géométriques pour désigner les représentations de ces deux groupes.

Nom géométrique	Notation de Weyl	Notation de Cartan
Scalaire	$(\mathbb{D}_{0,0}^{+})$	$(\mathbb{D}_{0,0}^{+})$
Pseudo scalaire	$(\mathbb{D}_{0,0}^{-})$	$(\mathbb{D}_{0,0}^{-})$
Vecteur	$(\mathbb{D}_{1,0}^{+})$	$(\mathbb{D}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}^{+})$
Pseudo vecteur	$(\mathbb{D}_{1,0}^{-})$	$(\mathbb{D}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}^{-})$
Spineur	$(\mathbb{D}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}^{1,1})$	$(\mathbb{D}_{\frac{1}{2},0}^{1,1})$
Tenseur antisymétrique de second rang.	$(\mathbb{D}_{1,1})$	$(\mathbb{D}_{1,0})$

etc. Lorsque $\beta = 0$, l'indice — indique les « pseudo invariants ».

(37) Évidemment, si l'on raccorde les deux nappes de L^{\uparrow} par exemple en plongeant L^{\uparrow} dans un groupe connexe plus grand, on n'aura qu'une des possibilités $\mathcal{L}^{\uparrow'}$ ou $\mathcal{L}^{\uparrow''}$. CAIANIELLO (1952 c) en a fourni un exemple en montrant que $\mathcal{L}^{\uparrow'}$ est exclus si on admet que L^{\uparrow} est engendré par un groupe connexe L_{\pm}^{\uparrow} à 5 dimensions; mais je ne vois aucune raison pour admettre un tel postulat actuellement.

La dimension de ces représentations est :

$$2(\alpha + \beta + 1)(\alpha - \beta + 1) \quad \text{si } \beta \neq 0 \quad \text{et} \quad (\alpha + 1)^2 \quad \text{si } \beta = 0$$

A1,25. *Application du théorème fondamental à la représentation spinorielle de L^\uparrow .*

Cette représentation est bivalente. A chaque opération de L^\uparrow correspond deux matrices de $(\mathbb{O}_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\pm})$ qui ne diffèrent que par leur signe. Pour multiplier cette représentation par elle-même nous conviendrons de multiplier chaque matrice par la matrice correspondante avec la même détermination de signe.

Dans le cas de ζ^\uparrow on obtient ainsi :

$$(A1,18) \quad \left\{ \begin{array}{l} (\mathbb{O}_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\pm})^2 \simeq \mathbb{O}_{0,0}^+ + \mathbb{O}_{1,0}^+ + \mathbb{O}_{1,1} + \mathbb{O}_{1,0}^- + \mathbb{O}_{0,0}^- \\ \zeta_2 \rightarrow \begin{array}{ccccc} \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} \\ \text{antisym.} & \text{sym.} & \text{sym.} & \text{antisym.} & \text{antisym.} \end{array} \end{array} \right.$$

Nous pouvons condenser ces résultats et les suivants dans un tableau.

Les chiffres indiquent le nombre de représentations de L^\uparrow . Ce nombre doit être un multiple du rang de la représentation de ζ_n et qui est donné dans la colonne r_n .

TABLE 4. A



	r_2	(\mathbb{O}_{00}^+)	(\mathbb{O}_{10}^+)	(\mathbb{O}_{11})	(\mathbb{O}_{10}^-)	(\mathbb{O}_{00}^-)
$(\mathbb{O}_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\pm})^2$ 	1		1	1		
	1	1			1	1

TABLE 4. B









	r_3	$(\mathbb{O}_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\pm})^3$	$(\mathbb{O}_{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}}^{\pm})$	$(\mathbb{O}_{\frac{3}{2}, \frac{3}{2}}^{\pm})$
	1		1	1
	1	1		
	2	4	2	

TABLE 4.C

		r_4	$(D_{0,0}^+)$	$(D_{0,0}^-)$	$(D_{1,0}^+)$	$(D_{1,0}^-)$	$(D_{1,1})$	$(D_{2,0}^+)$	$(D_{2,0}^-)$	$(D_{2,1})$	$(D_{2,2})$
$(D_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\pm})^4$		1	1	1	1
		1	1								
		2	4	2	2	2	2			
		3	3	3	6	3	3	
		3	3	3	3	3				
Propriétés de symétrie	$2 \equiv \dots$		3	3	4	4	4	1	1	1	
	$2 \equiv, 2 \equiv \dots$		3	2	2	2	1	1			
	$3 \equiv \dots$		1	1	1	1	1				
	$4 \equiv \dots$		1								

Dans la table 4.c on a ajouté le nombre de représentations (en langage géométrique, le nombre de covariants) satisfaisant à une condition de symétrie donnée. Les conditions imposées sont les suivantes :

- $2 \equiv$ signifie : antisymétrique par rapport à deux spineurs donnés;
- $2 \equiv, 2 \equiv$ signifie : antisymétrique par rapport à deux spineurs donnés *et* par rapport aux deux autres;
- $3 \equiv$: antisymétrique par rapport à trois spineurs donnés;
- $4 \equiv$: antisymétrique par rapport aux quatre spineurs.

Les nombres correspondants se déduisent facilement des propriétés de symétrie des fonctions de base des représentations du groupe symétrique ζ_4 .

Par contre, pour construire les tables 4, on ne peut utiliser la propriété signalée à la fin de A1,14. En effet, le groupe de LORENTZ n'étant pas compact, ses représentations finies ne sont pas unitaires. En se servant des relations d'orthogonalité de l'algèbre des matrices de Dirac, Pauli (voir par exemple : PAULI, 1936) a construit le tableau pour le produit de deux spineurs, et FIERZ, 1937, a construit explicitement la représentation de ζ_4 pour les cinq scalaires. MICHEL, 1951a, b, a construit explicitement les représentations de ζ_4 pour les pseudoscalaires, vecteurs, pseudo-vecteurs, tenseurs antisymétriques. Le reste de la table 4c peut être construit à partir de là, en utilisant les caractères des représentations des groupes symétriques.

Nous avons dressé les tables 4 en prenant le groupe \mathcal{L}'' pour définir quelle famille de représentations bivalentes on avait choisie : c'est le cas le plus souvent adopté et il permet l'existence des particules de Majorana (A1,24). Si l'on avait utilisé au contraire les représentations bivalentes correspondant à \mathcal{L}''' , il faudrait simplement changer les indices \pm des représentations de la table 4a en (c'est-à-dire $D_{00}^+ \leftrightarrow D_{00}^-$, $D_{1,0}^+ \leftrightarrow D_{1,0}^-$).

Al, 26. *Les déterminations de signe; parité intrinsèque des particules de spin demi-entier.*

Au début de Al,24, nous avons dit : pour multiplier cette représentation bivalente par elle-même, nous conviendrons de multiplier chaque matrice par la matrice correspondante avec la même détermination de signe. En effet, pour les représentations bivalentes, à toute opération $s \in G$ correspondent deux matrices $D'(s)$ et $D''(s) = -D'(s)$; par exemple à 1 correspond les deux matrices 1 et -1 dans la représentation D . Soient deux représentations bivalentes de G , D_1 et D_2 . Admettons qu'elles soient isomorphes (c'est toujours le cas pour les représentations bivalentes de L_{\uparrow} ou L^{\uparrow}). Si G est connexe, il n'y a qu'un seul isomorphisme (algébrique et topologique) possible entre D_1 et D_2 ($1 \in D_1$ correspond à $1 \in D_2$ et par continuité on trouvera $-1 \in D_1 \longleftrightarrow -1 \in D_2$). Mais si G par exemple est comme L^{\uparrow} , composé de deux nappes disconnectées, il y a deux isomorphismes possibles qui diffèrent sur la nappe ne contenant pas l'identité. Par exemple dans le cas de deux représentations équivalentes on peut mettre toutes leurs matrices sous la même forme : $D_1(s) \equiv D_2(s)$. Pour la nappe ne contenant pas l'identité, on a le choix entre deux correspondances :

$$a \quad D_1'(s) \longleftrightarrow D_2'(s) \equiv D_1'(s) \quad , \quad D_1''(s) \longleftrightarrow D_2''(s) \equiv D_1''(s) = -D_1'(s)$$

$$b \quad D_1'(s) \longleftrightarrow D_2''(s) \equiv D_1''(s) = -D_1'(s) \quad , \quad D_1''(s) \longleftrightarrow D_2'(s) \equiv D_1'(s) = -D_1''(s)$$

Les tables 4 ont été établies en prenant la correspondance a pour la nappe L_{\uparrow} ; si l'on avait pris la correspondance b pour faire le produit de deux $(\mathbb{Q}_{2,2}^{1,1})$, il faudrait changer les représentations $(\mathbb{Q}_{\alpha,0}^{\pm})$ en $(\mathbb{Q}_{\alpha,0}^{\mp})$.

Cette distinction assez subtile a un sens en physique. L'utilisation des correspondances a ou b pour coupler deux champs de fermions donne des résultats différents si ces fermions ne sont pas de masse nulle. Que cette distinction ait un sens, cela ne doit pas nous étonner si l'on se réfère aux résultats de WIGNER, 1939 sur les représentations unitaires irréductibles du groupe orthochrone, inhomogène de Lorentz. Pour les particules de masse non nulle (ou celles de masse nulle et de spin 0), on a deux représentations non équivalentes pour un spin et une masse donnés. Cela correspond à une parité intrinsèque des particules : $\varepsilon = \pm 1$ pour les particules de spin entier, et, on l'a déjà vu (WICK et Al, 1952) $\varepsilon =$ soit $\pm i$, soit -1 pour les particules de spin demi-entier. On a vu aussi⁽³¹⁾ que l'existence des règles de supersélection rendait assez relative cette notion de parité intrinsèque. On peut cependant se poser la question suivante très intéressante : considérons les deux états conjugués de charge d'une particule de spin 1/2 (particule et antiparticule). Ont-ils même parité intrinsèque? Une question équivalente est : la correspondance entre leurs états définis par « même impulsion \vec{p} », « même polarisation » (donc états ne différant que par la charge) est-elle une correspondance du type a ou du type b pour les représentations équivalentes, qu'elles forment. La réponse est :

Dans le cas $\mathcal{L}^{\uparrow'}$ (parités $\varepsilon = \pm i$), la correspondance est du type a , c'est-à-dire la particule et l'antiparticule ont même parité intrinsèque. Dans le cas $\mathcal{L}^{\uparrow''}$ (parité $\varepsilon = \pm 1$), la correspondance est du type b , la particule et l'antiparticule ont des parités intrinsèques opposées.

Notons que le produit des parités des deux états conjugués de charge est -1 dans les deux cas. Cela a été assez bien vérifié expérimentalement pour l'annihilation du positronium (expériences de HANNA, SNYDER, PASTERNAK et HORNBOSTEL, BLEULER et BRADT, PIATTIER, etc.), mais cela ne permet pas de choisir entre les deux cas $\zeta^{\uparrow\uparrow}$ et $\zeta^{\uparrow\downarrow}$.

A1,3. Applications physiques.

A1,31. Couplages de Fermi.

Les champs de particules de spin $1/2$ ont, du point de vue du groupe L_4 , la variance d'un spineur : $(\mathbb{O}_{2,2}^1, 1)$. Les termes de la densité d'hamiltonien d'interaction pour un couplage direct de Fermi, sont les scalaires $(\mathbb{O}_{0,0}^+)$ que l'on peut former avec quatre spineurs. Si l'on permute ces quatre spineurs dans l'écriture de l'hamiltonien, les scalaires se transforment comme une représentation linéaire. Mais évidemment, on a vu en A1,26 que l'on pouvait faire des conventions différentes pour les déterminations de signe dans le produit des représentations spinorielles; avec d'autres conventions, ce seront les quantités inscrites comme pseudo-scalaires $(\mathbb{O}_{0,0}^-)$ dans la table 4 c qui seront alors des scalaires. Ces cinq nouveaux invariants ainsi obtenus sont appelés les « pseudo-couplages ». Il est important de noter qu'ils ne forment pas la même représentation du groupe ζ_4 que les couplages ordinaires.

A,132. Cas de particules identiques.

L'hamiltonien d'interaction doit alors être antisymétrique ⁽³²⁾ par rapport aux particules identiques puisque les particules de spin $1/2$ suivent la statistique de Fermi. S'il y a deux particules identiques, cela impose à l'hamiltonien la symétrie que nous avons désignée par $2 \equiv$ et la table 4 c nous indique qu'il n'y a alors que trois invariants $(3 \mathbb{O}_{0,0}^+)$ ou $(3 \mathbb{O}_{0,0}^-)$ linéairement indépendants. Ils sont trois combinaisons linéaires des cinq invariants indépendants dans le cas général. Dans le cas de trois ou quatre particules identiques on a la symétrie $3 \equiv$ (ou $4 \equiv$). Le tableau nous montre aussi qu'il n'y a qu'un invariant complètement antisymétrique par rapport aux quatre particules : il correspond à l'interaction proposée par CRITCHFIELD et WIGNER, 1941.

A1,33. Relations quadratiques de PAULI, 1936 et KOFINK, 1937 en 1940.

Elles forment un cas particulier de l'application du théorème fondamental à $(\mathbb{O}_{2,2}^1, 1)^4$. Considérons les cinq covariants C_i que l'on peut former avec un champ de Dirac et son conjugué (table 4 A). Puis formons tous les invariants que l'on peut former par le produit de deux quelconques de ces covariants. Ces quantités sont donc formées de quatre spineurs mais on de plus la symétrie notée $2 \equiv, 2 \equiv$ dans le tableau 4 c. Le tableau nous indique qu'il n'existe que dix quantités linéairement indépendantes. On obtient facilement les relations linéaires entre les autres quantités (et ces relations sont quadratiques pour les cinq covariants C_i). En effet, soit M_i l'une de ces quantités : permutons deux fonctions d'onde identiques qui la constituent : la nouvelle quantité (qui n'est autre que $-M_i$) est combinaison linéaire des M_i de même variance.

A1,34. Cas des particules de masses nulles.

Soit ψ la solution d'une équation de Dirac, $\gamma^5 \psi$ est solution de la même équation avec un signe opposé pour la masse.

qu
D'
mi
no
su
pa
ca
en

dé
il
ps
co

Dans le cas de la masse nulle, il n'y a donc pas lieu de distinguer entre ψ et $\gamma^5\psi$, qui ont alors la même variance pour L^\dagger (tandis que pour les particules de masse $\neq 0$, ψ et $\gamma^5\psi$ ont leurs « grandes » et leurs « petites » composantes échangées). D'où l'impossibilité de faire deux conventions distinctes (A1,26) pour la détermination du signe dans le produit de ce spineur avec un autre, même de masse non nulle. Cela correspond au fait, prouvé par WIGNER, 1939, dans son travail sur les représentations du groupe de Lorentz orthochrone inhomogène que les particules de spin 1/2 et de masse nulle n'ont pas de parité intrinsèque (deuxième cas du théorème de CLIFFORD) alors que les particules de spin 1/2 et de masse $\neq 0$ en ont une (premier cas du théorème de CLIFFORD).

CONCLUSION. — Si dans les quatre particules de l'interaction de Fermi considérée, une est de masse nulle (et c'est ce que nous admettons pour le neutrino), *il n'y aura donc pas de différence* dans les résultats physiques, si on se sert des pseudo-couplages au lieu des couplages ordinaires. Seules les propriétés de ces couplages liées aux représentations de ζ_4 restent différentes.

APPENDICE II

Nous donnons dans cet appendice les notations et les formules utiles pour une étude détaillée du texte. Ces détails sont nécessaires pour bien préciser les points délicats (les questions de signe surtout). Les formules données pourront aussi aider le lecteur qui désire travailler dans le domaine de l'IUF, à étudier quelles sont les interactions possibles du point de vue de leurs propriétés de symétrie, afin d'en faire un choix *a priori*. Lorsque le choix est fait, les figures permettent de le confronter avec l'expérience.

A2, 1. *Invariants construits avec 4 champs de particules de spin 1/2.*

A2, 11. *Construction explicite.*

Nous suivrons les notations de MICHEL 1950, et pour avoir encore plus de détails nous renvoyons à ce travail. Seules les notations et les résultats sont donnés, ici, mais non les détails de calcul.

Nous écrivons l'équation de Dirac, en unités $\hbar = m = c = 1$

$$(A2,1) \quad \left(\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} + \kappa \right) \psi = 0 \quad \text{où} \quad \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial t}$$

$$(A2,2) \quad \text{avec} \quad \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2\delta_{\mu\nu}$$

Puisque tous nos calculs sont covariants, pour simplifier l'écriture on spécialise la représentation des matrices de Dirac. Cette représentation, du type de celle proposée par MAJORANA 1937, doit satisfaire à :

$$(A2,3) \quad \gamma^{\mu*} = \tilde{\gamma}^\mu = (1 - 2\delta_{\mu 4}) \gamma^\mu$$

ν signifie « *transposé* », * signifie « *hermitique conjugué* » pour les opérateurs quantiques (« *q-numbers* ») et donc simplement *imaginaire conjugué* pour les nombres complexes. Appliqué à une matrice, * doit s'appliquer à chacun de ses éléments sans changer leur position. Par exemple, on peut considérer les quatre composantes d'un champ de particules de spin 1/2 comme une matrice à quatre lignes et une colonne. Explicitement on a :

$$(A2,4) \quad \psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}, \quad \psi^* = \begin{pmatrix} \psi_1^* \\ \psi_2^* \\ \psi_3^* \\ \psi_4^* \end{pmatrix}, \quad \tilde{\psi} = (\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4) \quad \tilde{\psi}^* = (\psi_1^*, \psi_2^*, \psi_3^*, \psi_4^*)$$

On utilisera même la notation plus condensée :

$$(A2,5) \quad \psi^A = \psi \quad \text{si} \quad A = 1, 2, 3 \quad \psi^4 = \psi^* \quad \text{si} \quad A = 4$$

L'état d'une particule est défini par \vec{p} , σ , L : \vec{p} est l'impulsion, σ définit la polarisation (deux états de spin linéairement indépendants) et $L = \pm 1$ pour désigner les deux états de conjugaison de charge.

Une solution générale de (A2,1) développée en ondes planes et quantifiée dans un grand cube de volume V s'écrit donc :

$$(A2,6) \quad \psi^k = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{p}, \sigma, L} u^{kL}(\vec{p}, \sigma, L) a^{kL}(\vec{p}, \sigma) e^{-i\vec{k}L \cdot (\vec{p} \cdot \vec{x} - Et)}$$

$$(A2,6') \quad \psi^k = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{p}, \sigma, L} u^M(\vec{p}, \sigma, MK) a^M(\vec{p}, \sigma) e^{-iM(\vec{p} \cdot \vec{x} - Et)}$$

Grâce à la représentation de MAJORANA, le spineur a ne dépend pas de L ; $u^{kL} = u^M$ est le « q-number ». Suivant les conventions généralement admises, $M = -1$ correspond à l'absorption et $M = 1$ à l'émission des particules.

Ces notations permettent une écriture condensée où le sens physique est cependant très apparent. Par exemple, pour la conjugaison de charge (échange des « particules » et des « antiparticules ») on change la coordonnée L des particules en $-L$ et l'on voit qu'on obtient bien dans (A2,6) ou (A2,6') le même résultat en changeant K en $-K$ (cela est encore dû à la représentation de MAJORANA). Pour les particules de Majorana 1937 il n'y a plus de coordonnées de conjugaison de charge; il suffit donc de remplacer $u^M(\vec{p}, \sigma, L = MK)$ par $u^M(\vec{p}, \sigma)$ dans (A2,6) et (A2,6'). Il n'y a donc aucune difficulté pour traiter à la fois le cas des particules de Dirac ($L = \pm 1$) et des particules de Majorana.

Pour traiter de l'interaction de Fermi entre quatre champs de particules de spin $\frac{1}{2}$, en vue d'étudier l'I. U. F., il nous semble préférable de le faire dans un esprit un peu différent de celui généralement adopté pour la radioactivité β (qui n'est alors qu'une double transition de particules avec changement de coordonnées isotopiques, mais sans création ou absorption de particules). Le traitement exposé ici est très général et nous semble particulièrement bien adapté au traitement de l'IUF.

Les invariants formés de quatre champs de particules de spin $\frac{1}{2}$ sont donc de la forme :

$$(A2,7) \quad J_a(\vec{K}) = \sum_a \varepsilon_{ia} (\tilde{\psi}_1^{k_1} F_{ia} \psi_2^{k_2}) (\tilde{\psi}_3^{k_3} F_{ia} \psi_4^{k_4})$$

\vec{K} est une notation condensée pour (K_1, K_2, K_3, K_4) ; pour $i = 1$ ou 5 , $a = 1$; pour $i = 2$ ou 4 , $a = 1$ à 4 ; pour $i = 3$, $a = 1$ à 6 .

J_1 , produit de deux scalaires, correspond à l'interaction dite « scalaire ».

J_2 , produit de deux vecteurs, est dit « vectoriel ».

J_3 , produit de deux tenseurs antisymétriques est dit « tensoriel ».

J_4 , produit de deux pseudovecteurs est dit « pseudovectoriel ».

J_5 , produit de deux pseudoscalaires, est dit « pseudoscalaire ».

Il n'y a aucune ambiguïté pour le signe des J_i grâce aux conventions suivantes :

Les 16 F_{ia} sont des matrices hermitiques ($\tilde{F}_{ia} = F_{ia}^*$) de carré 1. Leur signe est arbitraire (MICHEL 1950 donne leur forme explicitement). Les ε_{ia} sont égaux à 1 pour les coordonnées d'espace ($a = 1$ à 3) et égaux à -1 pour les coordonnées de temps ($a = 4$ à 6).

Les J_i ainsi définis ont tous même phase dans le plan complexe.

On suit ici la convention de MICHEL 1950 : les $\psi_i^{k_i}$ appartenant à des champs de particules de nature différente anticommulent. Cela permet de traiter en même temps le cas où deux $\psi_i^{k_i}$ appartiennent au même champ de particules. Notons aussi que si deux $\psi_i^{k_i}$ sont identiques, les cinq J_i ne sont plus linéairement indépendants; il n'y en a plus que trois (voir A1.32). Dans le cas particulier où l'on a $\psi_1^{k_1} = \psi_2^{k_2}$ ou bien $\psi_3^{k_3} = \psi_4^{k_4}$, on a $J_2 = J_3 = 0$.

A2.12. Permutations sur les champs dans les J_i .

Les dénominations « scalaire », « vectoriel », etc. pour les J_i sont très relatives. En effet, si on permute les $\psi_i^{k_i}$ dans les J_i les nouveaux J_i obtenus sont des combinaisons linéaires des anciens (A1.31).

Nous allons donner explicitement les coefficients de ces combinaisons linéaires. Les permutations sont notées comme en A1.12. Le symbole $(-1)^P$ vaut 1 si la permutation P est paire, -1 si P impaire; il est introduit afin de tenir compte de l'anticommution des $\psi_i^{k_i}$. Soit P_0 la permutation identique. On a donc :

$$(A2,8) \quad J_i(\vec{k}, P) = (-1)^P \sum_j C_{ij}^P J_j(\vec{k}, P_0)$$

Les C_{ij}^P constituent évidemment une représentation de rang 5 du groupe ζ_4 . La table 4c colonne D_{00}^+ (voir A1.25) donne la réduction de cette représentation en représentations irréductibles.

Posons :

$$(A2,9) \quad P_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad P_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad P_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad P_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(A2,10) \quad C^{P_1} = C^{P_2} \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 1 & & \\ & & & 1 & \\ & & & & 1 \end{pmatrix}, \quad C^{P_3} = \begin{pmatrix} -1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 1 & & \\ & & & 1 & \\ & & & & 1 \end{pmatrix}, \quad C^{P_4} = \begin{vmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -1 & \frac{-1}{2} & 0 & \frac{-1}{2} & -1 \\ \frac{3}{2} & 0 & \frac{-1}{2} & 0 & \frac{-3}{2} \\ 1 & \frac{-1}{2} & 0 & \frac{-1}{2} & 1 \\ \frac{-1}{4} & \frac{-1}{4} & \frac{-1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{vmatrix}$$

A partir de ces quatre permutations on obtient très rapidement toutes les permutations de ζ_4 , et de la même façon on obtient tous les C^P à partir des quatre donnés. En effet tous les éléments de ζ_4 sont donnés par ce polynôme symbolique :

$$(A2,11) \quad \zeta_4 = (1 + P_3)(1 + P_3 P_1 + P_1 P_3)(1 + P_2)(1 + P_1)$$

On voit que les matrices $C^1, C^{p_1}, C^{p_2}, C^{p_1 p_2}$ sont toutes $= 1$. Cela est possible puisque le groupe $\mathcal{C} = (1 + P_1)(1 + P_2)$ est sous-groupe distingué de ζ_1 : ($\zeta_1/\mathcal{C} = \zeta_3$).

A2.2. L'interaction de Fermi.

A2.21. Cas de la radioactivité β .

Pour la radioactivité β on choisit l'ordre $\left(\begin{smallmatrix} 1, 2, 3, 4 \\ p, n, \varepsilon, \nu \end{smallmatrix}\right)$. La densité d'hamiltonien d'interaction s'écrit :

$$\begin{aligned} \text{(A2,12)} \quad \Pi &= \sum_i g_i [J_i(k_p, k_n, k_\varepsilon, k_\nu) + J_i^*(k_p, k_n, k_\varepsilon, k_\nu)] \\ &= \sum_i g_i [J_i(k_p, k_n, k_\varepsilon, k_\nu) + J_i(-k_p, -k_n, -k_\varepsilon, -k_\nu)] \end{aligned}$$

(voir MICHEL 1950 pour les intermédiaires de calcul),

on a :

$$k_p = \pm 1, \quad k_n = \mp 1, \quad k_\varepsilon = \mp 1, \quad k_\nu = \mp 1$$

Grâce au fait que $(-1)^{p_1} C^{p_1} = C^{p_1} = 1$, on a vu que la convention de prendre l'ordre $(p n \varepsilon \nu)$ pour les désintégrations β^- et l'ordre $(n p \nu \varepsilon)$ pour les désintégrations β^+ ou les captures K , n'était pas différente de la nôtre, du point de vue de l'IUF.

Notons que si le neutrino a 2 états conjugués de charge $k_\nu = \pm 1$ seul le ν_\pm émis dans la désintégration β^\pm pourra provoquer des désintégrations β^\mp . Si le neutrino est une particule de Majorana, il provoquera aussi bien les désintégrations β^+ que β^- quelle que soit sa source. Ce dernier cas ne pourra d'ailleurs pas se distinguer à ce point de vue, de celui produit par le couplage :

$$\text{(A2,12)} \quad \Pi = \sum_i g_i [J_i(k_p, k_n, k_\varepsilon, k_\nu) + J_i(k_p, k_n, k_\varepsilon, -k_\nu) + \text{herm. c.j.g}]$$

où autant de neutrinos ν_+ que d'antineutrinos ν_- sont émis dans chaque phénomène. Mais les sections efficaces de capture des neutrinos différeront par un facteur 2.

A2.22. Cas le plus général.

On se donne les quatre particules 1, 2, 3, 4 dans un certain ordre. Le couplage le plus général est alors, pour une classe de réactions bien déterminée (c'est-à-dire pour $\vec{K} = (\vec{K}_1 + \vec{K}_2 + \vec{K}_3 + \vec{K}_4)$ fixé).

$$\text{(A2,13)} \quad \Pi = \sum_i \sum_p \widetilde{g}_i(\vec{k}, p) [J_i(\vec{k}, p) + J_i(-\vec{k}, p)]$$

Grâce à (A2,8), en posant :

$$(A2,14) \quad g_j(\vec{K}) = \sum_{i,P} \widetilde{g}_i(\vec{K}, P) (-1)^P C_{ij}^P$$

on a :

$$(A2,15) \quad H = \sum_j g_j [J_j(\vec{K}, P_0) + J_j(-\vec{K}, P_0)] \quad (P_0 = \text{identité})$$

qui est bien le cas le plus général pour une classe d'interaction.

Les équations A2,9 et A2,9' qui donnent les matrices C^P nous permettent le calcul complet de la table 3.

Nous avons mentionné en 3.42 la possibilité d'une somme de « correspondances » entre les particules $n p \varepsilon \nu$ et $\mu \nu \varepsilon \nu$; cela revient à se donner l'interaction du méson μ sous la forme (A2,13) au lieu de (A2,15) les $\widetilde{g}_i(\vec{K}, P)$ étant ceux de la radio-activité β et donc étant indépendant de P lorsqu'ils sont $\neq 0$. On est bien ramené à une interaction de la forme (A2,15), mais les g_i sont alors fonction des \widetilde{g}_i (les constantes de couplages de la radio-activité β) et non égaux à eux, comme dans le cas d'une correspondance biunivoque.

A2,23. Interactions remarquables.

Il nous est facile de chercher s'il y a une interaction symétrique par rapport à toutes les particules (*antisymétrique* si on ne tient pas compte de l'anticommuation).

Une telle interaction doit satisfaire : (on omet \vec{K} , que l'on admet bien déterminé).

$$(A2,16) \quad H = \sum_i \sum_{\text{tous les } P} g_i J_i(P) = \sum_{i,j} \sum_{P=1}^{24} g_i (-1)^P C_{ij}^P J_j = \sum_{ij} g_i Z_{ij} J_j$$

en posant :

$$(A2,17) \quad Z_{ij} = \sum_P (-1)^P C_{ij}^P$$

donc :

$$(A2,17') \quad Z = (1 - C^{P_3}) (1 + C^{P_3} C^{P_3} + C^{P_3} C^{P_3}) (1 + C^{P_2}) (1 + C^{P_1})$$

Et on trouve :

$$(A2,17'') \quad H = 4 (g_1 - 4g_4 + g_5) (J_1 - J_4 + J_5) = g_{cr} (J_1 - J_4 + J_5)$$

On retrouve l'interaction de CRITCHFIELD et WIGNER 1941.

Par la même méthode on peut facilement étudier les interactions satisfaisant à d'autres symétries.

Par exemple : antisymétrie par rapport à 3 particules données parmi les 4. Nous avons noté une telle symétrie $\equiv 3$ dans la table 4c; cette dernière nous répond d'ailleurs qu'il n'y a encore qu'une combinaison de J_i ayant cette symétrie et montre que c'est encore l'interaction de Critchfield et Wigner (car elle provient

bien de $\begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}$ et non de $\begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix}$). Nous pouvons trouver les invariants possédant une certaine symétrie par la même méthode que celle proposée en A2,16 par MICHEL 1950 (voir aussi CAIANIELLO 1953). Par exemple, au lieu de sommer sur tous les P, on sommerait seulement sur P_0 et P_3 si l'on veut l'antisymétrie entre les particules 1 et 2.

Nous donnons les résultats ici, pour l'interaction de la radioactivité β , en prenant pour « coordonnées » de l'espace des g l'ordre traditionnel $p n \varepsilon \nu$. (\equiv doit se lire symétrique en)

SYMÉTRIE	INTERACTION
$\equiv pn\varepsilon\nu$	} $g(J_1 - J_4 + J_5)$
ou $\equiv 3$ parmi $pn\varepsilon\nu$	
$\equiv np$	} $g_1 J_1 + g_4 J_4 + g_5 J_5$
ou $\equiv \varepsilon, \nu$	
ou $\equiv np, \equiv \varepsilon\nu$	
$\equiv n\nu$	} $g_a(J_1 - J_4 - J_5) + g_b(-J_1 + J_3 + J_5) + g_c(J_2 + J_4)$
ou $\equiv p\varepsilon$	
ou $\equiv n\nu, \equiv p\varepsilon$	

La symétrie la plus complète $\equiv 4$, est bien un cas particulier des symétries moins complètes $\equiv 3$ ou $\equiv 2$, $\equiv 2$ ou $\equiv 2$.

On peut aussi donner ces résultats sous forme de relations entre les g_i .

	Sous espace à :
$\equiv pn\varepsilon\nu$ ou $\equiv p\varepsilon\nu$	} $g_1 = -g_4 = g_5 \quad g_2 = g_3 = 0$
a $\equiv pn$ et/ou $\equiv \varepsilon\nu$	} $g_2 = g_3 = 0$
b $\equiv p\varepsilon$ et/ou $\equiv n\nu$	} $\begin{cases} g_1 + 2g_3 - g_5 = 0 \\ g_1 - 2g_3 + 2g_4 + g_5 = 0 \end{cases}$
c $\equiv p\nu$ et/ou $\equiv n\varepsilon$	} $\begin{cases} g_1 - 2g_3 - g_4 = 0 \\ g_1 + 2g_2 + 2g_4 + g_5 = 0 \end{cases}$

1 dimension = vecteur C. W.

3 dimensions et contenant le vecteur C. W.

3 dimensions et contenant le vecteur C. W.

"

A2.32. *Propriétés de symétrie des pseudocouplages.*

On a de la même façon :

$$(A2,22) \quad J_i'(PP_0) = \sum_J C_{ij}' J_j'(P_0)$$

D'après la méthode de calcul de C^{P_3} (voir MICHEL 1951 *b*), et d'après (A2.19) on voit immédiatement que :

$$(A2,23) \quad C^{P_3} = C^{P_3}$$

D'autre part, on vérifie aisément que :

$$(A2,23') \quad C^{P_1} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -1 & & \\ & & 1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix} \quad C^{P_2} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{pmatrix} \quad C^{P_3} = C^{P_3}$$

Les matrices C' et C sont donc identiques pour les représentations de $(1 + P_3)$ $(1 + P_3P_4 + P_4P_3) =$ sous-groupe isomorphe à ζ_3 ; mais $C' \neq C = 1$ pour le sous-groupe distingué $(1 + P_2)$ $(1 + P_2)$. Les propriétés de symétrie des pseudocouplages sont donc différentes.

Les représentations \bar{C} et C' de ζ_4 se réduisent différemment en représentations irréductibles.

$$(A2,24) \quad \begin{array}{l} C \longrightarrow \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + 2 \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \\ C' \longrightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \end{array}$$

 A2.33. *Interactions (en pseudo-couplages) remarquables pour la radioactivité β .*

On peut suivre la méthode esquissée en (A2.16). Comme le montre (A2.24) il ne peut y avoir de symétrie $\equiv n p \varepsilon \nu$.

Mais on peut chercher $\equiv p \varepsilon \nu$ par exemple, en faisant $\sum_P (1)^P C^P P'$ étant les permutations ne déplaçant pas le neutron. CAIANIELLO 1953 a calculé ces interactions pour les symétries $\equiv p \varepsilon \nu$, et $\equiv 2, \equiv 2$. On trouvera ces résultats en 5.3.

 A2.4. *Comparaison des couplages et des pseudo-couplages.*

Nous désignons par \vec{g} un couplage et par \vec{g}' le pseudo-couplage correspondant quand on passe de (A2.7) à (A2.19). Nous allons traiter seulement le cas de particules libres, pouvant donc être décrites par des ondes planes.

Soit H l'élément de matrice d'une transition. Il est bien connu que la probabilité par unité de temps de cette transition est (après sommation sur les spins).

$$(A2,25) \quad \frac{1}{\tau} = \frac{2\pi}{\pi} |H|^2 \rho(E)$$

où $\rho(E)$ est la densité des états finaux d'énergie E . $|H|^2$ est très facile à calculer avec l'approximation de Born. Sa valeur est donnée dans la table 5. Nous avons dressé cette table en donnant même le résultat pour le cas où on utiliserait à la fois \vec{g} et \vec{g}' .

TABLE 5

Valeur de $|\mathbf{H}|^2 E_1 E_2 E_3 E_4 V^2$

g_i = couplage; g'_i = pseudo-couplage, $\chi = 1$ pour les couplages, $= -1$ pour les pseudo-couplages.
 $M_i = -1$, particule i absorbée; $M_i = +1$, particule i émise.
 \vec{k} = Quadrivecteur impulsion énergie = (\vec{p}, E) ; $\vec{k}_1 \cdot \vec{k}_2 = \vec{p}_1 p_2 - E_1 E_2$.
 $m_i = M_i x_i$ où x_i est la masse de la particule i .
 $(k_{12}, k_{23}, k_{34}) =$ déterminant formé avec les 4 quadrivecteurs.

	g_1^2	g_2^2	g_3^2	g_4^2	g_5^2	g_6^2	g_1^2	g_2^2	g_3^2	g_4^2	g_5^2	g_6^2	$g_1 g_2$	$g_2 g_3$	$g_3 g_4$	$g_4 g_5$	$g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3$	$g_2 g_3 g_4$	$g_3 g_4 g_5$	$g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4$	$g_2 g_3 g_4 g_5$	$g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5$	$g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	
$(\vec{k}_1 \cdot \vec{k}_2)(\vec{k}_3 \cdot \vec{k}_4)$	1	-2	1	g_1^2	g_2^2	g_3^2	g_4^2	g_5^2	g_6^2	$g_1 g_2$	$g_2 g_3$	$g_3 g_4$	$g_4 g_5$	$g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3$	$g_2 g_3 g_4$	$g_3 g_4 g_5$	$g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4$	$g_2 g_3 g_4 g_5$	$g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5$	$g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	
$(\vec{k}_1 \cdot \vec{k}_3)(\vec{k}_2 \cdot \vec{k}_4)$	2	4	2	$g_1 g_2$	$g_2 g_3$	$g_3 g_4$	$g_4 g_5$	$g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3$	$g_1 g_2 g_3$	$g_2 g_3 g_4$	$g_3 g_4 g_5$	$g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4$	$g_2 g_3 g_4 g_5$	$g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5$	$g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$
$(\vec{k}_1 \cdot \vec{k}_4)(\vec{k}_2 \cdot \vec{k}_3)$	2	4	2	$g_1 g_2$	$g_2 g_3$	$g_3 g_4$	$g_4 g_5$	$g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3$	$g_1 g_2 g_3$	$g_2 g_3 g_4$	$g_3 g_4 g_5$	$g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4$	$g_2 g_3 g_4 g_5$	$g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5$	$g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$
$\chi \vec{k}_1 \cdot \vec{k}_2 m_3 m_4 + \vec{k}_3 \cdot \vec{k}_4 m_1 m_2$	1	-2	2	-1	$g_1 g_2$	$g_2 g_3$	$g_3 g_4$	$g_4 g_5$	$g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3$	$g_1 g_2 g_3$	$g_2 g_3 g_4$	$g_3 g_4 g_5$	$g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4$	$g_2 g_3 g_4 g_5$	$g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5$	$g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$
$\chi \vec{k}_1 \cdot \vec{k}_3 m_2 m_4 + \vec{k}_2 \cdot \vec{k}_4 m_1 m_3$	$g_1 g_2$	$g_2 g_3$	$g_3 g_4$	$g_4 g_5$	$g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3$	$g_1 g_2 g_3$	$g_2 g_3 g_4$	$g_3 g_4 g_5$	$g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4$	$g_2 g_3 g_4 g_5$	$g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5$	$g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$
$\vec{k}_1 \cdot \vec{k}_4 m_2 m_3 + \chi \vec{k}_2 \cdot \vec{k}_3 m_1 m_4$	$g_1 g_2$	$g_2 g_3$	$g_3 g_4$	$g_4 g_5$	$g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3$	$g_1 g_2 g_3$	$g_2 g_3 g_4$	$g_3 g_4 g_5$	$g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4$	$g_2 g_3 g_4 g_5$	$g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5$	$g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$
$\chi m_1 m_2 m_3 m_4$	1	4	6	4	1	$g_1 g_2$	$g_2 g_3$	$g_3 g_4$	$g_4 g_5$	$g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3$	$g_1 g_2 g_3$	$g_2 g_3 g_4$	$g_3 g_4 g_5$	$g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4$	$g_2 g_3 g_4 g_5$	$g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5$	$g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$
(k_{12}, k_{23}, k_{34})	$g_1 g_2$	$g_2 g_3$	$g_3 g_4$	$g_4 g_5$	$g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3$	$g_1 g_2 g_3$	$g_2 g_3 g_4$	$g_3 g_4 g_5$	$g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4$	$g_2 g_3 g_4 g_5$	$g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5$	$g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$	$g_1 g_2 g_3 g_4 g_5 g_6$

co
Ce
ré
ps
L'
pa
le

pl
ac
au
qu
ra
de
qu
ci
va

ti
pe
m
ti
d
a
co
n
e
ti
d
p

Nous voyons sur la table 5 que les résultats pour les couplages et les pseudo-couplages ne diffèrent que par le signe de χ . Cette différence s'annule si $m_4 = 0$. Ceci fut constaté (involontairement) par KONOPINSKI et UHLENBECK 1935. Leurs résultats différaient de ceux de FERMI 1934 (qui avait pris involontairement un pseudo-couplage) par le signe des termes proportionnels à la masse du neutrino. L'équivalence entre couplages et pseudo-couplages pour $m_4 = 0$ a été montrée par FERRONI (1952). Nous avons annoncé ce résultat en A1.34 en se basant sur le fait que les particules de masses nulles n'ont pas de parité intrinsèque.

Nous venons donc d'établir les résultats suivants. Lorsque le neutrino est placé en 4^e position dans l'hamiltonien d'interaction, et c'est le cas de la radioactivité β , toutes les formules du texte, établies avec les couplages de Fermi sont aussi valables, sans changements de notations, avec les pseudo-couplages, tels que nous venons de les définir. Si le neutrino n'est pas en 4^e position, on peut le ramener à cette position par les changements de base appropriés dans les espaces des \vec{g} et des \vec{g}' . Ces changements de base ne modifient en rien les résultats physiques et toutes les formules du texte, où les \vec{g}_i ou les \vec{g}'_i n'interviennent pas explicitement, bien qu'elles aient été établies pour les couplages, elles sont encore valables pour les pseudo-couplages (ex. : spectre du méson μ : (35)).

Mais les changements de base dans \vec{g} et \vec{g}' correspondant à la même permutation des particules sont différents : voir A2.10 et A2.23. Ces dernières formules permettent de passer des formules du texte (établies pour les couplages) aux formules valables pour les pseudo-couplages lorsqu'il n'y a pas de neutrinos en 4^e position. C'est le cas des classes de correspondance 4, 5, 6 de la table 3.

Nous aurions pu définir les pseudo-couplages en ajoutant la matrice γ^5 à côté d'un autre ψ^k . Ce que nous voulions montrer c'est que :

Le neutrino de masse nulle n'ayant pas de parité intrinsèque, on ne doit pas avoir de différence pour une interaction donnée, entre couplages et pseudo-couplages (A1.4). Pour le montrer il suffit de remplacer ψ_ν par $\gamma^5\psi_\nu$. C'est ce que nous avons fait : en effet nous avons défini explicitement les pseudo-couplages en tenant compte du fait que le neutrino est en 4^e position dans l'écriture traditionnelle de l'hamiltonien de la radioactivité β . Nous avons obtenu une identité d'écriture entre couplages et pseudo-couplages pour toutes les formules du texte.

Et il est même possible de trouver un sous-espace de l'espace des \vec{g} où couplages et pseudo-couplages ont mêmes propriétés vis-à-vis de ζ_1 ; cf. (5.5).

RÉFÉRENCES

Les références sont suivies de l'indication du paragraphe, de la table ou de la note où elles se trouvent :

I == introduction, C == conclusion,
Fig. == figure, T == table, n == note

- ABRAGAM (A.), HOROWITZ (J.), 1951, *J. Phys. Radium*, 12.952//2.2/
 AHRENS (T.), FEENBERG (E.), 1952, *Phys. Rev.*, 85.64//n24/
 AHRENS (T.), FEENBERG (E.), PRIMAKOFF (H.), 1952, *Phys. Rev.*, 87.663//1.32/3.5,
 BARKAS (W. H.), 1951, UCRL 1285. Voir aussi *Amer. J. Phys.*, 20.5//2.3/
 BELL (W. E.), HINCKS (E. P.), 1951, *Phys. Rev.*, 84.1243//3.1/
 BETHE (H.), BACHER (R.), 1936, *Rev. Mod. Phys.*, 8.82//3.31/
 BHABHA (H.-J.), 1949, *Re. Mod. Phys.*, 21.451//A1.21/
 BLATT (J.-M.), 1953, *Phys. Rev.*, 89.83//1.311/
 BLATT (J.-M.), WEISSKOPF (V.-F.), 1952, *Theoretical Nuclear Physics* (Wiley, New-York), p. 706.
 //n20/
 BOHR (A.), MOTTELSON (B.-R.), 1952, *Physica*. 13.1066; voir aussi 1953, *K. Danske Vidensd. Selsk
 Mat-fys. Medd.*, sous presse //1.311/
 BOUCHEZ (R.), 1950, *C. R. Acad. Sci.*, Paris, 231.225//n14/
 BRAMSON (H.-J.), HAVENS Jr (W.-W.), 1951, *Phys. Rev.*, 83.861//T2/
 BRAMSON (H.-J.), SEIFERT (A.-M.), HAVENS Jr (W.-W.), 1952, *Phys. Rev.*, 83.304//T2/
 BRIDGE (H.-S.), ANNIS (M.), 1951, *Phys. Rev.*, 81.445//n29/
 CAIANIELLO (E.-R.), 1951 : a. *Nuovo Cim.*, 8.634//1/5.2/5.4/; b. *Nuovo Cim.*, 8.749//1/5.2/5.3/;
 c. *Phys. Rev.*, 83.735//n15/; 1952 : a. *Nuovo Cim.*, 9.336//1/5.2/5.4/; b. *Physica*, 18.1020//1/5.3/;
 c. *Phys. Rev.*, 6.564//1/n37/; 1953 : *Nuovo Cim.*, 10.43//1/5.3/5.3/5.3/5.3/A2.23/A2.32/
 CARTAN (E.), 1938, leçons sur la théorie des spineurs, *Act. Sc. Ind.*, 643 et 701 Hermann (Paris).
 //A1.22/A1.23/
 CLIFFORD (A.-H.), 1937, *Ann. Maths*, 38.533//A1.23/
 CONVERSI (M.), PANCINI (E.), PICCIONI (O.), 1945, *Phys. Rev.*, 68.232//4.1/; 1947, *Phys. Rev.*, 71.209//
 4.1/
 CRITCHFIELD (L.), WIGNER (E.), 1941, *Phys. Rev.*, 60.412; voir aussi CRITCHFIELD (L.), 1943, *Phys.
 Rev.*, 63.417//2.1/3.1/3.42/5.1/5.3/5.3/A1.32/A2.23/
 CRUSSARD (J.), MABBOUX (C.), MORELLET (D.), TREMBLEY (T.), ORKIN-LECOURTOIS (A.), 1952,
C. R. Acad. Sci., Paris, 234.84//4.3/
 CRUSSARD (J.), LEPRINCE-RINGUET (L.), MORELLET (D.), ORKIN-LECOURTOIS (A.), 1952, TREM-
 BLEY (T.), 1950, *C. R. Acad. Sci.*, Paris, 236.872//4.3/
 DAVIS (L.-H.), LOCK (W.-O.), MUIRHEAD (H.), 1951, *Phil. Mag.*, 50.1251//T2/
 FERMI (E.), 1934, *Z. Phys.*, 88.161//n1/1.1/1.1/1.211/A.24/
 FERNBACH (S.), SERBER (R.), TAYLOR (T.-B.), 1949, *Phys. Rev.*, 75.1352//4.4/
 FERRONI (S.), 1952, *Nuovo Cim.*, 9.1103//5.2/A2.4/
 FIEZ (M.), 1937, *Z. Phys.*, 104.553//1.311/n21/A1.25/
 FRETTER (W.-B.), 1951, *Phys. Rev.*, 83.1053//n30/
 GAMBA (A.), 1950, *Nuovo Cim.*, 7.919//1/5.2/
 DE GROOT (S.-R.), TOLHOEK (H.-A.), 1950, *Physica*, 16.456//n23/
 HARRISON (F.-B.), KEUFFEL (J.-W.), REYNOLDS (G.-T.), 1951, *Phys. Rev.*, 83.680//4.1/
 HOROWITZ (J.-J.), KOFOED-HANSEN (O.), LINDHARD (J.), 1948, *Phys. Rev.*, 74.713//2.2/2.2/
 IZACKSEN (N.), VANGEN (N.), SÖRENSEN (S.-O.), 1953, *Phil. Mag.*, 44.224//4.3/
 KENNEDY (J.-M.), 1952, *Phys. Rev.*, 87.953//4.2/

- KEUFFEL (J.-W.), HARRISON (F.-B.), GODFREY (T.-N.-K.), REYNOLDS (G.-T.), 1952, *Phys. Rev.*, 87.942//4.1/4.2/
- KISSINGER (C.-W.), COOPER (D.), 1948, *Phys. Rev.* 74.349//4.1/
- KLEIN (O.), 1948, *Nature*, Lond., 161.897//n2/3.1/
- KOFINK (W.), 1937, *Ann. Physik.* 30.91//A1.33/; 1940, *Ann. Physik.* 38.420//A1.33/
- KOFOED-HANSEN (O.), WINTHER (A.), 1952, *Phys. Rev.* 86.428//1.311/Fig. 1/
- KONOPINSKI (E.-J.), 1943, *Rev. Mod. Phys.* 15.209//3.11/n21/
- KONOPINSKI (E.-J.), UHLENBECK (G.-E.), 1935, *Phys. Rev.* 48.7//1.1/3.32/A2.4/
- KOTANI (T.), TAKEBE (H.), UMEZAWA (M.), YAMAGUCHI (Y.), 1952, *Prog. Theor. Phys.*, 7.469//1.2/
- LAGARRIGUE (A.), 1951, Thèse Sorbonne, Paris//2.0/
- LAGARRIGUE (A.), PEYROU (C.), 1951 a, *C. R. Acad. Sci.*, Paris, 233.478//T2/; 1951 b, *J. Phys. Radium*, 12.848//T2/; 1952, *C. R. Acad. Sci.*, Paris, 234/1873//5.4/
- LANGER (L.-M.), MOFFAT (R.-J.-D.), 1951, *Phys. Rev.*, 83.233 et 635//1.32/
- LATTES (C.-M.-G.), OCCHIALINI (G.-P.-S.), POWELL (C.-F.), 1947, *Nature*, Lond., 160.453//4.1/
- LEDERMAN (L.-M.), BOOTH (E.-T.), BYFIELD (H.), KESSLER (J.), 1951, *Phys. Rev.*, 83.685//2.2/
- LEE (T.-D.), ROSENBLUTH (M.), YANG (C.-N.), 1949, *Phys. Rev.*, 75.905//1/4.2/4.2/
- LEIGHTON (R.-B.), ANDERSON (C.-D.), SERIFF (A.-J.), 1949, *Phys. Rev.*, 75.1432//T2/
- LENARD (A.), 1952, Ph. D. Thesis, *State University of Iowa*//2.2/2.4/
- LEVI SETTI (R.), TOMASINI (G.), 1951, *Nuovo Cim.*, 8.994//T2/; 1952, *Nuovo Cim.*, 9.1244//4.3/
- LI (C.-W.), WHALING (W.), FOWLER (W.-A.), LAURITSEN (C.-C.), 1951, *Phys. Rev.*, 83.512//1.2/
- LODGE (A.-S.), 1948, *Nature*, Lond., 161.809//4.2/
- LONGMIRE (C.), WU (C.-S.), TOWNES (C.-H.), 1949, *Phys. Rev.*, 76.695//1.32/
- MAHMOUD (H.-M.), KONOPINSKI (E.-J.), 1952, *Phys. Rev.*, 88.1266//1.31/1.31/1.32/n24/
- MAJORANA (E.), 1937, *Nuovo Cim.*, 14.171//2.2/A2.11/A2.11/
- MARSHAK (R.-E.), *Phys. Rev.*, 75.513//1.32/; 1952, *Meson Physics* (Mc Graw Hill, New-York). p. 355//n30/
- MC CALLUM (J.), WIGHTMAN (A.-S.), 1951, *Princeton Univ. Rep. NOL* n° 7//1/5.3/n33/
- MENON (M.-G.-K.), 1952, Thèse, Bristol//4.3/4.3/
- MICHEL (L.), 1949, *Nature*, Lond., 163.959//2.2/2.2/; 1950, *Proc. Phys. Soc.*, Lond., A63.514 et 1371//1.2/3.2/A2.11/A2.11/A2.21/A2.23/; 1951 a, *C. R. Acad. Sci.* Paris, 232.391//3.2/A1.25/; 1951 b, *J. Phys. Radium*, 12.793//3.2/A1.25/A2.32/; 1952 a, chap. III de « Progress in Cosmic Ray Physics » (North Holland Publ. Co, Amsterdam) //1/n11/3.1/
- MICHEL (L.), 1952 b, *Phys. Rev.*, 86.814//1/3.2/; 1952 c, *C. R. Acad. Sci.*, Paris 234.2161//A1.24/
- MICHEL (L.), STORA (R.), 1952, *C. R. Acad. Sci.*, Paris, 234.1257//1/n15/4.3/
- MOLLER (C.), *Cosmic Radiation* (Colston Paper n° 1), p. 141//2.2/
- NERESON (N.), 1948, *Phys. Rev.*, 73.565//4.1/
- O'CEALLAIGH (C.), 1951 a, Communication au Congrès de Copenhague, juillet 1951//T2/
- O'CEALLAIGH (C.), 1951 b, *Phil. Mag.*, 42.1032//4.3/
- PAULI (W.), 1936, *Ann. Inst.*, H. POINCARÉ, 6.109//A1.25/A1.23/
- PETSCHKE (A.-G.), MARSHAK (R.-E.), 1952, *Phys. Rev.*, 85.698//1.32/3.2/
- PICCIONI (O.), 1948, *Phys. Rev.*, 74.1754//4.1/
- PONTECORVO (B.), 1947, *Phys. Rev.*, 72.247//4.1/
- PORTER (C.-E.), PRIMAKOFF (H.), 1951, *Phys. Rev.*, 83.849//2.2/
- POWELL (C.-F.), 1952, Communication au Congrès de Copenhague, juin 1952//4.3/n28/n30/
- PRYCE (M.-H.-L.), 1952, *Z. Phys.*, 133.309//1/5.3/
- PUPPI (G.), 1948, *Nuovo Cim.*, 5.587//1/4.2/4.2/; 1949, *Nuovo Cim.*, 6.194//1/4.2/4.2/
- PURSEY (D.-L.), 1951, *Phil. Mag.*, 42.1193//1.32/n24/; 1952, *Physica*, 18.1017//1/5.3/
- ROBSON (J.-M.), 1951, *Phys. Rev.*, 83.349//1.2/1.2/
- ROSENBLUTH (M.-N.), 1949, *Phys. Rev.*, 75.532//4.2/
- RUDERMAN (M.), 1953, *Phys. Rev.*, 89.1227//3.33/3.43/3.5/
- RUSTAD (B.-M.), RUBY (S.-L.), 1953, *Phys. Rev.*, 89.880//1.312/
- SAGANE (R.), GARDNER (W.-P.), HUBBARD (H.-W.), 1951, *Phys. Rev.*, 82.557//T2/2.4/
- SHERR (R.), MUETHER (H.-R.), WHITE (M.-G.), 1949, *Phys. Rev.*, 75.282//1.311/
- SHERR (R.), GERHART (J.), 1952, *Phys. Rev.*, 86.619//1.311/
- SURGEIRSON (T.), YAMAKAWA (K.-A.), 1947, *Phys. Rev.*, 71.319//4.1/; 1949, *Rev. Mod. Phys.*, 21.124//4.1/
- SMITH (A.-M.), 1951, *Phys. Rev.*, 82.955//1.32/
- TAKETANI (M.), NAKAMURA (S.), SASAKI (M.), 1949, *Phys. Rev.*, 76.852//4.2/
- TICHO (H.-K.), 1947, *Phys. Rev.*, 72.255//4.1/; 1943 a, *Phys. Rev.*, 74.492//4.1/; 1943 b, *Phys. Rev.*, 74.1337//4.1/
- TICHO (H.-K.), SCHEIN (M.), 1947, *Phys. Rev.*, 72.248//4.1/; 1948, *Phys. Rev.*, 73.81//4.1/
- TIOMNO (J.), 1949, *Phys. Rev.*, 76.856//n15/

- TIOMNO (J.), WHEELER (J.-A.), 1949 a, *Rev. Mod. Phys.*, 21.144//2.2/; 1949 b, *Rev. Mod. Phys.*, 21.153//1/4.1/4.2/4.2/
TOMONAGA (S.), ARAKI (G.), 1940, *Phys. Rev.*, 58.90//4.1/
UHLENBECK (G.-E.), WANG-CHANG (C.-S.), 1952, *Phys. Rev.*, 85.684//2.0/
VALLEY (G.), 1947, *Phys. Rev.*, 72.772//4.1/
VALLEY (G.), ROSSI (B.), 1948, *Phys. Rev.*, 73.177//4.1/
WEYL (H.), 1946, *The Classical Groups* (Princeton University Press, 2^e édit.)//A1.14/A1.22/
WHEELER (J.-A.), 1947, *Phys. Rev.*, 71.320//4.1/; 1949, *Rev. Mod. Phys.*, 21.132//4.1/4.1/4.4/4.4/
WICK (G.-C.), WIGHTMAN (A.-S.), WIGNER (E.-P.), 1952, *Phys. Rev.*, 88.101//5.1/5.2/A1.24/A2.31/
n38/
WIGNER (E.-P.), 1932, *Göttingen Nach.*, 546//1.1/; 1939, *Ann. Math.*, 40.149//5.1/A1.34/A2.31/
5.2/
WINTHER (A.), 1952, *Physica*, 18.1079//1.311/
WU (C.-S.), 1950, *Rev. Mod. Phys.*, 22.386//1.32/
YANG (C.-N.), TIOMNO (J.), 1950, *Phys. Rev.*, 79.495//1/n3/5.1/
YUKAWA (H.), SAKATA (S.), KOBAYASI (M.), TAKETANI M., 1938, *Proc. Phys. Mat., Sec. Japan*, 20.720//

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

RÈGLES DE SÉLECTION
POUR LES RÉACTIONS ENTRE PARTICULES

Vu et approuvé :

Paris, le 14 juin 1953.

Le Doyen de la Faculté des Sciences,
A. CHATELET.

Vu et Permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie de Paris

JEAN SARRAILH